

# חדו"א ג' 1

## פרק 4 - נושאים מתקדמים - פונקציות טריגונומטריות

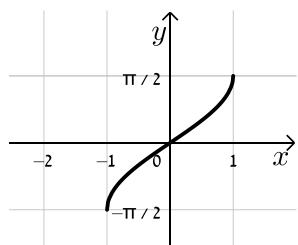
### תוכן העניינים

1. נושאים מתקדמים - פונקציות טריגונומטריות.

## נושאים מתקדמים – פונקציות טריגונומטריות

### סיכום כללי

#### הגדרת הפונקציות הטריגונומטריות ההפוכות

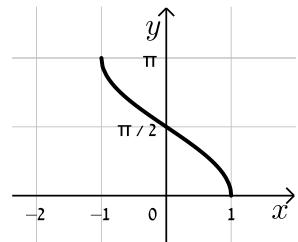


תיאור גרפי של הפונקציה  $f(x) = \arcsin(x)$

סימון נוסף:  $f(x) = \sin^{-1}(x)$

תחום הגדרה:  $-1 \leq x \leq 1$

טווח:  $-\frac{\pi}{2} \leq f(x) \leq \frac{\pi}{2}$

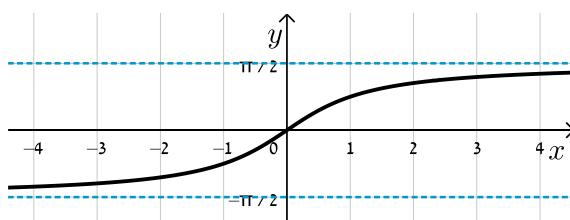


תיאור גרפי של הפונקציה  $f(x) = \arccos(x)$

סימון נוסף:  $f(x) = \cos^{-1}(x)$

תחום הגדרה:  $-1 \leq x \leq 1$

טווח:  $0 \leq f(x) \leq \pi$

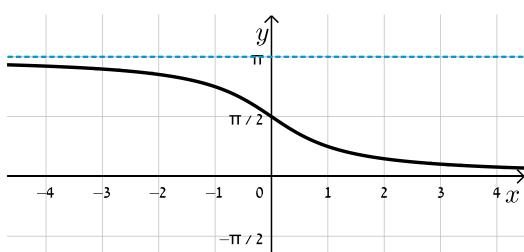


תיאור גרפי של הפונקציה  $f(x) = \arctan(x)$

סימון נוסף:  $f(x) = \tan^{-1}(x)$

תחום הגדרה:  $-\infty < x < \infty$

טווח:  $-\frac{\pi}{2} < f(x) < \frac{\pi}{2}$



תיאור גרפי של הפונקציה  $f(x) = \operatorname{arccot}(x)$

סימון נוסף:  $f(x) = \cot^{-1}(x)$

תחום הגדרה:  $-\infty < x < \infty$

טווח:  $0 < f(x) < \pi$

### קשרים בין הפונקציות הטריגונומטריות להפוכות

עבור הפונקציות הטריגונומטריות, שאינן חד-значניות, נקבל את הקשרים הבאים:

הזהות	הפונקציה
$\sin(\sin^{-1}(x)) = x \quad -1 \leq x \leq 1$	
$\sin^{-1}(\sin(x)) = \begin{cases} x - 2\pi k & -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k \\ \pi(k+1) - x & \frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k \end{cases}$	סינוס
$\cos(\cos^{-1}(x)) = x \quad -1 \leq x \leq 1$	
$\cos^{-1}(\cos(x)) = \begin{cases} x - 2\pi k & 2\pi k \leq x \leq \pi(1+2k) \\ 2\pi k - x & \pi(1+2k) \leq x \leq 2\pi(k+1) \end{cases}$	קוסינוס
$\tan(\tan^{-1}(x)) = x \quad -\infty < x < \infty$	
$\tan^{-1}(\tan(x)) = x - \pi k \quad -\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k$	טנגנס
$\cot(\cot^{-1}(x)) = x \quad -\infty < x < \infty$	
$\cot^{-1}(\cot(x)) = x - \pi k \quad \pi k < x < \pi + \pi k$	קוטנגנס

### שאלות

בשאלות 1-12 חשבו ללא מחשבון:

$$\arccos(-1) \quad (2)$$

$$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad (1)$$

$$\arctan(-\sqrt{3}) \quad (4)$$

$$\operatorname{arccot}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \quad (3)$$

$$\arcsin(-0.5) \quad (6)$$

$$\arccos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (5)$$

$$\sin(\arcsin(-0.5)) \quad (8)$$

$$\arcsin\left(\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right) \quad (7)$$

$$\cos(\operatorname{arccot}(1)) \quad (10)$$

$$\sin\left(\arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) \quad (9)$$

$$\tan(-\operatorname{arccot}(\sqrt{3})) \quad (12)$$

$$\sin\left(2 \arctan(\sqrt{3})\right) \quad (11)$$

**בשאלות 13-15 מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציות:**

$$y = \arccos \frac{x+3}{2x+1} \quad (14)$$

$$y = \arcsin \frac{2x+1}{3-3x} \quad (13)$$

$$y = \arctan \frac{1}{1-\ln x} \quad (15)$$

**בשאלות 19-16, הוכחו כי לכל  $x$  בתחום ההגדרה מתקיים:**

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2} \quad (16)$$

$$\sin(2\arccos x) = 2x\sqrt{1-x^2} \quad (17)$$

$$\arctan x + \arctan y = \arctan \frac{x+y}{1-xy} \quad (18)$$

$$\arctan x + \arctan \frac{1}{x} = \frac{\pi}{2} \frac{x}{|x|}, \quad x \neq 0 \quad (19)$$

.  $\arctan 1 + \arctan 2 + \arctan 3 = \pi$  **(20)** הראו את הקשר

### תשובות סופיות

$$-\frac{\pi}{3} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

$$\pi \quad (2)$$

$$-\frac{\pi}{4} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (8)$$

$$-\frac{\pi}{6} \quad (7)$$

$$-\frac{\pi}{6} \quad (6)$$

$$\phi \quad (5)$$

$$-\frac{1}{\sqrt{3}} \quad (12)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad (11)$$

$$1 \quad (10)$$

$$\frac{1}{2} \quad (9)$$

$$x > 0, x \neq e \quad (15) \quad x \leq -\frac{4}{3}, x \geq 2 \quad (14) \quad x \leq \frac{2}{5}, x \geq 4 \quad (13)$$

**(20) - (16)** שאלות הוכחה.