

אינפי 2 למדעי המחשב

פרק 51 - חישובון דיפרנציאלי - חילוק פולינומיים ופתרון משוואות
פולינומיאליות

תוכן העניינים

- 1 חילוק פולינומיים
- 2 פתרון משוואות

חילוק פולינומיים:

סיכום כללי:

בחילוק פולינום $p(x)$ בפולינום $q(x)$ (נכתב: $\overline{p(x)}|q(x)$) יש לבצע 4 שלבים:

- 1) חלוקת האיבר במעלה הגדולה ביותר של $p(x)$ באיבר במעלה הגדולה ביותר של $q(x)$.
- 2) רישום תוצאה החילוק בצד והכפלתה בכל הפולינום המחלק $q(x)$.
- 3) חיסור של תוצאה ההכפלה בפולינום המחלק $p(x)$.
- 4) חוזרת לשלב הראשון כאשר מבצעים את חילוק האיבר במעלה הגדולה ביותר של $q(x)$ בתוצאה החיסור.

התהליך מסתיים כאשר לא ניתן לחלק עוד. במידה ותוצאה האחרון מנגינה ביטוי שמעלתו קטנה משל האיבר המחלק ב- $q(x)$ אז נקבע לביטוי זה כאל שארית החלוקה.

שאלות:

בצע את חילוק הפולינומיים הבאים:

$$\frac{x^3 + x^2 + 3x - 5}{x-1} \quad (2)$$

$$\frac{x^3 - 4x^2 + 9}{x-3} \quad (4)$$

$$\frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x-1} \quad (6)$$

$$\frac{4x^2 + x - 1}{x-2} \quad (8)$$

$$\frac{x^2 - 5x - 14}{x+2} \quad (1)$$

$$\frac{x^4 + x^3 - x^2 + 14x - 3}{x+3} \quad (3)$$

$$\frac{x^3 + 5x^2 - 4x - 20}{x+5} \quad (5)$$

$$\frac{4x^4 + 6x^3 + 31x^2 + 99x + 10}{x^2 - x + 10} \quad (7)$$

תשובות סופיות:

$$x^2 - x - 3 \quad (4) \quad x^3 - 2x^2 + 5x - 1 \quad (3) \quad x^2 + 2x + 5 \quad (2) \quad x - 7 \quad (1)$$

$$4x + 9 + \frac{17}{x-2} \quad (8) \quad 4x^2 + 10x + 1 \quad (7) \quad x^2 + 1 \quad (6) \quad x^2 - 4 \quad (5)$$

פתרונות המשוואות:**סיכום כללי:****משפטים כלליים:**

- לכל משוואה פולינומיאלית ממעלה n יש בדיקת n שורשים.
- אם לפולינום שורש מרוכב $a+bi$ אז גם המספר הצמוד $a-bi$ הוא שורש שלו.
- יהיו $p(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \dots + a_1x + a_0$ פולינום שכל מקדמיו מספרים שלמים. אם לפולינום שורש שהוא מספרשלם, אז הוא מחלק את האיבר החופשי a_0 .
- אם $x=a$ שורש של פולינום $(x)p$, אז הפולינום $p(x)$ מחלק ב- $x-a$ ללא שארית.
- אם $p(x)$ פולינום ואם $p'(a)=0$ וגם $p(a)=0$ אז $x=a$ הוא שורש כפול.

שאלות:**פתרו את המשוואות הבאות :**

$$k^3 + 2k^2 - 3k + 20 = 0 \quad (2) \qquad k^4 + 3k^3 - 15k^2 - 19k + 30 = 0 \quad (1)$$

$$k^3 - 6k^2 + 12k - 8 = 0 \quad (4) \qquad k^5 + 3k^4 + 2k^3 - 2k^2 - 3k - 1 = 0 \quad (3)$$

$$k^3 - k^2 + k - 1 = 0 \quad (6) \qquad k^6 - 3k^4 + 3k^2 - 1 = 0 \quad (5)$$

$$k^4 - 3k^3 + 6k^2 - 12k + 8 = 0 \quad (7)$$

תשובות סופיות:

$$k_1 = -4, k_{2,3} = 1 \pm 2i \quad (2) \qquad k_1 = 1, k_2 = -2, k_3 = 3, k_4 = -5 \quad (1)$$

$$k_1 = 2, k_2 = 2, k_3 = 2 \quad (4) \qquad k_1 = 1, k_2 = -1, k_3 = -1, k_4 = -1, k_5 = -1 \quad (3)$$

$$k_1 = 1, k_{2,3} = \pm i \quad (6) \qquad k_1 = 1, k_2 = -1, k_3 = 1, k_4 = -1, k_5 = 1, k_6 = -1 \quad (5)$$

$$k_1 = 1, k_2 = 2, k_{3,4} = \pm 2i \quad (7)$$