

# פיזיקה 1ב למדעי החיים, כימיה והנדסה כימית

## פרק 3 - קינמטיקה

### תוכן העניינים

1	. תנועה בקו ישר (מייד אחד)
12	. תנועה במשור וזריקה משופעת (בליסטיקה)
16	. משוואת מסלול
17	. תרגילים נוספים

## תנועה בקו ישר (מיימד אחד):

**רקע:**

הגדרות :

$$\text{מהירות רגעית} - \dot{x} = \frac{dx}{dt}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i} - \text{מהירות ממוצעת}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} - \text{תאוצה רגעית}$$

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} - \text{תאוצה ממוצעת}$$

קשרים הפוכים :

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים ( בלי גבולות ) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים ( עם גבולות )

מקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה :

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

שטח מתחת לגרף הפונקציה :

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות ( כתלות בזמן ) שווה להעתק ( כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי , אם מחשבים אותו חיובי אז מקבלים את הערך )

- השטח מתחת לגרף של התאוצה ( כתלות בזמן ) הוא שינוי המהירות ( שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי )

**שאלות:****1) דני ודן רצים זה לקראת זו**

דני ודן רצים זה לקראת זו.

שניהם מתחילה לרוץ ממנוחה.

דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה ברכיבוע ודן בתאוצה של 1 מטר

לשנייה ברכיבוע.

המרחק ההתחלתי ביןיהם הוא 50 מטר.

א. מתי והיכן יפגשו דני ודן?

ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

**2) דני שכח את הפלאפון**

דני רץ בכו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה.

ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו.

באותו הרגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מjosי.

josי מתחילה לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה ברכיבוע.

א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עברו דני וjosי.

شرط גרפים עבור שני הביטויים שמצאות על אותה מערכת ציריים.

ב. מתי מהירותו של josי שווה לו של דני? האם הוא מSIG את דני ברגע זה?

ג. מצא ביטוי למקומות כתלות בזמן עברו דני וjosי.

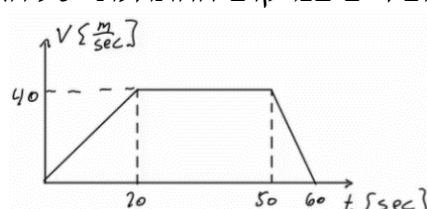
شرط גרפים עבור שני הביטויים שמצאות על אותה מערכת ציריים.

ד. מתי ישיג josי את דני? כמה מרחק עבר josי עד אז?

**3) גרף של מהירות אופנווע בזמן**

בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנווע כתלות בזמן. האופנווע נע על קו ישר.

קבע את ראשית הציריים במקום ההתחלתי של האופנווע.



א. תאר את סוג התנועה של האופנווע בכל אחד מקטעי התנועה.

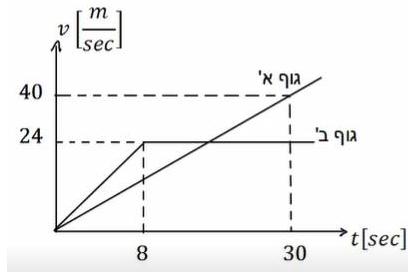
ב. מצא את תאוצת האופנווע כתלות בזמן.

ג. מהי מהירות האופנווע ברגעים:  $t = 15$ ,  $40$ ,  $55$ ?  $t = ?$

ד. מצא את מקום האופנווע באותו רגעים של סעיף ג'.

**4) גרפ' מהירות של שני גופים**

בגרף הבא מתוארכות מהירויות של שני גופים כתלות בזמן.  
הנח שני הגוף נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

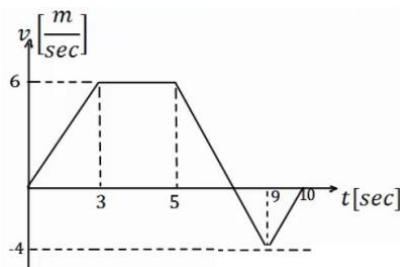


- תאר את תנועתו של כל גוף.
- רשם נוסחת מיקום זמן לכל גוף.
- מצא את המרחק בין הגוף ברגעים:  $t = 3s$ ,  $24s$  וציין מי מקדים את מי.
- מתי מהירויות שני הגוף שווות?
- מתי מיקום שני הגוף זהה?

**5) תרגיל עם הכל**

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר.  
הנח שהגוף מתחילה את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.

