

## יסודות הסטטיסטיkah

פרק 20 - קירוב נורמלי להתפלגות הבינומית

תוכן העניינים

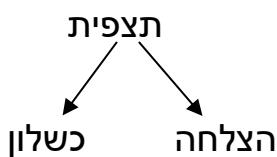
1. התפלגות מספר ההצלחות במדגם - קירוב נורמלי להתפלגות הבינומית

## התפלגות מספר ההצלחות במדגם – קירוב נורמלי להתפלגות הבינומית:

**רקע:**

### תזכורת על התפלגותBINOMIAL:

בפרק זה נדונו בהתפלגות מספר ההצלחות במדגם אקראי (תצפיות בלתי תלויות זו בזו).  
את מספר ההצלחות במדגם מסמן ב-  $Y$ .  
מחלקים כל תצפית במדגם להצלחה או כישלון.



כעת מה שמשתנה מתצפית לתשנה דיכוטומי (תשנה שיש לו שני ערכיים).  
הסיכוי להצלחה מסומן עם הפרמטר  $p$  וכישלון מסומן ע"י הפרמטר:  $q = 1 - p$ .  
מבצעים מדגם אקראי בגודל  $n$ :  $Y \sim B(n, p)$ .

$$\text{פונקציית ההסתברות של ההתפלגות הבינומית היא: } p(y=k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$$

$$\text{תוחלת: } E(y) = np$$

$$\text{שונות: } V(y) = npq$$

### קירוב נורמלי עבור התפלגותBINOMIAL:

אם לפניו התפלגותBINOMIAL:  $Y \sim B(n, p)$ , ומתקיים ש:

$$1. n \cdot p \geq 5$$

$$2. n \cdot (1-p) \geq 5$$

$$y \sim N(np, npq)$$

$$\text{אז: } Z_y = \frac{y - np}{\sqrt{npq}}$$

**תיקון רציפות:**

כאשר משתמשים בקירוב הנורמלי להתפלגות הבינומית יש לבצע תיקון רציפות. הסיבה שעוברים כאן מהתפלגות בדידה להתפלגות נורמלית שהיא התפלגות רציפה. על פי הכללים הבאים :

$$\cdot p(Y = a) \cong p\left(a - \frac{1}{2} \leq Y \leq a + \frac{1}{2}\right) . 1$$

$$\cdot P(Y \leq a) \cong P(Y \leq a + 0.5) . 2$$

$$\cdot P(Y \geq a) \cong P(Y \geq a - 0.5) . 3$$

**הערות:**

- התנאים למעבר מבינומי לנורמלי הם נזילים, כלומר משתנים ממרצה אחד לשני. התנאי שהציגי כאן הוא הפופולרי ביותר :

$$\cdot n \cdot p \geq 5 . 1$$

$$\cdot n \cdot (1-p) \geq 5 . 2$$

- ישנו מרצים שנוטנים את התנאי המחייב הבא :

$$\cdot n \cdot p \geq 10 . 1$$

$$\cdot n \cdot (1-p) \geq 10 . 2$$

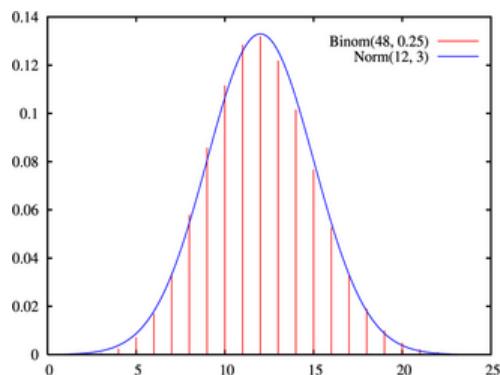
- וישנו מרצים שה坦אי שהם נתונים הוא :  $(n \geq 30)$ .

- תאלצו לבדוק מהו התנאי שנתנו לכם בכיתה כדי לעبور מהתפלגותBINOMIAL לנורמלית.

