

## סטודנטים יקרים

לפניכם ספר תרגילים בקורס פיזיקה 1. הספר הוא חלק מקורס חדשני וראשון מסוגו בארץ בנושא זה, המועבר ברשת האינטרנט On-line.

הקורס באתר כולל פתרונות מלאים לספר התרגילים, וכן את התיאוריה הרלוונטית לכל נושא ונושא. הקורס כולו מוגש בסרטוני וידאו המלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. לצפיה בשיעור לדוגמה יש להיכנס לעמוד הקורס.

את הקורס בנו מני גבאי ויונתן גילאון, מרצים מבוקשים במוסדות אקדמיים שונים ובעלי ניסיון עתיר בהוראת המקצוע.

אז אם אתם עסוקים מידי בעבודה, סובלים מלקויות למידה, רוצים להצטיין או פשוט אוהבים ללמוד בשקט בבית, אנחנו מזמינים אתכם לחוויית לימודים יוצאת דופן וחדשה לחלוטין. הכנסו עכשיו לאתר [www.gool.co.il](http://www.gool.co.il).

אנו מאחלים לכם הצלחה מלאה בבחינות,  
צוות האתר

## תוכן עניינים

3	פרק 1 – מבוא מתמטי
4	פרק 2 - וקטורים
11	פרק 3 - קינמטיקה
19	פרק 4 - תנועה יחסית
20	פרק 5 - דינמיקה
29	פרק 6 - תנועה מעגלית
33	פרק 7 - קואורדינטות פולריות
34	פרק 8 - כוחות מדומים
39	פרק 9 - כוח גרר וכוח ציפה
40	פרק 10 - עבודה ואנרגיה
48	פרק 11 - מתקף ותנע
56	פרק 12 - מסה משתנה
60	פרק 13 - מרכז מסה
64	פרק 14 - מומנט התמד
67	פרק 15 מומנט כוח
71	פרק 16 - תנע זוויתי
73	פרק 17 - גוף קשיח (תנע זוויתי)
83	פרק 18 - תנועה הרמונית
92	פרק 19 – כבידה וכוח מרכזי
94	פרק 20 - יחסות פרטית
101	פרק 21 - הידרו-סטטיקה והידרו-דינמיקה
103	פרק 22 – תרגילים ברמת מבחן
108	פרק 23 - תרמודינמיקה

## פרק 1 – מבוא מתמטי

מעברי יחידות

(1) מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון:  $A = 2\text{km}$ ,  $B = 10\text{gr}$ .

מצא את  $C = A \cdot B$  ביחידות של m.k.s.

(2) מעברים של יחידות לא בסיסיות

נתון:  $A = 2\text{m}^2$ ,  $B = 3\text{gr}$ ,  $C = 5\text{cm} \cdot \text{s}$ .

חשב את הגדלים הבאים ביחידות של m.k.s.:

א.  $D = 2 \cdot A$

ב.  $E = \frac{5 \cdot B \cdot C}{A}$

(3) סנטימטר בשלישית

הבע את הערכים הנ"ל ביחידות של  $\text{cm}^3$ .

א.  $5 \cdot 2\text{m}^3$

ב.  $320\text{mm}^3$

ג.  $0.0054\text{km}^3$

(4) ליטר

הבע את הגדלים הבאים ב-Liter:

א.  $5\text{m}^3$

ב.  $5\text{mm}^3$

תשובות סופיות:

(5)  $20\text{m} \cdot \text{kg}$

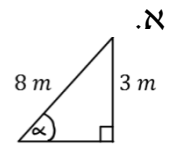
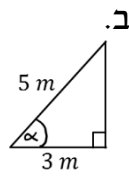
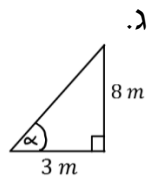
(6) א.  $4\text{m}^2$  ב.  $37.5 \cdot 10^{-5} \frac{\text{sec} \cdot \text{kg}}{\text{m}}$

(7) א.  $5.2 \cdot 10^6 \text{cm}^3$  ב.  $0.32\text{cm}^3$  ג.  $5.4 \cdot 10^{12} \text{cm}^3$

(8) א.  $5 \cdot 10^3 \text{Liter}$  ב.

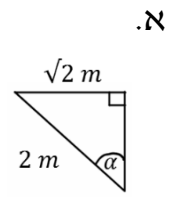
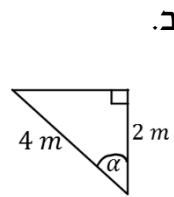
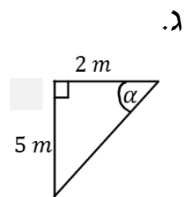
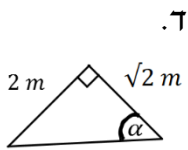
**(9) חישוב אלפא**

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים :



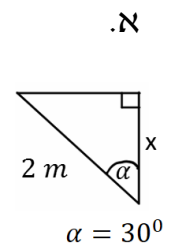
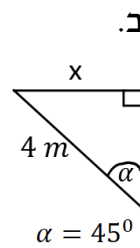
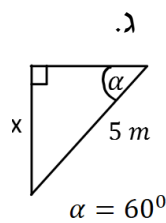
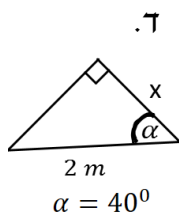
**(10) משולשים שמסורטטים אחרת**

חשב את הזווית אלפא במקרים הבאים :



**(11) מציאת ניצבים**

חשב את  $x$  במקרים הבאים :



תשובות סופיות:

- (1) א.  $\alpha = 22^\circ$     ב.  $\alpha = 53^\circ$     ג.  $\alpha = 69^\circ$
- (2) א.  $\alpha = 45^\circ$     ב.  $\alpha = 60^\circ$  ;    ג.  $\alpha = 68.2^\circ$     ד.  $\alpha = 55^\circ$
- (3) א.  $\sqrt{3m}$     ב.  $2\sqrt{2m}$     ג.  $\frac{5\sqrt{3m}}{2}$     ד.  $1.53m$