- תאר את התנועה של הגוף במילימטרים.
- شرط גרפ' של התואча כתלות בזמן של הגוף.
- מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית?  
מהו מרחק זה?
- מהו המרחק הכללי שעבר הגוף?
- מהו העתק הכללי שעשה הגוף?
- מתי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?
- מהו מרחק הגוף מהראשית ב- $t = 6\text{ sec}$ ?
- מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?
- شرط גרפ' של מיקומו של הגוף כתלות בזמן, אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.



**6) תפוח עץ**

תפוח נופל מעץ בגובה 15 מטרים.

(הנח שההתפוח נופל ממנוחה והזנחה את התנגדות האוויר).

א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.

ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניטון היושב מתחת לעץ.

הנח שגובה הראש של ניטון בישיבה הוא אחד מטר.

**7) חסידה מביאה חבילה**

חסידה מרחתת במנוחה באוויר וمفילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

א. מצא את העתק שمبرעת החבילה בשנייה הרביעית של תנועתה.

ב. מצא את העתק שمبرעת החבילה בשנייה האחרונה של תנועתה.

**8) דני זורק כדור מחלון גבורה**

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבורה). מהירותו הבודד ישר אחריו הזירה היא 20 מטר לשנייה.

סמן את כיוון הציר החיבובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזירה.

א. רשום נוסחים מקום זמן ומהירות זמן עברו הבודד.

ב. הכן טבלה ורשום בטבלה את הערכיהם של המיקום והמהירות ב-6  
השניות הראשונות.

ג. צייר את מיקום הבודד בכל שנייה ב-6 השניות.

ד. מתי יפגע הבודד בקרקע?

ה. חזר על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**9) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.

מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשנייה.

בחר ציר  $y$  שראשיתו בקרקע וכיונו החיבובי כלפי מעלה.

א. רשום את פונקציית המיקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן של הגוף.

ב. עורך טבלה של מהירותו ומיומו בזמן:  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$ .

ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**10) כדור נזרק מלמعلת וגוף נזרק מלמיטה**

כדור נזרק כלפי מטה מרأس בניין שגובהו 80 מטר. מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשנייה. באותו הרגע נזרק גוף שני מתחתי הבניין כלפי מעלה. מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשנייה.

- רשות נוסחת מקום-זמן עבור כל הגוף.
- האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
- היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגוף אחד ליד השני?
- רשות נוסחת מהירות-זמן לכל הגוף.
- מה תהיה מהירות כלגוף ברגע המפגש?
- מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל הגוף?
- شرط גרף מהירות-זמן וגרף מיקום זמן לכל הגוף.

**11) מהירות בנקודת של פולינום**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = 2t^3 - 12t + 30$  כאשר הזמן בשניות והמקום במטרים.

- מצאו את מהירות כתלות בזמן.
- מתי הגוף נעצר?

**12) תנועה בקו ישר, מהירות בנקודת**

מיקומו של הגוף הנע בקו ישר נתון לפי:  $x(t) = 32te^{-t}$ .

- מצא את הזמן בו הגוף נעצר.
- מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

**13) תנועה בקו ישר, מהירות בנקודת ותאוצה**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = -2t^3 + 6t + 3$  כאשר הזמן בשניות והמקום במטרים.

- מצאו את מהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.
- מהו המרחק המקסימלי אליו הגיע הגוף?
- מהי תאוצת הגוף?

**14) תאוצה מפוצלת**

גוף נקודתי מתחילה לנوع ממנוחה ו נע בקו ישר.

$$a(t) = \begin{cases} t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 0 \leq t \leq 3[\text{sec}] \\ 5 - t \left[ \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} \right], & 3 < t [\text{sec}] \end{cases}$$

תאוצת הגוף תלוי בזמן ונתונה לפי:

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עצר.

א. מהי מהירות הגוף בזמן?

ב. מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?

ג. متى עצר הגוף?

ד. איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

**15) מהירות מינימלית**

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:  $x(t) = \alpha t^3 - \beta t^2 + \gamma t$

כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

א. מהן היחידות של  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ ?

ב. מהו מיקום הגוף ב- $t=0$ ?

ג. מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.

ד. מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.

ה. חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים בבעיה ומצאו מה התנאי שERICIMS מלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

**16) ילד זורק כדור בקפיצה\***

ילד מנסה לזרוק כדור לתקраה של הכיתה אך איןו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחן בניסיונותיו של הילד הציע לו שיזורק את הcador תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.

א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הcador אם הילד קופץ ומיד זורק את הcador כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא  $v_1$  ומהירות

הזריקה של הcador  $v_2$  ביחס ליד היא אותו הדבר.

הניחו שזריקת הcador לא משפיעה על הילד.

