

סטטיסטיקה

פרק 16 - מושגי יסוד באמידה

תוכן העניינים

1. כללי

מושגי יסוד באמידה:

רקע:

כזכור מהפגש הקודם, פרמטר הוא גודל המתאר את האוכלוסייה או התפלגות מסויימת. כמו ממוצע הגבאים בקרוב מתגיסטים לצה"ל - μ .

כמו פרופורצית התומכים במשלה בקרוב אזרחי המדינה - p .

בדרך כלל הפרמטרים הם גדלים שאינם ידועים באמת, ולכן מוצאים מוגדים במטרה לאמוד אותם. אין אפשרות לחשב אותם הניסיון הוא בהעריך כמה הם שווים ככל שניתן.

- נסמן באופן כללי פרמטר באוט θ ואומד ב- $\hat{\theta}$. $\hat{\theta}$ הוא סטטיסטי המוחשב על המוגדים ובאמצעותו נאמוד את θ .
- שגיאת אמידה: $|\hat{\theta} - \theta|$ - ההפרש בין האומד לאמת (הפרמטר).

דוגמה (פתרון בהקלטה):

בכנסת ה-19 קיבלת מפלגת העבודה 15 מנדטים. בערוץ 10 ברגע סגירת הקלפיות הערכו את מספר המנדטים של המפלגה להיות 17 מנדטים וזאת על סמך תוצאות מוגדים של הערוץ.

- א. מה הפרמטר בדוגמה זו?
- ב. מהי טעות האמידה של ערוץ 10?
- $\hat{\theta}$ יהיה אומד חסר הטיה ל- θ אם התוחלת של $\hat{\theta}$ תהיה שווה ל- θ : $E(\hat{\theta}) = \theta$.
- טעות התקן של אומד היא סטיית התקן שלו, כלומר: $\sigma(\hat{\theta}) = S.E.$

פרמטרים מרכזיים והאומדיים שליהם:**ממוצע האוכלוסייה μ :**

$$\text{האומד הנקודתי שלו יהיה: ממוצע המדגמים: } \bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\text{. } \sigma(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = SE \text{ . } E(\bar{x}) = \mu \text{ . } \text{לכן } \bar{x} \text{ הינו אומר חסר הטיה ל- } \mu \text{ . כמו כן, טעות התקן: } \mu$$

פרופורציה באוכלוסייה p :

$$\text{האומד הנקודתי שלו יהיה: פרופורציה במדגם: } \hat{p} = \frac{y}{n}$$

$$\text{. } \sigma(\hat{p}) = \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \text{ . } E(\hat{p}) = p \text{ . } \text{לכן } \hat{p} \text{ הינו אומר חסר הטיה ל- } p \text{ . כמו כן טעות התקן: } E(\hat{p}) = p$$

שונות האוכלוסייה σ^2 :

$$\text{האומד הנקודתי שלו יהיה: } S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$\text{. } S^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{\sum x_i^2 - n\bar{x}^2}{n-1} \text{ . } \sigma^2 \text{ . } \text{ולכן } S^2 \text{ הינו אומד חסר הטיה ל- } \sigma^2 \text{ . } E(S^2) = \sigma^2$$

הערה: אומד הוא הנוסחה הכללית לאמידת הפרמטר ואומדן הוא הערך הספציפי שהתקבל במדגם מסוים.

דוגמה (פתרון בהקלטה):

נדגמו 10 משפחות בתל אביב ונבדק עבור כל משפחה מספר הילדים שלה.
להלן התוצאות שהתקבלו: 3, 1, 3, 2, 1, 4, 5, 2, 1, 2. אמדנו באמצעות אומדיים חסרי הטיה את הפרמטרים הבאים:

1. ממוצע מספר הילדים למשפחה בתל אביב.
2. שונות מספר הילדים למשפחה בתל אביב.
3. פרופורציית המשפחות בנות שני ילדים.