נגזרות ואינטגרלים בסיסיים

1.2 דוגמה 1

חשב את הנגזרות הבאות

$$y = 5x^4 \quad \frac{dy}{dx} = ? \quad (\text{א})$$

$$y = ax^5 \quad \frac{dy}{dx} = ? \quad (\text{ב})$$

$$y = 5x + 2x^{18} \quad \frac{dy}{dx} = ? \quad (\text{ג})$$

$$f(x) = 8x^2 + 2 \quad \frac{df}{dx} = ? \quad (\text{ד})$$

$$y = 6t^2 \quad \frac{dy}{dt} = ? \quad (\text{ה})$$

$$x = 5t^3 \quad \frac{dx}{dt} = ? \quad (\text{ו})$$

$$x = 5t^4 + t^3 + 4 \quad \frac{dx}{dt} = ? \quad (\text{ז})$$

$$f(t) = At^6 + Bt + C \quad \frac{df}{dt} = ? \quad (\text{ח})$$

1.4 דוגמה 2

$$y = (5x^4 + 2)(5x + 2x^{18}) \quad \frac{dy}{dx} = ? \quad (\text{א})$$

$$y = Ax^5(B + Cx^3) \quad \frac{dy}{dx} = ? \quad (\text{ב})$$

$$y = 5x + 2x^2(4x + 5x^5) \quad \frac{dy}{dx} = ? \quad (\text{ג})$$

$$y = (5t^2 + 1)(2t + 27 + 5t^3) \quad \frac{dy}{dt} = ? \quad (\text{ד})$$

$$x = (2t^3 + 7)(4t + 3 + 6t^2) \quad \frac{dx}{dt} = ? \quad (\text{ה})$$

## 1.6 נגזרת פנימית וכלל שרשרת

$$y = (t^2 + 2t)^6$$

$$\frac{dy}{dt} = ?$$

## 1.7 דוגמה 3 – נגזרת פנימית

$$y = (x + 2)^4$$

$$\frac{dy}{dx} = (\text{א})$$

$$y = 5(8x^2 + x)^5$$

$$\frac{dy}{dx} = (\text{ב})$$

$$y = 5t + 2(5t^4 + 4)^{14}$$

$$\frac{dy}{dx} = (\text{ג})$$

$$f(t) = 8(5t^4 + t^3 + 4)^2 + 2$$

$$\frac{df}{dt} = (\text{ד})$$

## 1.8 דוגמה 4 – כלל שרשרת

$$y = (x + 2)^4, x = 2t$$

$$\frac{dy}{dt} = ? (\text{א})$$

$$+4y = 5(8x^2 + x)^5, x = 5t^4$$

$$\frac{dy}{dt} = ? (\text{ב})$$

$$, x = 3t^2 + ty = 5x + 2(5x^4 + 4)^{14},$$

$$\frac{dy}{dt} = ? (\text{ג})$$

$$y = x^2, x = t^2$$

$$\frac{dy}{dt} = ? (\text{ד})$$

## 2.2 דוגמה 1- אינטגרליים בסיסיים

א)  $\int x^7 dx$

ב)  $\int x dx$

ג)  $\int dx$

ד)  $\int 3 dx$

ה)  $\int 7x^4 dx$

ו)  $\int (5x^2 + 3) dx$

ז)  $\int (8x^7 + 5x) dx$

ח)  $\int Ax^7 dx$

ט)  $\int (Ax^7 + Bx) dx$

## 2.4 דוגמה 2- אינטגרל מסוים

חשב את האינטגרלים הבאים

א)  $\int_0^2 x^5 dx$

ב)  $\int_1^5 4 dx$

ג)  $\int_{-1}^3 7x^4 dx$

ד)  $\int_0^4 (2x^2 + 4) dx$

ה)  $\int_{-1}^2 (Ax^7 + Bx) dx$

## 2.7 דוגמה 3- אינטגרל של פונקציות נוספות

חשב את האינטגרלים הבאים

א)  $\int_0^\pi \sin x dx$

ב)  $\int_0^\pi \cos(2x) dx$

ג)  $\int e^{3x} dx$

ד)  $\int_0^5 2e^{-3x} dx$

ה)  $\int_3^5 \frac{1}{x} dx$

ו)  $\int \frac{1}{x^2} dx$

ז)  $\int e^{ax} dx$

אינטגרל כפול ומשולש

### 1 דוגמה – משולש

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_1^2 \int_0^2 \int_0^3 (zx^2 + 3y) dy dx dz$$

### 1 דוגמה

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_0^3 \int_0^2 3 \cdot x^3 y^2 dx dy$$

### 2 דוגמה

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_1^2 \int_0^3 (x^2 + 2y) dx dy$$

### דוגמה 3

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_0^2 \int_1^3 (x^2 + y) dy dx$$

### דוגמה 4

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_0^1 \int_0^2 x \cdot z^2 dx dz$$

### דוגמה 5

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_1^5 \int_0^4 2 \cdot y^3 dy dz$$

### דוגמה 6

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 r^2 dr d\theta$$

### דוגמה 7

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_a^b \int_0^c 4 \cdot x^2 y dx dy$$

### דוגמה 8

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_a^b \int_0^c (4z + r^2) dr dz$$

### דוגמה 9

פתור את האינטגרל הבא כאשר a פרמטר קבוע:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4a \cdot r^2 dr d\theta$$



## דוגמה 10

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R 4yr^2 dr d\theta$$

## דוגמה 11

פתור את האינטגרל הבא:

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

קואורדינטות ואלמנטים דיפרנציאליים

### חישוב שטח מעגל

חשב שטח דיסקה בעלת רדיוס R (שטח מעגל) באמצעות אינטגרל על אלמנט שטח בקואורדינטות פולריות.

### חישוב נפח גליל

חשב נפח גליל באמצעות אינטגרל על אלמנט נפח בקואורדינטות גליליות.

### צפיפות

### דיסקה עם חור

מצא את הצפיפות של דיסקה בעלת רדיוס R ומסה M. בדיסקה קדחו חור ברדיוס r. מצא את המסה שהוצאה מהדיסקה.

**מוט עם צפיפות לא אחידה**

חשב את המסה הכוללת של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \lambda_0 \frac{x}{L}$  כאשר  $X$  הוא המרחק מהקצה המשאלי של המוט ו- $L, \lambda_0$  נתונים קבועים.

**חשבון דיפרנציאלי**

**נגזרת סתומה\*\***

נתונה הפונקציה הבאה:

$$f(x, y) = y^{\sin x} + 6y + e^{x^2+y^2} = 0$$

מצא את:

$$\frac{dy}{dx}$$

**אלמנט אורך בהחלפת קואורדינטות\*\***

נתונות קואורדינטות חדשות:

$$r' = \frac{1}{r^{2'}}$$

$$\theta' = \frac{1}{2} = \theta$$

כאשר  $r$  ו- $\theta$  הם הקואורדינטות הפולריות.

מצא את גודלו של אלמנט אורך  $dl$  כפונקציה של הקואורדינטות החדשות.

**פרק 2 – וקטורים-**

**הגדרות ופעולות בסיסיות**

**וקטור בין שתי נקודות**

הוקטור  $\vec{A}$  הוא וקטור מהנקודה  $(x_1, y_1, z_1)$  אל הנקודה  $(x_2, y_2, z_2)$ .  
רשום ביטוי לרכיבים של הוקטור ומצא את גודלו

תשובות:

$$\vec{A} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

**מכפלה סקלרית**

**וקטורי יחידה**

מכפלה וקטורית בדו מימד

מכפלה וקטורית בשלושה מימדים

### מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A}(1, 2), \vec{B}(1, -3), \vec{C}(-1, 2, -2), \vec{D}(2, 0, 1)$

א. מצא את  $\vec{A} \cdot \vec{B}$

ב. מצא את  $\vec{A} \times \vec{B}$

ג. מצא את  $\vec{C} \times \vec{D}$

תשובה:

א. -5      ב.  $-5\hat{z}$       ג.  $2\hat{x} + 5\hat{y} - 4\hat{z}$

### מקבילון

נתונים הוקטורים הבאים:

$$\vec{a} = 2\hat{x} - 3\hat{y} + \hat{z}, \vec{b} = \hat{x} + 2\hat{y} - \hat{z}, \vec{c} = 2\hat{x} - \hat{y}$$

מרכיבים מהוקטורים  $\vec{a}$  ו- $\vec{b}$  מקבילית ובוכרים את ראשית הצירים בקודקוד המקבילית (הנח כל היחידות בסי"מ).

א. מצאו את מיקומו של הקודקוד שמול הקודקוד שבראשית הצירים.

ב. מצאו את אורכי האלכסונים של המקבילית

ג. מצאו את שטח המקבילית.

ד. יוצרים מקבילון על ידי הוספת הוקטור  $\vec{c}$  למקבילית. חשבו את גובה המקבילון

המאונך למקבילית. רמז: השתמש ב- $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$

י/ק/ל

א)  $(3, -1, 0)$

ב)  $\sqrt{10} \text{ c.m.}, \sqrt{30} \text{ c.m.}$

ג)  $\sqrt{59} \text{ c.m.}^2$

ד)  $0.13 \text{ c.m.}$

תרגיל חישוב גרדיאנט  
נתונה פונקציית המיקום f.

$$f(\vec{r}) = f(x, y, z) = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}$$

חשב את גרדיאנט של הפונקציה f.

תשובה:

$$\vec{\nabla} f = \frac{-xz\vec{x} - yz\vec{y} + (x^2 + y^2)\vec{z}}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

### פרק 3 – קינמטיקה

תנועה בקו ישר (מימד אחד)

#### (1) דני ודנה רצים זה לקראת זה

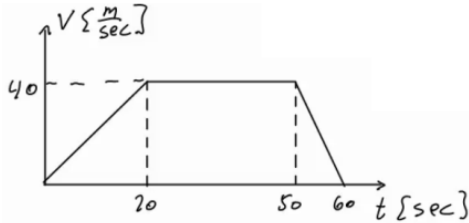
דני ודנה רצים זה לקראת זה. שניהם מתחילים לרוץ ממנוחה. דני רץ בתאוצה של 0.5 מטר לשנייה בריבוע ודנה בתאוצה של 1 מטר לשנייה בריבוע. המרחק ההתחלתי ביניהם הוא 50 מטר.  
א. מתי והיכן יפגשו דני ודנה?  
ב. מה מהירות כל אחד מהם ברגע המפגש?