ב. בטאו את העתק של הילד ושל הcador כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הcador.

**17) זמן מינימלי לסיים מסלול\***

מכוניות יכולה להאיץ מאפס ל-100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניע שקצב ההאצה קבוע. אותה מכוניות יכולה לבולום בקצב של 0.5g מהו הזמן המינימלי לעبور מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצרה מוחלטת? (רמז : השתמש בגרף מהירות זמן).

**18) כמה זמן הרכבת נסעה ב מהירות קבועה\***

רכבת יוצאת מישוב'A אל יישוב'B.  
בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאייצה בתאוצה קבועה.  
בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת ב מהירות קבועה.  
בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצרתה ביישוב'B.  
זמן הנסיעה הכוללת הוא T.  
כמה זמן נסעה הרכבת ב מהירות קבועה?

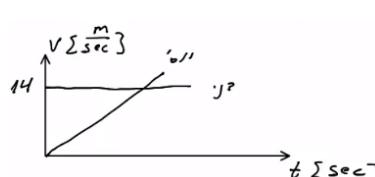
**19) אדם משחרר כדור מתוך מעלית\***

מעלית עולה מגובה הקרקע ב מהירות קבועה.  
בזמן  $T_1$ , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חרור שברצפת המעלית.  
הכדור מגיעה לקרקע מעבר  $T_2$  שניות.  
מצאו את גובה המעלית  $h$  בזמן  $T_1$ .  
נתונים  $T_1$  ו-  $T_2$ .

**תשובות סופיות:**

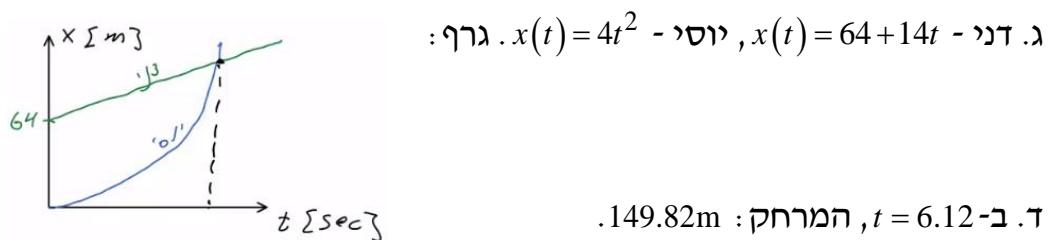
1) א. הזמן :  $t = 8.16 \text{ sec}$ , המיקום :  $16.65 \text{ m}$

$$V_{\text{Dana}}(t=8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V_{\text{Dani}}(t=8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$



2) א. דני - יוסי - .  $V(t) = 8t$ ,  $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ב. לא.  $t = 1.75 \text{ sec}$



ג. דני - יוסי - .  $x(t) = 4t^2$ ,  $x(t) = 64 + 14t$

ד. ב- 149.82m,  $t = 6.12 \text{ sec}$

3) א. כאשר  $0 \leq t \leq 20$  ( חלק I ), התאוצה חיובית וקבועה, והמיקום הולך ונגדל.

כasher  $20 \leq t \leq 50$  ( חלק II ), מהירות קבועה ( אין תאוצה ) והמיקום גדל.

כasher  $50 \leq t \leq 60$  ( חלק III ), התאוצה קבועה ושלילית והמיקום הולך ונגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases}$$

$$V(t=15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t=40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}, V(t=55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$$

$$x(t=15) = 225 \text{ m}, x(t=40) = 1,200 \text{ m}, x(t=55) = 1,750 \text{ m}$$

4) א. גוף א' : תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב' : כאשר  $8 \leq t < 0$ , כמו גוף א'. כאשר  $t > 8$ ,

תנועה ב מהירות קבועה בכיוון חיובי.

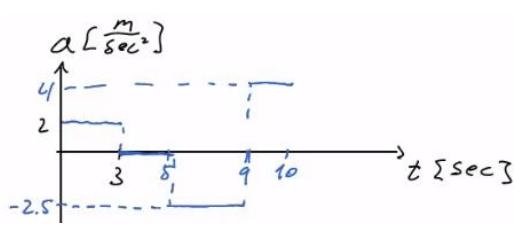
$$\text{ב. גוף א'} : \frac{2}{3}t^2, \text{ גוף ב'} : \text{כasher } 0 \leq t \leq 8, \text{ כמו גוף א'}$$

$$\text{כasher } x(t) = 96 + 24(t-8), 8 \leq t \leq \infty$$

$$\text{ג. כ- 96m, וכ- 7.5m. גוף ב' מקדים את א'}. \Delta x(t=24) = 96 \text{ m}, \Delta x(t=3) = 7.5 \text{ m}$$

