

מתמטיקה א' לכלכלהים

פרק 4 - מشيخ, נורמל, נוסחת הקירוב הליינארי

תוכן העניינים

1	1. המשיך
3	2. בעיות משיקים
5	3. בעיות משיקים עם נוסחת המשיך
8	4. הנורמל
9	5. נוסחת הקירוב הליינארי - דיפרנציאל שלם

המשיק

שאלות

1) מצאו את שיפוע הפונקציה

א. $f(x) = 2x^3 - 7x$, בנקודה $(2, 2)$

ב. $x = -2$, $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3}$, בנקודה

2) נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{ax}$, כאשר $a > 0$.

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{1}{2}$, הוא בעל שיפוע 1.

מצאו את הקבוע a .

3) הישר $3y = 3x - 2$ משיק לגרף הפונקציה $h(x) = 3\sqrt{x}$.

מצאו את נקודת ההשקה.

4) שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = a \cdot 3^{2x-1} + 3^{x-b}$, בנקודה $(1, 15)$, הוא $21\ln 3$.

מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b .

5) שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{\ln^2 x + a}{\ln x + b}$, בנקודה $\left(\frac{1}{e}, -1\right)$, הוא $\frac{e}{3}$.

מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b .

6) לאילו ערכי k ישייך הישר $y = -5x + 6$, לגרף הפונקציה

? $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + k$

לכל ערך k כזה מצאו את נקודת ההשקה.

תשובות סופיות

4. ב. 17. א. (1)

$a = 2$ (2)

(1,3) (3)

$a = 2, b = -1$ (4)

$a = 2, b = -2$ (5)

6) לערך 6, $k = 6$, בנקודת $x=1$; לערך $x = \frac{1}{3}$, $k = \frac{158}{27}$

בעיות משיקים

שאלות

1) הימש $y = 4x + b$ משיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x^2} + 3$. מצאו את b ואת נקודת ההשקה.

2) הימש $y = 3x$ משיק לגרף הפונקציה $f(x) = x\sqrt{x} + b$. מצאו את b ואת נקודת ההשקה.

3) הימש $y = ax + \frac{1}{2}$ משיק לגרף הפונקציה $g(x) = \frac{2}{x+c}$ בנקודת 0 . מצאו את a ו- c .

4) הימש $y = x + b$ משיק לגרף הפונקציה $f(x) = e^x$. מצאו את b ואת נקודת ההשקה.

5) מצאו את המשוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \ln x$ בנקודת e .

בשאלות **6-7** מצאו את נקודת ההשקה, ואת המשוואת המשיק לגרף העקומה, העובר דרך הנקודה הנתונה :

$$(2, -3), y = x^2 - 2x + 1 \quad (6)$$

$$(-3, 1), y = \sqrt{x} \quad (7)$$

8) מצאו את המשוואת המשיקים המשותפים לפונקציות $y = x^2 - 5$ ו- $y = -\frac{1}{4}x^2 - 1$.

9) הפונקציות $y = -\frac{1}{2}x^2 + k$ ו- $y = \frac{1}{x}$ משיקות זו לזו. מצאו את k ואת נקודת ההשקה.

תשובות סופיות

1) נקודת ההשקה היא $(-1,5)$ ומשוואת המשיק היא $y = 4x + 9$

2) נקודת ההשקה היא $(4,12)$ ו- $b = 4$

3) נקודת ההשקה היא $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ ומשוואת המשיק היא $y = -\frac{1}{8}x + \frac{1}{2}$

4) נקודת ההשקה היא $(0,1)$ ומשוואת המשיק היא $y = x + 1$

5) משוואת המשיק היא $y = \frac{1}{e}x$

6) $y = 6x - 15$, $(4,9)$; $y = -2x + 1$, $(0,1)$

7) המשיק $y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$, $(9,3)$

8) $y = 2x - 1$, $y = -2x - 1$

9) $(1,1)$, משיק $y = kx$, $k = 1.5$

בעיות משיקים עם נוסחת המשיק

שאלות

1) מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = 2(4x+3)^3$, בנקודה $x = -1$.

2) מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = x^4 - 2x^2$, שיפועו 2.

3) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 + 1$, בנקודה $x = 0$.

4) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x^3 + 3x - 1}{x^2 - 2}$, בנקודה $x_1 = 1$.

5) שיפוע המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{2}{ax+3}$, בנקודה $y = 2$, הוא -4.
מצאו את ערכו של הפרמטר a ואת משוואת המשיק.