#### (2) דני שכח את הטלפון

דני רץ בקו ישר במהירות קבועה שגודלה 14 מטר לשנייה. ברגע מסוים מבחין יוסי כי דני שכח את הפלאפון שלו. באותו רגע נמצא דני כבר במרחק של 64 מטר מיוסי. יוסי מתחיל לרוץ אחר דני ממנוחה בתאוצה קבועה של 8 מטר לשנייה בריבוע.  
א. מצא ביטוי למהירות כתלות בזמן עבור דני ויוסי.  
שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.  
ב. מתי מהירותו של יוסי שווה לזו של דני? האם הוא משיג את דני ברגע זה?

- ג. מצא ביטוי למיקום כתלות בזמן עבור דני ויוסי.  
 שרטט גרפים עבור שני הביטויים שמצאת על אותה מערכת צירים.  
 ד. מתי ישיג יוסי את דני? כמה מרחק עבר יוסי עד אז?

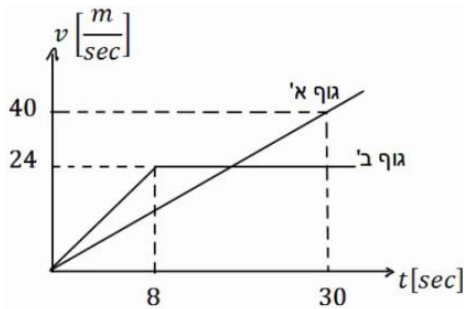
**(3) גרף מהירות של אופנוע בזמן**



בגרף הבא נתונה מהירותו של אופנוע כתלות בזמן. האופנוע נע על קו ישר. קבע את ראשית הצירים במיקום ההתחלתי של האופנוע.

- א. תאר את סוג התנועה של האופנוע בכל אחד מקטעי התנועה.  
 ב. מצא את תאוצת האופנוע כתלות בזמן.  
 ג. מהי מהירות האופנוע ברגעים  $t = 15, 40, 55$ ?  
 ד. מצא את מיקום האופנוע באותם רגעים של סעיף ג'.

**(4) גרף מהירויות של שני גופים**

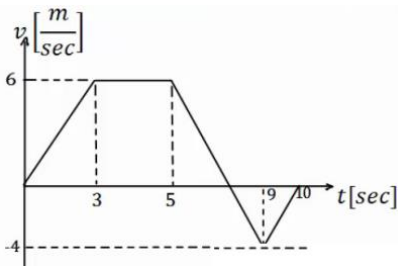


בגרף הבא מתוארות המהירויות של שני גופים, כתלות בזמן. הנח ששני הגופים נעים לאורך קו ישר ויוצאים מהראשית.

- א. תאר את תנועתו של כל גוף.  
 ב. רשום נוסחת מקום זמן לכל גוף.  
 ג. מצא את המרחק בין הגופים ברגעים  $t = 3 \text{ sec}, 24 \text{ sec}$ , וציין מי מקדים את מי.  
 ד. מתי מהירויות שני הגופים שוות?  
 ה. מתי מיקום שני הגופים זהה?

**(5) תרגיל עם הכל**

הגרף הבא מתאר את מהירותו של גוף הנע בקו ישר. הנח שהגוף מתחיל את תנועתו מהראשית. הגוף נע במשך 10 שניות ונעצר.



- א. תאר את התנועה של הגוף במילים. חשב ושרטט גרף של התאוצה כתלות בזמן של הגוף.  
 ב. מתי נמצא הגוף במרחק הגדול ביותר (בכיוון החיובי) מהראשית? מהו מרחק זה?  
 ג. מהו המרחק הכולל שעבר הגוף?  
 ד. מהו ההעתק הכולל שעשה הגוף?  
 ה. מהי המהירות הממוצעת של הגוף בתנועה?  
 ו. מהו מרחק הגוף מהראשית ב-  $t = 6 \text{ sec}$ ?  
 ז. מתי נמצא הגוף במרחק 12 מטרים מהראשית?  
 ח. שרטט גרף של מיקומו של הגוף כתלות בזמן. אין צורך לסמן ערכים בציר האנכי של הגרף.

**(6) תפוח עץ**

תפוח נופל מעץ מגובה של 15 מטרים  
(הנח שהתפוח נופל ממנוחה והזנח את התנגדות האוויר).

- א. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בקרקע.
- ב. מצא את המהירות בה יפגע התפוח בראשו של ניו היושב מתחת לעץ.
- הנח שגובה הראש של ניוטון בישיבה הוא 1 מטר.

**(7) חסידה מביאה חבילה**

חסידה מפילה חבילה מגובה של 320 מטרים.

- א. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה הרביעית של תנועתה.
- ב. מצא את ההעתק שמבצעת החבילה בשניה האחרונה של תנועתה.

**(8) דני זורק כדור מחלון גבוה**

דני זורק כדור כלפי מעלה מחלון ביתו הנמצא בגובה 105 מטרים מעל הקרקע (בניין גבוה). מהירות הכדור ישר אחרי הזריקה היא 20 מטר לשניה.

סמן את כיוון הציר החיובי כלפי מעלה ואת ראשית הצירים בנקודת הזריקה.

- א. רשום נוסחאות מקום-זמן ומהירות-זמן עבור הכדור.
- ב. הכן טבלה ורשום בה את הערכים של המיקום והמהירות ב-6 השניות הראשונות.
- ג. צייר את מיקום הכדור בכל שנייה ב-6 השניות.
- ד. מתי יפגע הכדור בקרקע?
- ה. חזור על סעיפים א' ו-ד' במקרה שבו ראשית הצירים בקרקע.

**(9) גוף נזרק אנכית מגג בניין**

גוף נזרק אנכית כלפי מעלה מגג בניין שגובהו 40 מטר.

מהירותו ההתחלתית של הגוף היא 30 מטר לשניה.

בחר ציר  $y$ , שראשיתו בקרקע וכיוונו החיובי כלפי מעלה.

- א. רשום את הפונקציות: מקום-זמן, מהירות-זמן ותאוצה-זמן, של הגוף.
- ב. ערוך טבלה של מהירותו ומיקומו בזמנים:  $t = 0, 1, 2, 3, 4, 5 \text{ sec}$ .
- ג. שרטט גרפים עבור שלושת הפונקציות שחישבת בסעיף א'.

**(10) כדור נזרק מלמעלה וגוף נזרק מלמטה**

כדור נזרק כלפי מטה מראש בניין שגובהו 80 מטר.

מהירותו ההתחלתית של הכדור היא 15 מטר לשניה.

באותו הרגע, נזרק גוף שני מתחתית הבניין כלפי מעלה.

מהירותו ההתחלתית של הגוף השני היא 40 מטר לשניה.

- א. רשום נוסחת מקום-זמן עבור כל גוף.
- ב. האם הגוף השני יעבור את גובה הבניין?
- ג. היכן ביחס לרצפת הבניין יחלפו הגופים אחד ליד השני?
- ד. רשום נוסחת מהירות-זמן לכל גוף.
- ה. מה תהיה מהירות כל גוף ברגע המפגש?

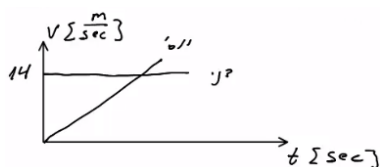
- ו. מהי מהירות הפגיעה בקרקע של כל גוף?
- ז. שרטט גרף מהירות-זמן וגרף מיקום-זמן לכל גוף.

תשובה:

1 א. הזמן:  $t = 8.16 \text{ sec}$ , המיקום:  $16.65 \text{ m}$ .

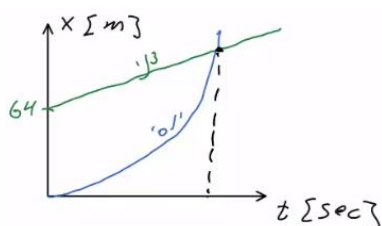
ב.  $V_{Dana}(t = 8.16) = -8.16 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V_{Dani}(t = 8.16) = 4.08 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

2 א. דני -  $V(t) = 14 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$  - יוסי -  $V(t) = 8t$ ; גרף:



ב.  $t = 1.75 \text{ sec}$ ; לא.

ג. דני -  $x(t) = 64 + 14t$  - יוסי -  $x(t) = 4t^2$ . גרף:



ד. ב-  $t = 6.12$ , המרחק:  $149.82 \text{ m}$ .