$$\text{ה. כ- 31.42 sec, t=18 sec}$$

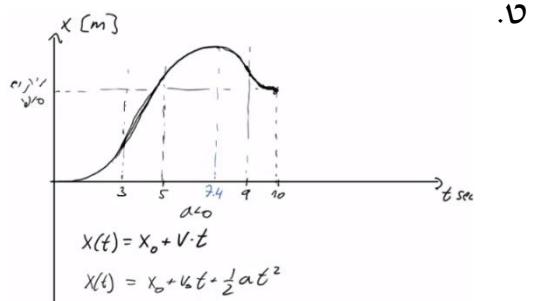
- 5) א. כאשר  $0 \leq t \leq 3$  (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $3 \leq t \leq 5$  (חלק II), תנועה ב מהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $5 \leq t \leq 9$  (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.  
 תאוצה עד אשר המהירות מתאפסת, אז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.  
 התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילה לחזור בכיוון הנגדי.  
 כאשר  $9 \leq t \leq 10$ , תאוצה קבועה חיובית, תאוצה. התקדמות בכיוון הנגדי.



ג'. גורן:  $a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$

ג. זמן: 7.4 sec, המרחק: 28.2m, המרחק: 33.4m, . 23m . ה.

ט.  $t = 3.5 \text{ sec}$  . ו.  $\Delta x = x(t=6) - x(t=0) = 25.75 \text{ m}$  . ו.  $\bar{v} = 2.3 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

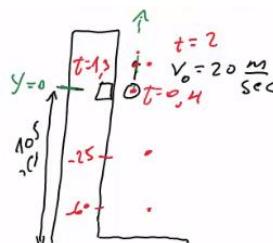


ט.  $v_F \approx 16.73 \text{ m/sec}$  . ב.  $17.32 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  . א. 6

ט.  $40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  . ב.  $80 \text{ m}$  . א. 7

ט. א. מקום-זמן:  $V(t) = 20 - 10t$ ,  $y(t) = 20t - 5t^2$  . ב.

ט. 7 sec . ד. ג.



זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
1	15	10
2	20	0
3	15	-10
4	0	-20
5	-25	-30
6	-60	-40

ט. (א) מקום-זמן:  $V(t) = 20 - 10t$  . מהירות-זמן:  $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$  . ה.

ט. (ד) 7 sec

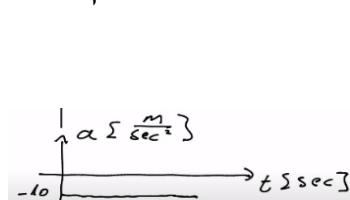
9 א. מיקום-זמן :  $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$  , מהירות-זמן :  $v(t) = 30 - 10t$

תאוצה-זמן :  $a = -10$

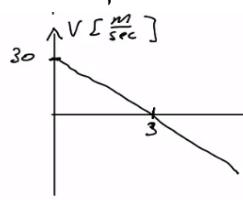
.ב.

זמן (שניות)	מקום (מטר)	מהירות (מטר לשנייה)
0	40	30
1	65	20
2	80	10
3	85	0
4	80	-10
5	65	-20

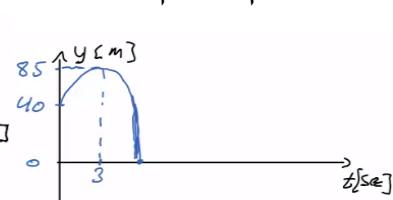
תאוצה-זמן :



מהירות-זמן :



ג. מיקום-זמן :



10 א. גוף 1 - כדור :  $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$  , גוף 2 - ריבוע :  $y_2(t) = 40 - 10t$

ב.  $v_1(t) = -15 - 10t$  : 1. גוף 1 : 1

ג. גוף 2 : 47.74m

ד. יגיע בבדיקה לגובהו.

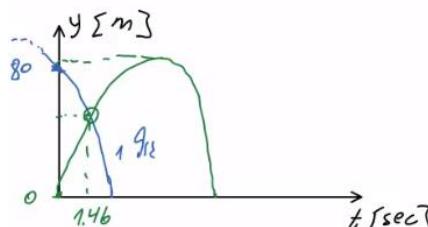
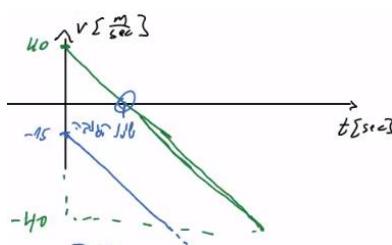
ה. גוף 1 :  $25.4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  , גוף 2 :  $-29.6 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

גוף 2 :  $v_2(t) = 40 - 10t$

ו. גוף 1 :  $-40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  , גוף 2 :  $-42.72 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

מהירות-זמן :

ז. מיקום-זמן : (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



ט =  $\sqrt{2}$  sec . ב.