שאלות:

- 1)** מתוך 500 טירונים, נמצאו 120 בעלי שברי הליכה. נתנו שהטיסוי שטירון יהיה עם שבר הליכה הוא 0.25.
- מהי האוכלוסייה המוצגת בשאלת? מהם הפרמטרים שלה?
 - מהי טעות התקן של האומד כשהמדגם בגודל 500?
 - מהו האומדן לפרמטר?
 - מהי טעות האמידה?
- 2)** לפי נתונים היכרנו, מקרר צורך ממוצע 2400 וואט לשעה עם סטיית התקן של 500 וואט לשעה.
- במדגם של 25 מקרים של היכרן התקבל ממוצע של 2342 וואט לשעה.
- מהי האוכלוסייה המוצגת בשאלת? מהם הפרמטרים שלה?
 - מהי טעות התקן של האומד?
 - מהו האומדן לפרמטר?
 - מהי טעות האמידה?
- 3)** נדגו עשרה מתגיים לכח"ל. גובהם נמדד בס"מ. להלן התוצאות שהתקבלו: 168, 184, 192, 171, 180, 177, 187, 168, 177 ו-175.
- מצאו אומדן חסר הטיה לגובה הממוצע של מתגייסי כח"ל.
 - מצאו אומדן חסר הטיה לשונות הגבהים של מתגייסי כח"ל.
 - מצאו אומדן חסר הטיה לפ羅פורציות המתגיים בגובה של לפחות 180 ס"מ.
- 4)** נדגו 20 שכירים באקראי. עברו כל שכיר נמדד השכਰ באלפי שקלים.
- להלן התוצאות שהתקבלו: $\sum_{i=1}^{20} X_i^2 = 1502.2$, $\sum_{i=1}^{20} X_i = 162$
- AMDו את השכר הממוצע של השכירים במשק.
 - AMDו את סטיית התקן של שכר השכירים במשק.
- 5)** במטרה לאמוד את ממוצע האוכלוסייה, נדגו תציפות בלתי תלויות מהאוכלוסייה וחישבו את הממוצע שלהם. מהי טעות התקן?
- סטיית התקן של האוכלוסייה.
 - סטיית התקן של ממוצע האוכלוסייה.
 - סטיית התקן של המדגם.
 - סטיית התקן של ממוצע המדגם.

6) משקל הממוצע של אוכלוסייה מסוימת הוא 75 ק"ג עם שונות של 25 .
 אם יבחרו כל המדגמים האפשריים בגודל 10 מאוכלוסייה זו סטיית התקן של ממוצעי המדגמים תהיה :

- .א. 3.
- .ב. 2.5
- .ג. 1.581
- .ד. אין מספיק נתונים לדעת.

7) במדגם מקרי, متى סכום ריבועי הסטיות מהממוצע, $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$, מחולק ב- $n-1$?
 א. כאשר n קטן.
 ב. כאשר תצפיות המדגם אינן בלתי תלויות.
 ג. כאשר האוכלוסייה אינה מתפלגת נורמללית.
 ד. כאשר מעוניינים באומד חסר הטיה לשונות האוכלוסייה ממנה הוצאה המדגם.
 ה. כאשר מעוניינים לחשב את שונות התפלגות הדגימה של ממוצע המדגם.

8) מדגם מקרי מתוך אוכלוסייה בעלת ממוצע μ לא ידוע ושונות : $64 = \sigma^2$. טעות התקן של האומד ל- μ היא :

- .א. 16.
- .ב. 8.
- .ג. 4.
- .ד. 2.

9) מהו אומד חסר הטיה?
 א. אומד שערכו שווה לממוצע התפלגות הדגימה שלו.
 ב. אומד שערכו שווה לערך הפרטר באוכלוסייה.
 ג. אומד שממוצע התפלגות הדגימה שלו שווה לערך הפרטר באוכלוסייה.
 ד. אומד שהסיכוי שערכו יהיה גבוה מערך הפרטר באוכלוסייה שווה לשיכוי שהוא נזוק ממנו.

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.25 ב. 0.019 ג. 0.24 ד. 0.01
- (2) א. אוכלוסייה: מקרים של יצרן, תוחלת: 2400, סטיית תקן: 500.
 .58 .2342 ג. ב. 100
- (3) א. 0.4.ג ב. 64.1 ג. 177.9
- (4) א. 3.16.ב ב. 8.1
- (5) ד.
- (6) ג.
- (7) ד.
- (8) ד.
- (9) ג.