3 א. כאשר  $0 \leq t \leq 20$  (חלק I), התאוצה החיובית וקבועה, והמיקום הולך וגדל.

כאשר  $20 \leq t \leq 50$  (חלק II), המהירות קבועה (אין תאוצה) והמיקום גדל.

כאשר  $50 \leq t \leq 60$  (חלק III), התאוצה קבועה

ושלילית - תאוטה - והמיקום הולך וגדל.

$$a = \begin{cases} 2 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 0 < t < 20 \\ 0 & 20 < t < 50 \\ -4 \frac{\text{m}}{\text{sec}^2} & 50 < t < 60 \end{cases} \text{ ב.}$$

ג.  $V(t = 15) = 30 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V(t = 40) = 40 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $V(t = 55) = 20 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

ד.  $x(t = 15) = 225 \text{ m}$ ,  $x(t = 40) = 1,200 \text{ m}$ ,  $x(t = 55) = 1,750 \text{ m}$

4 א. גוף א': תנועה בתאוצה קבועה, האצה. ההתקדמות בכיוון חיובי.

גוף ב': כאשר  $0 < t < 8$ , כמו גוף א'. כאשר  $8 \leq t$ ,

תנועה במהירות קבועה בכיוון חיובי.

ב. גוף א':  $\frac{2}{3}t^2$ , גוף ב': כאשר  $0 \leq t \leq 8$ , כמו גוף א'.

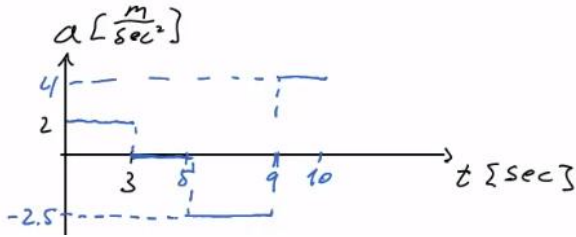
כאשר  $8 \leq t < \infty$ ,  $x(t) = 96 + 24(t - 8)$

ג. כש-  $\Delta x(t = 3) = 7.5 \text{ m}$  וכש-  $\Delta x(t = 24) = 96 \text{ m}$ . גוף ב' מקדים את א'.

ד.  $t = 18 \text{ sec}$  ה. כש-  $t = 31.42 \text{ sec}$ .



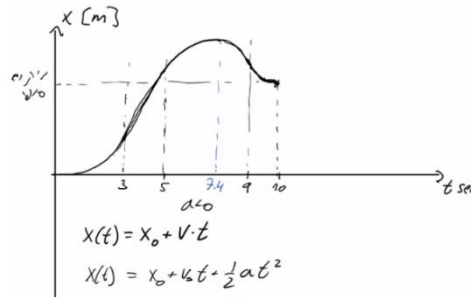
- 5) א. כאשר  $0 \leq t \leq 3$  (חלק I), תאוצה קבועה, האצה והתקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $3 \leq t \leq 5$  (חלק II), תנועה במהירות קבועה, התקדמות בכיוון החיובי.  
 כאשר  $5 \leq t \leq 9$  (חלק III), תאוצה קבועה שלילית.  
 תאוטה עד אשר המהירות מתאפסת, ואז מתחילה האצה בכיוון הנגדי.  
 התקדמות בכיוון החיובי עד שהמהירות מתאפסת ואז מתחילים לחזור בכיוון הנגדי.  
 כאשר  $9 \leq t \leq 10$ , תאוצה חיובית, תאוטה. התקדמות בכיוון הנגדי.



גרף:  $a = \begin{cases} 2 \frac{m}{sec^2} & 0 < t < 3 \\ 0 & 3 < t < 5 \\ -2.5 \frac{m}{sec^2} & 5 < t < 9 \\ 4 \frac{m}{sec^2} & 9 < t < 10 \end{cases}$  ב.

ג. בזמן: 7.4sec; המרחק: 28.2m.

ד.  $S = 33.4m$  ה.  $\Delta x = 23m$  ו.  $\bar{V} = 2.3 \frac{m}{sec}$  ז.  $\Delta x = x(t=6) = 25.75m$

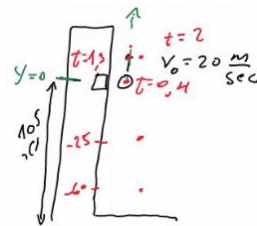


ח.  $t = 3.5sec$  ט.

6) א.  $17.32 \frac{m}{sec}$  ב.  $V_F \approx 16.73$

7) א. 80m ב.  $40 \frac{m}{sec}$

8) א. מקום-זמן:  $y(t) = 20 - 10t$ ,  $y(t) = 20t - 5t^2$  ב.



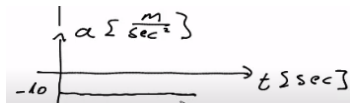
ג. ד. 7sec ה. (א) מקום-זמן:  $y(t) = 105 + 20t - 5t^2$

מהירות-זמן:  $V(t) = 20 - 10t$

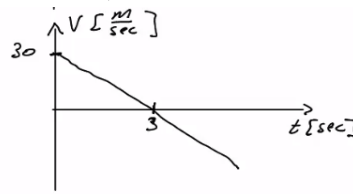
(ד) 7sec

9 א. מקום-זמן:  $y(t) = 40 + 30t - 5t^2$ , מהירות-זמן:  $v(t) = 30 - 10t$ , תאוצה-זמן:  $a = -10$  ב.

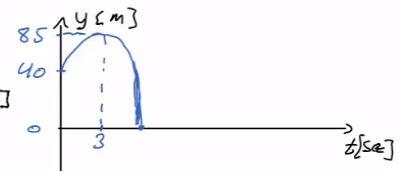
תאוצה-זמן:



מהירות-זמן:



ג. מקום-זמן:



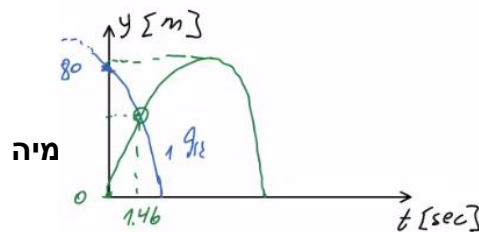
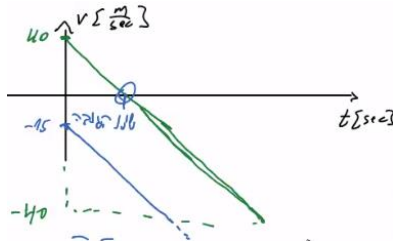
10 א. גוף 1 - כדור:  $y_1(t) = 80 + (-15)t - 5t^2$ , גוף 2 - ריבוע:  $y_2(t) = 40t - 5t^2$ .

ב. יגיע בדיוק לגובהו. ג. 47.74m ד. גוף 1:  $v_1(t) = -15 - 10t$ , גוף 2:  $v_2(t) = 40 - 10t$ .

ה. גוף 1:  $-29.6 \frac{m}{sec}$ , גוף 2:  $25.4 \frac{m}{sec}$ . ו. גוף 1:  $-42.72 \frac{m}{sec}$ , גוף 2:  $-40 \frac{m}{sec}$ .

מהירות-זמן

ז. מיקום-זמן (גוף 1 בכחול, גוף 2 בירוק)



---רמת אקדמיה---

מהירות כנגזרת של פולינום

$x(t) = 2t^3 - 12t + 30$  כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.

א. מצאו את המהירות כתלות בזמן.

ב. מתי הגוף נעצר?

נעצר

$$V = 6t^2 - 12$$

$$t = \sqrt{2} \text{ sec}$$

תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת

מיקומו של גוף הנע בקו ישר נתון לפי:

$$x(t) = 32te^{-t}$$

א) מצא את הזמן בו הגוף נעצר.

ב) מצא את מרחק הגוף ברגע זה מהראשית.

תרגיל-תנועה בקו ישר, מהירות כנגזרת ותאוצה

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי:

$$x(t) = -2t^3 + 6t + 3$$

כאשר הזמן בשניות והמיקום במטרים.

א. מצאו את המהירות כתלות בזמן ואת הרגע בו הגוף נעצר.

ב. מהו המרחק המקסימאלי אליו הגיע הגוף?

ג. מהי תאוצת הגוף?