ו.  $v = 6t^2 - 12$  . נ (11)

ז.  $x(t=1) = \frac{32}{e}$  . ב.

ט = 1 sec . נ (12)

א.  $a = -12t$  . ג.

ט.  $X_{\max} = 7m$  . ב.  $v(t) = -6t^2 + 6$  ,  $t = 1$  sec . נ (13)

$$V_{\max} = 6.5 \frac{\text{m}}{\text{sec}} . \text{ב}$$

$$V(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} \left( \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 0 \leq t \leq 3 \\ \left( 5t - \frac{t^2}{2} - 6 \right) \left( \frac{\text{m}}{\text{sec}} \right) & 3 \leq t \end{cases} . \text{א (14)}$$

$$\Delta x \approx 31.79 \text{m} . \text{ז} \quad t_2 \approx 8.61 \text{ s} . \text{ג}$$

$$\gamma . \text{ג} \quad 0 . \text{ב} \quad [\alpha] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^3}, \quad [\beta] = \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}, \quad [\gamma] = \frac{\text{m}}{\text{sec}} . \text{א (15)}$$

$$-\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma, \quad \alpha > 0 . \text{ה} \quad -2\beta . \text{ז}$$

$$\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0 : \text{כדו} , \quad \frac{v_1^2}{2g} : \text{ב. יلد} \quad \text{המורה צודק} \quad \frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} . \text{א (16)}$$

$$T \approx 58 \text{ sec} \quad \text{ט}$$

$$t_2 = \frac{T}{5} \quad \text{ט}$$

$$h = \frac{g T_2^2}{2 \left( 1 + \frac{T_2}{T_1} \right)} \quad \text{ט}$$

## תנועה במשור וזריקה משופעת:

**רקע:**

.  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$  - וקטור המיקום

.  $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$  - וקטור ההעתק

.  $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$  - (velocity) וקטור המהירות ממוצעת

.  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$  - (velocity) וקטור המהירות הרגעית

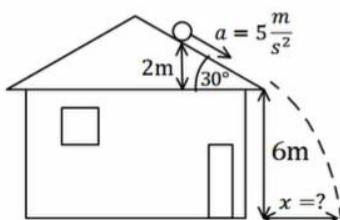
.  $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$  - וקטור התאוצה ממוצעת

.  $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$  - וקטור התאוצה הרגעית

. גודל המהירות (Speed)  $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$ , כאשר S זה הדרך.

**שאלות:****1) דוגמה - דן יורה חץ על עץ**

דן יורה חץ מגובה של 2 מטרים לעבר עץ הנמצא במרחק של 8 מטרים. מהירות היציאה של החץ מהקשת היא 30 מטר לשנייה. מצא באיזה גובה יפגע החץ בעץ אם הזרועה שבה יורה דן את החץ היא 15 מעלות?

**2) כדור מתגלגל מגג משופע**

כדור מתגלגל מגג בניין משופע. הכדור מתחילה תנועתו מנוחה מגובה של 2 מטרים מקצה הגג. שיפוע הגג הוא 30 מעלות מתחת אופק. נתון כי תאוצה הכדור בכיוון תנועתו על הגג היא 5 מטרים לשנייה בריבוע. גובה קצה הגג מעל הקרקע הוא 6 מטרים. מצא את המרחק האופקי מקצה הגג בו יפגע הכדור בקרקע.

**3) תנועת כדור עם רוח נגדית**

כדור נבעט מהקרקע במהירות של 20 מטרים לשנייה ובזווית של 45 מעלות מהקרקע. רוח נגדית גורמת לכדור תאוצה בכיוון האופקי של 2 מטרים לשנייה בריבוע (בנוסף לתאוצה הגוף).

א. מצא את מיקום הכדור ומהירותו ב-  $t = 2 \text{ sec}$ .

ב. מהו המרחק בו פוגע הכדור בקרקע?

ג. מהו הגובה המקסימלי אליו הגיע הכדור?

ד. מהו המרחק האופקי המקסימלי אליו הגיע הכדור?