6) מצאו את משוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = \frac{1}{3x^3}$, היוצרים זווית של 135° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

7) מצאו את משוואת המשיק לפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x-1}}$, שיפועו 2.

8) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{x-3}{\sqrt{x^2-x+2}}$, בנקודה $x = 2$.

9) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x) = \frac{a}{\sqrt{bx-1}}$, בנקודה $(1,6)$, הוא -6.
מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b .

10) נתונה הפונקציה $y = e^{2x} + 3ex$, והעבירו לה משיק בנקודה $x = 2$.
מצאו את משוואת המשיק.

11) מצאו את המשוואת המשיק לפונקציה $f(x) = e^{2x} + xe^{-x}$, בנקודת $x=0$.

12) מצאו את המשוואות המשיקים לפונקציה $f(x) = (e+1)e^x - e^{2x}$ בנקודות החיתוך של הפונקציה עם הישר $y=e$.

13) לפונקציה $g(x) = \frac{\ln x^2}{x}$ העבירו משיק בנקודת שבת $x=e^2$.
מצאו את המשוואת המשיק.

14) מצאו את המשוואת המשיק לגרף הפונקציה $y = x \cdot \ln(x^2 + 1)$, בנקודת $x=1$.

15) הגрафים של $f(x) = \ln x$ ו- $g(x) = 1 - \ln x$ נחתכים בנקודת A, ברגע הראשון.
בנקודה A העבירו משיק.
מצאו את המשוואת המשיק והוכחו שהמשיק עובר דרך ראשית הציר.

16) מצאו את המשוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסטומה $xy^2 + y - x = xy$ דרך הנקודה $(1,1)$, הנמצאת על גרף הפונקציה.

17) מצאו את המשוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה הסטומה $x^2y + e^{y^2-4x} = \ln x + 1$.

18) מצאו את המשוואת המשיק למעגל $x^2 + y^2 = 25$ בנקודת $(3,4)$.

תשובות סופיות

$y = 24x + 22 \quad (1)$

$y = 2x - 3 \quad (2)$

$y = 1 \quad (3)$

$y = -12x + 9 \quad (4)$

$a = 2, \quad y = -4x - 2 \quad (5)$

$y = -x + 1\frac{1}{3}, \quad y = -x - 1\frac{1}{3} \quad (6)$

$y = -2x + 8 \quad (7)$

$y = \frac{11}{16}x - \frac{30}{16} \quad (8)$

$a = 6, \quad b = 2, \quad y = -6x + 12 \quad (9)$

$y = (2e^4 + 3e)x - 3e^4 \quad (10)$

$y = 3x + 1 \quad (11)$

$y = (-e^2 + e)x + e^2, \quad y = (e - 1)x + e \quad (12)$

$y = -\frac{2}{e^4}x + \frac{6}{e^2} \quad (13)$

$y = (\ln 2 + 1)x - 1 \quad (14)$

$y = \frac{1}{e}x \quad (15)$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \quad (16)$

$y = \frac{1}{5}x + 1\frac{4}{5} \quad (17)$

$y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4} \quad (18)$

הנורמל

שאלות

- 1)** מצאו את המשוואה הישר, הנורמל לגרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-2}$ בנקודה $(3,2)$.
- 2)** מצאו את המשוואה הנורמל לגרף הפונקציה $f(x) = x^4$, המאונך לישר העובר דרך הנקודות $(5,0)$ ו- $(2,4)$.
- 3)** מצאו את המשוואה הנורמל לגרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$, בנקודה מסוימת, היא $4y + x = 6$. מצאו את הנקודה.

תשובות סופיות

$$y = -2x + 8 \quad (1)$$

$$y = -\frac{1}{4}x + \frac{5}{4} \quad (2)$$

$$(2,1) \quad (3)$$

נוסחת הקירוב הליינרי – דיפרנציאל שלם

שאלות

- 1) חשבו בקירוב, בעזרת נוסחת הקירוב הליינרי, את הגודלים $\sqrt{5}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{27}$.
- 2) חשבו בקירוב, בעזרת נוסחת הקירוב הליינרי, את הגודלים $\ln 2$, $\sqrt[3]{9}$.

תשובות סופיות

$$\sqrt{5} \cong 2.25, \sqrt{8} \cong 2\frac{5}{6}, \sqrt{27} = 5\frac{1}{5} \quad (1)$$

$$\ln 2 \cong 1, \sqrt[3]{9} \cong 2\frac{1}{12} \quad (2)$$