נעצר

$$1) \quad v(t) = -6t^2 + 6$$

$$-12t = 1 \text{ sec}$$

$$2) \quad x_{max} = 7 \text{ m}$$

$$3) \quad a = -12 \text{ t}$$

תרגיל-תאוצה מפוצלת

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה ונע בקו ישר. תאוצת הגוף תלויה בזמן ונתונה לפי:

$$a(t) = \begin{cases} t[m/s^2], & 0 \leq t \leq 3[sec] \\ 5 - t[m/s^2], & 3 < t[sec] \end{cases}$$

תנועת הגוף נמשכת עד לרגע בו הוא עוצר.

- מהי מהירות הגוף בזמן?
- מהי המהירות המרבית של הגוף במהלך התנועה?
- מתי עוצר הגוף?
- איזה מרחק (העתק) הוא עובר עד לעצירה?

### מהירות מינימלית

גוף נע בקו ישר ומיקומו כתלות בזמן נתון לפי  $x(t) = \alpha t^3 - \beta t^2 + \gamma t$  כל היחידות סטנדרטיות (מיקום במטר וזמן בשניות).

- מהן היחידות של  $\alpha, \beta, \gamma$ ?
- מהו מיקום הגוף ב  $t = 0$ ?
- מצאו את המהירות ההתחלתית של הגוף.
- מצאו מהי התאוצה ההתחלתית של הגוף.
- חשבו את המהירות המינימלית של הגוף כפונקציה של הקבועים בבעיה ומצאו מה התנאי שצריכים למלא הקבועים על מנת שאכן תהיה מהירות מינימלית.

נכונה

- $\alpha = \frac{m}{sec^3}, \beta = \frac{m}{sec^2}, \gamma = \frac{m}{sec}$
- 0
- $\gamma$
- $-2\beta$
- $-\frac{\beta^2}{3\alpha} + \gamma, \alpha > 0$

### ילד זורק כדור בקפיצה\*

ילד מנסה לזרוק כדור לתקרה של הכיתה אך אינו מצליח להגיע עד לתקרה. המורה לפיזיקה שהבחין בניסיונותיו של הילד הציע לילד שיזרוק את הכדור תוך כדי קפיצה בכיוון מעלה.  
 א. האם המורה צודק? לאיזה גובה יגיע הכדור אם הילד קופץ ומיד זורק את הכדור כלפי מעלה? הניחו שמהירות הקפיצה של הילד היא  $v_1$  ומהירות הזריקה של הכדור  $v_2$  ביחס לילד היא אותו הדבר. הניחו שזריקת הכדור לא משפיעה על הילד.  
 ב. בטאו את ההעתק של הילד ושל הכדור כפונקציה של הזמן בו הילד זורק את הכדור.

תשובות

- $\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g}$  , הזיכה בזמן ,
- $\frac{v_1^2}{2g}$  , הזיכה בזמן ,  $\frac{(v_1 + v_2)^2}{2g} - v_2 t_0$

### אדם משחרר כדור מתוך מעלית\*

מעלית עולה מגובה הקרקע במהירות קבועה. בזמן  $T_1$ , אדם הנמצא במעלית משחרר כדור מתוך המעלית דרך חור שברצפת המעלית. הכדור מגיע לקרקע כעבור  $T_2$  שניות. מצאו את גובה המעלית  $h$  בזמן  $T_1$ . נתונים  $T_1$  ו-  $T_2$ .

תשובה:

$$h = \frac{gT_2^2}{2\left(1 + \frac{T_2}{T_1}\right)}$$

### כמה זמן הרכבת נסעה במהירות קבועה\*

רכבת יוצאת מיישוב א אל יישוב ב. בשליש הראשון של הדרך הרכבת מאיצה בתאוצה קבועה. בשליש השני של הדרך הרכבת נוסעת במהירות קבועה. בשליש האחרון של הדרך הרכבת מאטה בקצב קבוע עד לעצירתה ביישוב ב. זמן הנסיעה הכולל הוא  $T$ . כמה זמן נסעה הרכבת במהירות קבועה?

תשובה:  $T/5$

### זמן מינימלי לסיים מסלול\*

מכונית יכולה להאיץ מאפס ל 100 קמ"ש תוך 10 שניות, כאשר ניתן להניח שקצב ההאצה קבוע. אותה מכונית יכולה לבלום בקצב של 0.5g. מהו הזמן המינימלי לעבור מסלול של 3 ק"מ אם המכונית מתחילה ממנוחה ומסיימת בעצירה מוחלטת. (רמז: השתמש בגרף מהירות זמן)

תשובה: בערך 58 שניות

### מהירות כפונקציה של מיקום\*\*

גוף נע בכיוון החיובי של ציר ה-x כך שמהירותו נתונה לפי  $v_x = c\sqrt{x}$  כאשר  $C > 0$ . בזמן  $t=0$  החלקיק נמצא ב  $x=0$ .

- (א) מה היחידות של  $C$ ?  
(ב) מצא את המהירות והתאוצה כפונקציה של הזמן.  
(ג) מצא את המהירות הממוצעת בזמן שהחלקיק עבר דרך  $S$ .

### תרגיל- טור טיילור למיקום עצם\*\*

ניתן לתאר את מיקום עצם בעזרת המשוואה:  $f(t) = 5 - 2t^2 + t$   
א. מצאו טור טיילור סביב  $t = 0$  עבור מיקום העצם.  
ב. מה המשמעות הפיזיקלית של המקדמים שהצבתם בטור?  $f'(t)$   $f''(t)$

## תנועה במישור וזריקה משופעת

### רמת אקדמיה

#### דוגמה – מהירות רגעית

מיקומו של גוף כתלות בזמן הוא:

$$\vec{r}(t) = 3t^3 \hat{x} + (4t - 5) \hat{y}$$

א. מצא את מהירות הגוף כתלות בזמן.

ב. מהי מהירות הגוף ב  $t=2$

#### דוגמה-תאוצה

מהירותו של גוף כתלות בזמן היא:

$$\vec{v}(t) = 2t^3 \hat{x} + (6t - 5) \hat{y}$$

א. מצא את תאוצת הגוף כתלות בזמן.

ב. מהי התאוצה הממוצעת בחמש השניות הראשונות של התנועה.

#### דרך והעתק

מיקומו של גוף לפי הזמן נתון לפי  $\vec{r}(t) = 2t^3 \hat{x} + (t^3 - 2) \hat{y}$   
(א) מצא את המהירות הרגעית (velocity) והתאוצה הרגעית כפונקציה של הזמן.

(ב) מצא את גודל המהירות (speed) כתלות בזמן

(ג) מצא את הדרך שעשה הגוף בחמש השניות הראשונות

(ד) מצא את המהירות הממוצעת (average velocity) ב 5 השניות הראשונות של התנועה

(ה) מצא את ה speed הממוצע של הגוף בחמש השניות הראשונות

## משוואת מסלול

### דוגמה - משוואת מסלול

מצא את משוואת המסלול ושרטט את המסלול על מערכת צירים עבור המסלול הבא:

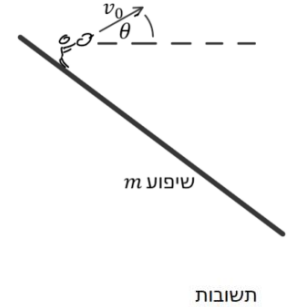
$$x(t) = \sqrt{3+t^2} \quad y(t) = \sqrt{7-t^2}$$

הנח  $x$  ו  $y$  תמיד חיוביים.

### זריקה משופעת על מישור משופע

איתי עומד על מישור משופע בעל שיפוע  $m$ , איתי זורק כדור לכיוון מורד המישור במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לאופק.

- מצא מה המרחק מאיתי שבו יפגע הכדור (התעלם מהגובה של איתי).
- מהי הזווית  $\theta$  עבורה מרחק זה יהיה מקסימאלי?



$$1) \quad X = \frac{2v_0^2 \cos^2 \theta (\tan \theta + m)}{g}$$

$$2) \quad \tan 2\theta = \frac{1}{m}$$

### תאוצה משיקית ונורמאלית

#### תאוצה משיקית ונורמאלית

מיקומו של גוף כתלות בזמן נתון לפי  $x(t) = 2t^2$ ,  $y(t) = (1-t)^2$  כאשר הצבה של הזמן בשניות תיתן מיקום במטרים.