- הערכה נוספת היא לגבי תיקון רציפות. ישנו מרצים שלא מחיברים לבצע תיקון רציפות שהמדגמים גדולים (בדרך כלל מעל 100 תצפיות) בפתרונות שאציג תמיד אבצע תיקון רציפות במעבר מבינומי לנורמלי כיון שכח הפתרון יהיה יותר מדויק (בכל מקרה שהמדגמים גדולים העניין זניח).

**דוגמה (הפתרון בהקלטה):**  
נתון שבקרב אוכלוסיית הנוער 25% זוקקים למשקפיים. נדגמו באקראי 48 בני נוער.

1. מה הסיכוי שבדיווק 14 מהתוכם יהיו זוקקים למשקפיים?
2. מה הסיכוי שלכל היוטר 13 מהתוכם זוקקים למשקפיים?



**שאלות:**

**1)** נתון ש-20% מאוכלוסייה מסוימת אקדמאית. נבחרו באקראי 10 אנשים באותה אוכלוסייה.

א. מה ההסתברות שלושה מהם אקדמיים?

ב. מה ההסתברות שלכל היותר אחד מהם אקדמי?

ג. מה התוחלת ומהי סטיית התקן של מספר האקדמאים במדגם?

**2)** במפעל 10% מהמוצרים פגומים. נלקחו 100 מוצרים באקראי מכו היצור.

א. מה ההסתברות שנציגו לפחות 6 מוצרים פגומים?

ב. מה ההסתברות שמספר המוצרים הפגומים יהיה לכל היותר 11 במדגם?

**3)** ציוני פסיקומטרי בקרבת הנרשמים למוסד מסוים מתפלגים נורמלית עם ממוצע 500 וסטיית תקן 100. למוסד מסוים הוחלט לקבל אך ורק סטודנטים שקיבלו מעל 600 בפסיכומטרי. 100 סטודנטים אקדמיים נרשמו למוסד. מה ההסתברות שלפחות 20 יתקבלו?

**4)** מטילים מטבח 50 פעמים.

א. מה ההסתברות לקבל לכל היותר 30 ע齊ים?

ב. מה ההסתברות לקבל 28 ע齊ים לפחות הבינומית ולפי הקירוב הנורמלי?

**5)** בממוצע מקום ל-400 נוסעים. נרשמו לטיסה 430 אנשים (overbooking). מנתונים סטטיסטיים ידוע שהסיכון שאדם שנרשם לטיסה אכן יגיע הוא 0.9.

א. מה ההסתברות שלא יהיו מקומות ישיבה לכל האנשים שהגיעו לטיסה?

ב. מה צריך להיות גודל הממוצע כדי שבסיכוי שלפחות 95% הממוצע יספק לכמות הנרשמים?

**6)** מפעל לייצור ארטיקים טוען שהסיכון שארטיק שהוא מייצר יהיה פגום הוא 0.01. מוכר הזמין 1000 ארטיקים מהמפעל. מה ההסתברות שהמוכר קיבל לפחות 980 ארטיקים תקינים אם טענת המפעל מוצדקת?

**7)** מהמר מטיל קובייה הוגנת 100 פעמים. בכל הטלה, אם מתקבל תוצאה זוגית בקובייה המהמר זוכה בשקל. אחרת, המהמר משלם שקל. המהמר הטיל את הקובייה 100 פעמים מה הסיכון שהרווח של המהמר יהיה לכל היותר 10?

**תשובות סופיות:**

- |         |  |         |    |         |     |
|---------|--|---------|----|---------|-----|
| .1.2649 | ג. התוחלת : 2, סטיית התקן :                      | .0.3758 | ב. | .0.201  | (1) |
|         |  | .0.6915 | ב. | .0.9332 | (2) |
|         |  |         |    | .0.1611 | (3) |
|         | ב. ביניומית - 0.0788 , קירוב לנורמלית - 0.0778 . |         |    | .0.9406 | (4) |
|         |  | .398    | ב. | .0.015  | (5) |
|         |  |         |    | .0.9996 | (6) |
|         |  |         |    | .0.8643 | (7) |