**4) מסירה בפוטבול**

במשחק הפוטבול הרizo האחורי זורק כדור בזווית של 45 מעלות ביחס לקרקע ובמהירות של 30 מטרים לשנייה. שחkon הקבוצה הנמצאת 15 מטרים קדימה מהרכzo האחורי רץ במהירות של 5 מטרים לשנייה. השחקן רואה את הכדור ומנחיל להאיז בתאוצה קבועה.

מהי התאוצה הדרושה לשחקן כך שיוכל לתפוס את הכדור בדיק בגובה בו הוא נזרק?

אם סימן התאוצה יכול להיות שלילי? מה המשמעות של תאוצה זו?

**5) דוגמה מהירות ממוצעת**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא :  $\vec{r}(t) = 3t^2 x + (2t+1) y$ .  
מצא את המהירות הממוצעת ב-5 השניות הראשונות של התנועה.

**6) דוגמה - מהירות רגעית**

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא :  $\vec{r}(t) = 3t^3 x + (4t-5) y$ .

- מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.
- מהי מהירות הגוף ב- $t=2$ ?

**7) דוגמה - תאוצה**

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא :  $\vec{v}(t) = 2t^3 x + (6t-5) y$ .

- מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.
- מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה?

**8) דרך והעתק**

מיקומו של גוף לפי הזמן נתנו לפי :  $\vec{r}(t) = 2t^3 x + (t^3 - 2) y$ .

- מצא את המהירות הרגעית (velocity) וההתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.
- מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן.
- מצא את הדרך שעה הגוף בחמש השניות הראשונות.
- מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב-5 השניות הראשונות של התנועה.
- מצא את ה-speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות.

**תשובות סופיות:**

3.78m **(1)**

4.49m **(2)**

32.01m **ב.**  $x = 24.28\text{m}$ ,  $y = 8.28\text{m}$ ,  $V_x = 10.14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_y = -5.86 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ . **א.**  $x_{\max} = 32.01$  **ד.**  $10\text{m}$ . **ג.**

$a = 5.99 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2}$  **א.** **ב.** יכול לצאת שלילי, המשמעות שהשחקן צריך להאט בשבייל להגיע لنקודה הזאת בדיזוק יחד עם הcador.

$\vec{V} = (15, 2)$  **(5)**

$\vec{V}(t=2) = (36, 4)$  **ב.**  $\vec{V} = 9t^2\hat{x} + 4\hat{y}$  **א.** **ג.** **(6)**

$\vec{a} = 50\hat{x} + 6\hat{y}$  **ב.**  $\vec{a}(t) = 6t^2\hat{x} + 6\hat{y}$  **א.** **ג.** **(7)**

$S \approx 279.5\text{m}$  **ג.**  $|\vec{V}| = \sqrt{45t^2}$  **ב.**  $\vec{V}_{(t)} = 6t^2\hat{x} + 3t^2\hat{y}$  **א.** **ג.** **(8)**

$|\vec{V}| \approx 55.9 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  **ה.**  $\vec{V} = 50\hat{x} + 25\hat{y}$  **ד.**

## משוואת מסלול:

**ركע:**

משוואת מסלול היא פונקציה מהצורה  $(x,y)$ , סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצוא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה  $x(t)$  והצבה ב  $y(t)$ .

**שאלות:**

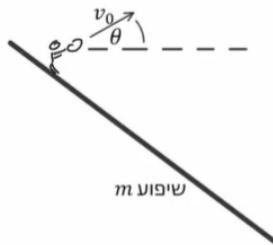
**1) דוגמה-משוואת מסלול**

מצא את המשוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול הבא:  $x(t) = \sqrt{3+t^2}$ ,  $y(t) = \sqrt{7-t^2}$ . הנה ש- $x$  ו- $y$  תמיד חיוביים.

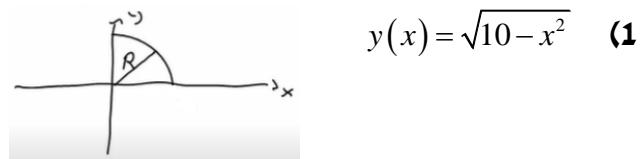
**2) זריקה משופעת על מישור משופע**

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע  $m$ , איתי זורק כדור כלפיו מורד המישור ב מהירות התחלה  $v_0$  ו לזווית  $\theta$  ביחס לאופק.

- א. מצא מה המרחק מאייתי שבו יפגע הכדור? (התעלם מהגובה של אייתי).
- ב. מהי הזווית  $\theta$  עבורה מרחק זה יהיה מקסימלי?