א. מצא מתי מהירות הגוף מינימלית?

ב. מצא את מיקום הגוף כאשר מהירותו היא  $6 \frac{m}{s}$

ג. חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית ב  $t = 2 \text{ sec}$

#### חישוב תאוצה משיקית ונורמאלית גודל וכיוון

וקטור המיקום של גוף מסוים נתון ע"י המשוואה:

$$\vec{r}(t) = t^2 \hat{x} + 4t \hat{y} - 5t^2 \hat{z}$$

- חשב את וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את גודל התאוצה הנורמאלית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
- חשב את וקטור התאוצה הנורמאלית כתלות בזמן.

#### תאוצה משיקית ונורמאלית בציקלואידה

המסלול שמשרטת נקודה על ההיקף של גלגל בעת שזה מתגלגל (ללא החלקה) על משטח אופקי נקרא ציקלואידה. מיקום הנקודה בכל רגע נתון על ידי הביטוי:

$$\vec{r}(t) = (R \sin \omega t + R\omega t) \hat{x} + (R \cos \omega t + R) \hat{y}$$

- $\omega$  ו  $R$  הם קבועים נתונים.
- חשב את וקטור המהירות של הנקודה בכל רגע.
  - מצא את הרגע בו הנקודה נמצאת בשיא הגובה (בציר ה  $Y$ ) ואת הרגע בו הגובה מינימלי. (קיימים אינסוף רגעים כי התנועה מחזורית, רשום בצורה כללית)
  - מצא את תאוצת החלקיק בכל רגע.
  - חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית כאשר הנקודה מגיעה לגובה מקסימאלי ומינימלי.
  - חשב את התאוצה המשיקית והנורמאלית ברגע שבו רכיב ה  $x$  של המהירות מתאפס.

### חרוז נע על טבעת אליפטית

- חרוז נע על פני טבעת אליפטית, כך שמיקומו בכל רגע כתלות בזמן הוא:  $\vec{r}(t) = a \cos(\omega t)\hat{x} + b \sin(\omega t)\hat{y}$ .  $a, b, \omega$  קבועים נתונים.
- מצא את גודל התאוצה המשיקית כתלות בזמן.
  - מצא את גודל התאוצה הנורמאלית כתלות בזמן.
  - כאשר  $|a| = |b|$  האליפסה הופכת למעגל. במקרה זה, האם גודל המהירות במשך התנועה גדל, קטן, לפעמים גדל ולפעמים קטן או נשאר קבוע?

## תרגילים נוספים

### גודל מהירות מינימלי

- וקטור המיקום של גוף מסוים כתלות בזמן נתון ע"י:
- $$\vec{r}(t) = 2t^2\hat{i} - 6\hat{j} + (t - 5)^2\hat{k}$$
- מהו וקטור המהירות של הגוף כתלות בזמן?
  - מהו וקטור התאוצה של הגוף כתלות בזמן?
  - מתי גודל מהירות הגוף המינימלי?
  - מהו וקטור המיקום כאשר גודל מהירותו הוא  $\sqrt{160} \frac{m}{s}$ ?

### וקטורים בזריקה משופעת

- גוף נזרק מראשית הצירים במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\theta$  ביחס לציר ה  $x$ .
- מצאו את וקטור המיקום של הגוף כתלות בזמן.
  - מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף כתלות בזמן.
  - חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה כתלות בזמן

תשובה

$$1) \vec{r}(t) = v_0 \cos \theta \cdot t \hat{x} + (v_0 \sin \theta \cdot t - 5t^2) \hat{y}$$

$$2) \vec{v} = v_0 \cos \theta \hat{x} + (v_0 \sin \theta - 10t) \hat{y}$$

$$3) \cos \alpha = \frac{10t - v_0 \sin \theta}{\sqrt{(v_0 \cos \theta)^2 + (v_0 \sin \theta - 10t)^2}}$$

### וקטור מיקום ומסלול

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $xy$  נתון לפי:

$$\vec{r}(t) = A \sin(\omega t)\hat{x} + B \cos(\omega t)\hat{y}$$

- מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.
- חשבו את הזווית בין וקטור המהירות לוקטור התאוצה ב  $t = 0$ .
- הראו שוקטור התאוצה ווקטור המיקום הפוכים בכיוון.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את  $y(x)$ .

פתרון

$$1) \vec{v} = \omega A \cos(\omega t)\hat{x} - \omega B \sin(\omega t)\hat{y}$$

$$\vec{a} = -\omega^2 A \sin(\omega t)\hat{x} - \omega^2 B \cos(\omega t)\hat{y}$$

2)  $90^\circ$

3) הניכר קטין

$$3) \left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1$$

### וקטור מיקום ומסלול עם זמן בריבוע

וקטור המיקום של גוף הנע במישור  $x - y$  נתון לפי:

$$\vec{r}(t) = A \sin(\alpha t^2)\hat{x} + B \cos(\alpha t^2)\hat{y}$$

- מצאו את וקטור המהירות והתאוצה של הגוף.
- מצאו את מסלול התנועה של הגוף, כלומר את  $y(x)$ .
- מה ההבדל בין המסלול בתרגיל זה לבין המסלול בתרגיל הקודם?

פתרון

$$1) \vec{v} = A \cos(\alpha t^2) 2\alpha t \hat{x} - B \sin(\alpha t^2) (2\alpha t) \hat{y}$$

$$\vec{a} = \left[ -A \sin(\alpha t^2) 2\alpha t + 2\alpha A \cos(\alpha t^2) \right] \hat{x} - \left[ B \cos(\alpha t^2) (2\alpha t) + 2\alpha B \sin(\alpha t^2) \right] \hat{y}$$

$$2) \left(\frac{y}{B}\right)^2 + \left(\frac{x}{A}\right)^2 = 1$$

3)  $\delta$  קטן

### תרגיל-רובין הוד יורה ותופס חץ-פיזיקאים בר אילן

רובין הוד יורה חץ במהירות  $v_0$  וזווית  $\theta$  ביחס לקרקע. ברגע שחרור החץ מתחיל רובין הוד לרוץ בקו ישר ובתאוצה  $a(t) = Ae^{-kt}$ . רובין הוד רוצה לתפוס את החץ ברגע פגיעתו בקרקע. מצאו משוואה עם הפרמטרים  $A, \theta, v_0$  והמשתנה  $k$  ממנה ניתן לחלץ את  $k$  כך שרובין יצליח לתפוס את החץ. אין צורך לפתור את המשוואה.

תשובה

$$\frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{g} = \frac{A}{k} \frac{2v_0 \sin \theta}{g} + \frac{A}{k^2} \left( e^{-k \frac{2v_0 \sin \theta}{g}} - 1 \right)$$

### תרגיל-תנועה במעגל\*

גוף נקודתי נע במישור אופקי  $XY$ . בזמן  $t = 0$  מהירות הגוף הייתה:



$\vec{v}(0) = 15\pi \hat{i} \text{ m/s}$  יחד עם וקטור המצב:  $\vec{r}(0) = 5\hat{j} \text{ m}$ . תאוצת הגוף כפונקציה של זמן החל מרגע זה היא:  $\vec{a}(t) = -45\pi^2 \sin(3\pi t)\hat{i} - 45\pi^2 \cos(3\pi t)\hat{j} \text{ m/s}^2$

- מצא את וקטור המהירות של הגוף בזמן
- מצא את וקטור המצב של הגוף בזמן
- מצא את הזווית בין וקטור המצב לוקטור התאוצה בזמן
- מצא את משוואת המסלול של הגוף

### תרגיל- תנועה על אליפסה\*

מיקום של גוף נקודתי נתון במשוואה:

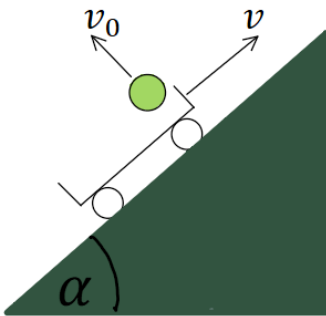
$$\vec{r} = 4\sin(\pi t) \hat{i} + 3\cos(\pi t) \hat{j}$$

(המיקום במטרים, הזמן בשניות).

- מצא את משוואת המסלול של הגוף?
- מצא את רגעי הזמן שבהם המהירות ורדיוס-וקטור מאונכים.
- מצא את תאוצת התנועה והראה שהיא מכוונת כלפי ראשית הצירים.
- מצא באיזה רגעי זמן גודל התאוצה הוא  $v^2/r$
- חשבו את המרחק המינימאלי של הגוף מראשית הצירים. כמה פעמים, במשך מחזור תנועה אחד, מגיע הגוף למרחק המינימאלי מהראשית?

### תרגיל- כדור נזרק מקרונת על מישור משופע\*

קרונת באורך  $L$  עולה במהירות קבועה  $v$  במעלה מישור משופע בעל זווית  $\alpha$ . ברגע מסוים זורקים מקדמת הקרונת כדור במהירות  $v_0$  ביחס למישור ובמאונך לו. מצא את גודלה המרבי של  $v_0$  כך שהכדור ייפול בתוך הקרונת.



## פרק 4 - תנועה יחסית

הסבר על טרנספורמציות גליליי

### מדרגות נעות

כאשר אדם עומד על מדרגות נעות בחנות, הוא מגיע לקומה הרצויה תוך 50sec. יום אחד, המדרגות הנעות מתקלקלות והאדם צריך לעלות אותן ברגל בכוחות עצמו, כאשר הוא נע במלוא היכולת שלו, הוא מצליח להגיע לקומה הרצויה תוך 80sec. למחרת, המדרגות הנעות עובדות כרגיל, אך האדם מחליט לרוץ בהן במלוא יכולתו בכל זאת.

א. תוך כמה זמן יגיע לקומה הרצויה?

ב. האדם מנסה עתה לרדת חזרה לקומה המקורית במדרגות העולות (אלה בהן הוא עלה קודם). האם הוא יכול להצליח בכך, ואם כן תוך כמה זמן יגיע לקומה המקורית?

### 11 תרגיל – כדור נזרק במעלית

מרצפת מעלית הנמצאת במנוחה נזרק כדור כלפי מעלה במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 2 מטרים מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

- מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה עד לפגיעה ברצפת המעלית.
- מהי הדרך אותה עשה הכדור, ביחס למעלית וביחס לכדה"א, עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
- חוזרים על הניסוי, אבל כעת המעלית נעה (מלפני זריקת הכדור) במהירות

$$.4 \frac{m}{s}$$

- הזמן שמודד השעון הוא שוב 0.5 שניות. מהו זמן התנועה של הכדור מרגע הזריקה ועד לפגיעה ברצפת המעלית?
- מהי הדרך אותה עשה הכדור, ביחס למעלית וביחס לכדה"א, עד אשר הגיע לשעון בפעם השנייה?
- מהי מהירות הכדור ביחס לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

### 12 תרגיל - כדור נזרק במעלית מאיזה

מעלית נעה בתאוצה קבועה כלפי מעלה של  $2 \frac{m}{s^2}$ . ברגע שמהירות המעלית היא  $4 \frac{m}{s}$ , נזרק מרצפת המעלית כדור, כלפי מעלה, במהירות התחלתית לא ידועה. הכדור עובר ליד שעון עצר, המחובר למעלית, ונמצא בגובה 1 מטר מרצפת המעלית. שעון העצר מופעל ברגע שהכדור חולף לידו בפעם הראשונה ומפסיק ברגע שהכדור חולף לידו בפעם השנייה (בדרכו למטה). השעון מדד זמן של 0.5 שניות.

- מהו הזמן עד לפגיעת הכדור ברצפת המעלית?
- מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס למעלית, עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
- מהי הדרך הכוללת שעבר הכדור ביחס לכדה"א, עד אשר עבר ליד השעון בפעם השנייה?
- מהי מהירות הכדור יחסית לכדה"א ברגע הפגיעה ברצפת המעלית?

דוגמה – מכונית ביחס לאוטובוס

מכונית נוסעת במהירות של 30 מטר לשנייה בכיוון 30 מעלות עם ציר ה X.  
 אוטובוס נוסע במהירות של 50 מטר לשנייה בכיוון ציר ה X.

- א) מצא את המהירות היחסית בין האוטובוס למכונית.  
 ב) מצא את הזווית בה האוטובוס יראה את המכונית נוסעת.

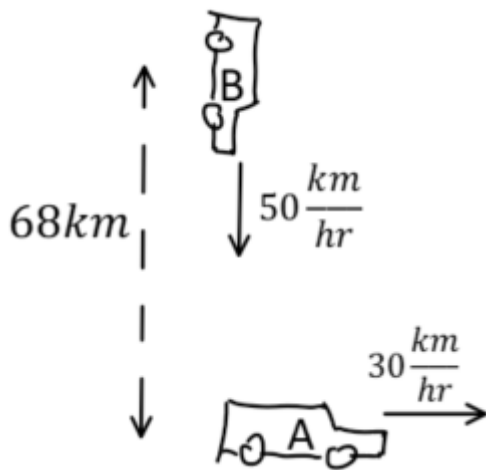
### מרחק מינימלי בין מכוניות

צופה הנמצא ברכב A יוצא מנקודה מסויימת לכיוון מזרח במהירות 30 קמ"ש. באותו הזמן רכב B יוצא ממרחק 68 ק"מ צפונית לנקודת יציאתו של רכב A ונוסע דרומה במהירות של 50 קמ"ש, כמתואר באיור.

א. רשמו את פונקצית המרחק בין שני כלי הרכב כתלות בזמן.

ב. מצאו תוך כמה שעות המרחק בין כלי הרכב יהיה מינימלי. מצאו את גודלו של מרחק זה.

ג. הראו כי ברגע בו המרחק בין המכוניות מינימלי וקטור המיקום היחסי מאונך לוקטור המהירות היחסית.



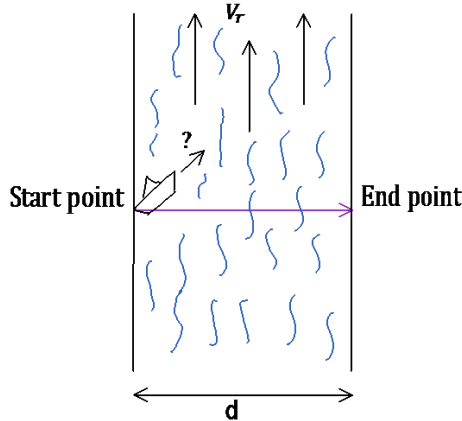
תשובות

$$\begin{aligned}
 & \text{א) } \sqrt{(30t)^2 + (68 - 50t)^2} \\
 & \text{ב) } 1 \text{ hr, } 35 \text{ km}
 \end{aligned}$$

### סירה בנהר

נהר זורם צפונה במהירות  $V_r$ . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר.

מהירות הסירה היא  $Vbr$  יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו. נתון כי רוחב הנהר  $d$ .



- (א) באיזה כיוון הוא יהיה חייב להשיט את הסירה?  
 (ב) מה מהירות הסירה יחסית לאדמה?  
 (ג) כמה זמן תארך דרכו?

### אנייה שטה מערבה וצופה באנייה נוספת

מאנייה A השטה מערבה במהירות 30 קמ"ש נראית אנייה B כאילו היא שטה בדיוק צפונה. כאשר אנייה A מעטה ומורידה את מהירותה ל 10 קמ"ש (באותו הכיוון) נראית ממנה אנייה B כאילו היא שטה בכיוון היוצר זווית של 42 מעלות מערבית לצפון. מהו גודלה וכיוונה של מהירות אנייה B ביחס לקרקע?  
 תשובה: 37.3 קמ"ש בכיוון 51.2 מעלות צפונה מהמערב.

### זווית פגיעה של גשם במכונית

נהג הנוסע במהירות 100 קמ"ש רואה טיפות גשם נמרחות על השמשה הצדדית של המכונית בכיוון הפוך לכיוון הנסיעה ובזווית של 45 מעלות עם הציר האנך לכיוון הנסיעה.  
 נהג אחר הנוסע במהירות 70 קמ"ש, רואה את טיפות הגשם בזווית 30 מעלות עם אותו הציר.  
 מצא את מהירות הטיפות ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

### תרגיל - זווית בין מהירויות

שני קליעים נורים ברגע  $t=0$ . מיקומם ומהירותם ההתחלתית הם:  $\vec{r}_1(0) = 0$ ,  $\vec{r}_2(0) = \hat{i}$ ,  $\vec{v}_2(0) = -1\hat{i} + 4\hat{j}$ .  
 $\vec{v}_1(0) = 2\hat{i} + 5\hat{j}$  על שניהם פועל כוח משיכה הגורם לתאוצה של  $\vec{a} = -3\hat{i} + \hat{j}$  היחידות הן MKS.