**תשובות סופיות:**



$$\tan 2\theta = \frac{1}{m} \quad \text{ב.} \quad x = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g} \quad \text{א.}$$

## תרגילים נוספים:

**שאלות:**

**1) גודל מהירות מינימלי**

וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון על ידי:  $\vec{r}(t) = 2t^2 \hat{i} - 6j + (t-5)^2 k$ .

- מהו וקטור מהירות הגוף כתלות בזמן?
- מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?
- מתי גודל מהירות הגוף מינימלי?

ד. מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא:  $\sqrt{160} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ?

**2) וקטורים בזירה משופעת**

גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלה  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לציר ה- $x$ .

- מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.
- מצאו את וקטור מהירות וההתאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשבו את הזווית בין וקטור המהירות ווקטור התאוצה כתלות בזמן.

**3) וקטור מיקום ומסלול**

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $xy$  נתון לפי:  $\hat{r}(t) = A \sin(\omega t) \hat{x} + B \cos(\omega t) \hat{y}$ .

- מצאו את וקטור מהירות וההתאוצה של הגוף.
- חשבו את הזווית בין וקטור המהירות ווקטור התאוצה ב- $t=0$ .
- הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כולם את  $(x, y)$ .

**4) וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע**

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $y-x$  נתון לפי:  $\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2) \hat{x} + B \cos(\alpha t^2) \hat{y}$ .

- מצאו את וקטור מהירות וההתאוצה של הגוף.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כולם את  $(x, y)$ .
- מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

**5) רובין הוד יורה ותופס חץ**

רובין הוד יורה חץ ב מהירות  $v_0$  ו זווית  $\theta$  ביחס לקרקע .  
 ברגע שחרור החץ מתחילה רובין הוד לזרוץ בקו ישר ובתאוצה  $a(t) = Ae^{-kt}$ .  
 רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעתו לקרקע .  
 מצאו משווהה עם הפרמטרים  $A$  ,  $\theta$  ,  $v_0$  והמשתנה  $k$  ממנו ניתן לחוץ את  $k$  כך שרובין יוכל לצלוח לתפוס את החץ . אין צורך לפתור את המשווהה .

**6) תנועה במעגל\***

גוף נקודתי נעה במשור אופקי  $xy$  .

בזמן  $t=0$  מהירות הגוף הייתה :  $\frac{m}{sec} \hat{r}(0)=5\hat{j} m$  ייחד עם וקטור המצב :  
 תאוצה הגוף כפונקציית זמן החל מרגע זה היא :  

$$\ddot{r}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t) \hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t) \hat{j} \frac{m}{sec^2}$$
  
 א. מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן .  
 ב. מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן .  
 ג. מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן .  
 ד. מצא את משווהת המסלול של הגוף .

**7) תנועה על אליפסה\***

מיקום של גוף נקודתי נתון במשווהה :  $\hat{r}(t) = 4\sin(\pi t)\hat{i} + 3\cos(\pi t)\hat{j}$  (המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- א. מצא את משווהת המסלול של הגוף .
- ב. מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס הוקטור מאונכים .
- ג. מצא את תאוצה התנועה והראה שהיא מכוונת כלי ראשית הצירים .
- ד. מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא :  $\frac{v^2}{r}$  .
- ה. חשבו את המרחק המינימלי של הגוף מראשית הצירים .  
 כמה פעמים, במשך מהזור תנועה אחד, מגיעו הגוף למרחק מינימלי מראשית?

**8) מהירות לפי גזירה תרגיל פשוט**

נתון וקטור  $r$  של חלקיק מסויים:  $\vec{r} = (8t, -5t^2)$ .

- מהו רכיב ה- $x$  של הווקטור בזמן?
- מהו רכיב ה- $y$  של הווקטור בזמן?
- מהי מהירותו בציר  $x$ ?
- מהי מהירותו בציר  $y$ ?
- האם מהירות אלות קבועות בזמן?
- מהו מרחק החלקיק מהראשית לאחר שעברו 3 שניות?

**9) גזירת מיקום למציאת מהירות**

מיקומו של חלקיק נתון ע"י הווקטור  $r$ :  $\vec{r} = 5\sin(\pi t) \mathbf{i} + 4t^3 + t^2 \mathbf{j} + 8e^t \mathbf{k}$ .

- מצאו את וקטור המהירות כפונקציה של הזמן.
- מהי מהירות החלקיק ב- $t = 2$ ?

**10) העתק לפי גזירה**

וקטור  $r$  מתאר מיקומו של חלקיק בזמן:  $\vec{r} = (5t, 10 + t^2)$ .

- מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 0$ ?
- מהו מיקום החלקיק בזמן  $t = 5$ ?
- מהו ההעתק בחמש השניות הראשונות?
- מהי מהירות החלקיק בזמן  $t = 5$  (ב>Showcase גודל וכיוון)?

**תשובות סופיות:**

$$t_{\min} = 1 \text{ sec} \quad \text{ג.} \quad \vec{a} = \dot{\vec{v}} = 4\hat{i} + 2\hat{k} \quad \text{ב.} \quad \vec{v} = \dot{\vec{r}} = 4t\hat{i} + 2(t-5)\hat{k} \quad \text{א.} \quad \text{(1)}$$

$$\vec{r}(t_1) = 18\hat{i} - 6\hat{j} + 4\hat{k} \quad \text{ד.}$$

$$\vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y} \quad \text{ב.} \quad \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y} \quad \text{א.} \quad \text{(2)}$$

$$\cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \omega A \cos(\omega t) \hat{x} - \omega B \sin(\omega t) \hat{y}, \quad \vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t) \hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad \text{(3)}$$

$$\left( \frac{y}{B} \right)^2 + \left( \frac{x}{A} \right)^2 = 1 \quad \text{ט. הוכחה.} \quad 90^\circ \quad \text{ב.}$$

$$, \vec{v} = A \cos(\omega t^2) 2\omega t \cdot \hat{x} - B \sin(\omega t^2) (2\omega t) \hat{y} \quad \text{א.} \quad \text{(4)}$$

$$\vec{a} = \left[ -A \sin(\omega t^2) (2\omega t)^2 + 2\omega A \cos(\omega t^2) \right] \hat{x} - \left[ B \cos(\omega t^2) (2\omega t)^2 + 2\omega B \sin(\omega t^2) \right] \hat{y}$$

$$\text{ג. אין הבדל} \quad \left( \frac{y}{B} \right)^2 + \left( \frac{x}{A} \right)^2 = 1 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left( e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right) \quad \text{(5)}$$

$$\vec{r}(t) = 5 \sin(3\pi t) \hat{i} + 5 \cos(3\pi t) \hat{j} \quad \text{ב.} \quad \vec{v}(t=0) = 15\pi \cos(3\pi t) \hat{i} - 15\pi \sin(3\pi t) \hat{j} \quad \text{א.} \quad \text{(6)}$$

$$x^2 + y^2 = 25 \quad \text{ט.} \quad \alpha = 180^\circ \quad \text{ג.}$$

$$t_1 = 0, t_2 = 1, t_3 = \frac{1}{2}, t_4 = \frac{3}{2} \quad \text{ב.} \quad \left( \frac{x}{4} \right)^2 + \left( \frac{y}{3} \right)^2 = 1 \quad \text{א.} \quad \text{(7)}$$

$$\vec{a} = \dot{\vec{v}} = -4\pi^2 \sin(\pi t) \hat{i} - 3\pi^2 \cos(\pi t) \hat{j} \quad \text{ג.}$$

$$\text{ה. } |\vec{r}|(t=1) = 3 \quad \text{ט.} \quad t_1 = \frac{1}{4} \text{ sec}, t_2 = \frac{5}{4} \text{ sec}, t_3 = \frac{3}{4} \text{ sec}, t_4 = \frac{7}{4} \text{ sec} \quad \text{ט.}$$

$$v_y = \dot{r}_y = -10t \quad \text{ט.} \quad v_x = \dot{r}_x = 8 \quad \text{ג.} \quad r_y = -5t^2 \quad \text{ב.} \quad r_x = 8t \quad \text{א.} \quad \text{(8)}$$

ה. מהירות על  $x$  קבועה בזמן, מהירות על  $y$  לא קבועה בזמן.

$$|r_{t=3}| = \sqrt{2601} \quad \text{ג.}$$

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}} = 5\pi \cos(\pi t) \hat{i} + 12t^2 + 2t \hat{j} + 8e^t \hat{k} \quad \text{א.} \quad \text{(9)}$$

$$\vec{v}_{t=2} = 5\pi \cos(2\pi) \hat{i} + 4 \cdot 2^3 + 2^2 \hat{j} + 8e^2 \hat{k} = 5\pi \hat{i} + 36 \hat{j} + 8e^2 \hat{k} \quad \text{ב.}$$

$$|\vec{r}_{t=5} - \vec{r}_{t=0}| = \sqrt{1250} \quad \text{ג.} \quad \vec{r}_{t=5} = (25, 35) \quad \text{ב.} \quad \vec{r}_{t=0} = (0, 10) \quad \text{א.} \quad \text{(10)}$$

$$|v_{(t=5)}| = \sqrt{125} \quad \text{ט.}$$