1. מצא את  $\vec{r}_1(t)$ ,  $\vec{r}_2(t)$ .
2. מצא את המרחק בין הקליעים כפונקציה של הזמן.
3. מצא את הזווית בין  $\vec{v}_1$  ל  $\vec{v}_2$  ברגע  $t=3$ .

### מציאת מהירות בין מערכות

ביחס למערכת ייחוס A, מיקומו של גוף מסוים נתונה על ידי  $\vec{r}_A(t) = (6t^2 - 4t, -3t^3, 3)$ . מערכת ייחוס B נעה ביחס למערכת הייחוס הראשונה במהירות קבועה,  $\vec{V}_{AB}$ . צופה הנמצא במערכת B רואה את הגוף נע כך שמיקומו בכל רגע הוא:  $\vec{r}_B(t) = (6t^2 - 3t, 2t - 3t^3, 5)$ .  
 א. חשבו את המהירות של המערכת B ביחס למערכת A,  $\vec{V}_{BA}$ ?  
 ב. הראו שתאוצת הגוף בזה בשתי מערכות הייחוס, וחשבו אותה?

**שיטה שניה-פתרון באמצעות תרשימי וקטורים**

**שיטה שניה - פתרון באמצעות תרשימי וקטורים וזוגמה**

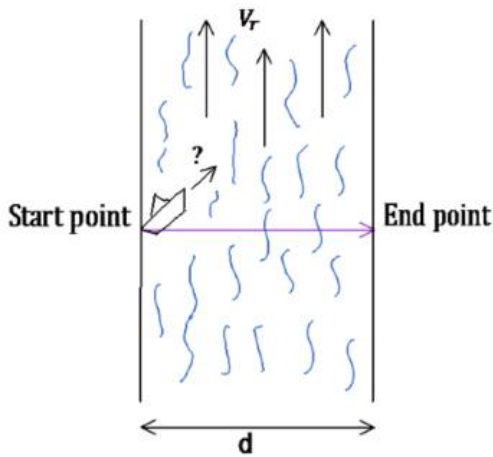
צופה הנמצא באונייה A השטה מזרחה במהירות 15 קמ"ש רואה את אונייה B שטה במהירות 20 קמ"ש ובכיוון 60 מעלות צפונית למזרח. מהי המהירות של אונייה B ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

תשובה: 30.4 קמ"ש ובזווית 34.7 מעלות צפונית למזרח.

**סירה בנהר פתרון בשיטה השניה**

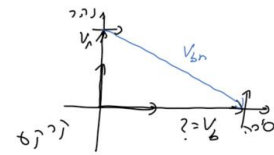
נהר זורם צפונה במהירות  $v_r$ . יוסי נמצא בגדה המערבית ורוצה להשיט סירה לרוחב הנהר. מהירות הסירה היא  $v_{br}$  יחסית לנהר. יוסי מעוניין להגיע אל הגדה הנגדית בדיוק מזרחית לנקודת מוצאו.

- א. סרטוט תרשים וקטורי ובו מהירות הסירה ביחס לקרקע, מהירות הנהר ביחס לקרקע ומהירות הסירה ביחס לנהר.
- ב. מצאו את כיוון מהירות הסירה ביחס לנהר?



תשובות:

א.



ב.

$$\theta = \arcsin\left(\frac{v_r}{v_{br}}\right)$$

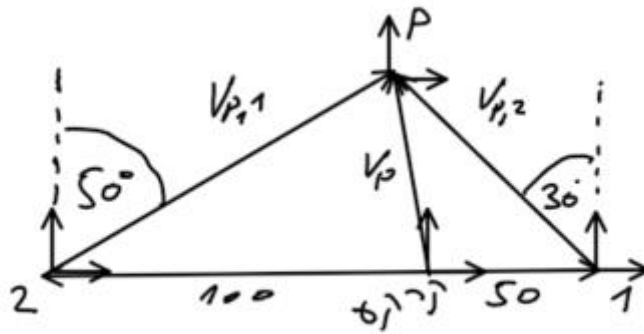
**מטוס נראה משתי רכבות**

צופה הנמצא ברכבת הנעה מזרחה במהירות של 50 קמ"ש רואה מטוס חוצה את המסילה בזווית של 30 מעלות מערבית לצפון. צופה אחר הנוסע ברכבת הנעה מערב במהירות של 100 קמ"ש רואה את אותו המטוס חוצה את המסילה בזווית 50 מעלות מזרחית לצפון.

- א. סרטוט תרשים וקטורים ובו: מהירות הצופים ביחס לקרקע, מהירות המטוס ביחס לכל צופה ומהירות המטוס ביחס לקרקע (אין צורך לדעת את כל הנתונים בתרשים)
- ב. מצאו את מהירות המטוס ביחס לקרקע (גודל וכיוון).

תשובות

א.



ב. 84.9 קמ"ש ובכיוון 2 מעלות מערבית מהצפון.

### רכב רואה רכב רואה רכב

צופה היושב ברכב A רואה את רכב B כאילו הוא נע צפונה במהירות  $v_{BA}$ . צופה היושב ברכב B רואה את רכב C, כאילו הוא נע בכיוון צפון מערב בזווית  $\alpha$  מהצפון ובמהירות  $v_{CB}$ . רכב A נע ביחס לקרקע בכיוון צפון מזרח בזווית  $\beta$  מן הצפון ובמהירות  $v_A$ . מהי המהירות של רכב C ביחס לקרקע, גודל וכיוון?

תשובות

$$1) v_C = \sqrt{(v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha)^2 + (v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha)^2}$$

$$2) \tan \theta_C = \frac{v_A \cos \beta + v_{BA} + v_{CB} \cos \alpha}{v_A \sin \beta - v_{CB} \sin \alpha}$$

### שני דאונים

שני דאונים טסים באותו הגובה. באזור טיסתם קיים זרם אוויר במהירות 40 קמ"ש ובכיוון של 30 מעלות מזרחה מהצפון. דאון 1 טס ביחס לזרם במהירות 30 קמ"ש ובכיוון צפון, דאון 2 טס ביחס לקרקע במהירות לא ידועה אך בכיוון צפון. בנוסף הטייס שבדאון 1 רואה את דאון 2 כאילו הוא טס מערבה. מצאו את גודל וכיוון מהירויות הדאונים ביחס לקרקע.

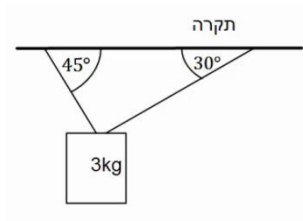
תשובה: דאון 1: 67.7 קמ"ש ובזווית 17.2 מעלות מזרחה מהצפון, דאון 2: 64.6 קמ"ש צפונה

### מהירות יחסית בכיוון הצופה (מד לייזר)

### דוגמה ראשונה

מהירותה של מכונית נתונה לפי  $\vec{v}(t) = 2t^2 \hat{x} + (3t - 1) \hat{y}$  ב  $t=0$  המכונית הייתה בראשית.  
 א. מצא את וקטור מיקום המכונית כתלות בזמן.  
 ב. מהי מהירות המכונית ב  $t=2$  כפי שימדוד אותה שוטר הנמצא בראשית, אם השוטר מודד באמצעות אקדח לייזר.  
 ג. חזור על סעיף ב אם השוטר נוסע במהירות קבועה  $\vec{v} = v_0 \hat{x}$  ונמצא גם כן בראשית ב  $t=0$

### דוגמה-גוף תלוי מהתקרה

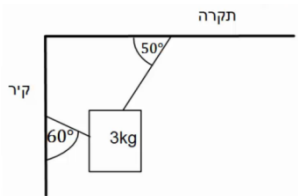


גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות שני חוטים, לפי האורך הבא. מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

תשובה :

$$T_1 \approx 22.0 \text{ N} \quad T_2 \approx 26.9 \text{ N}$$

### דוגמה-גוף תלוי מהתקרה ומהקיר

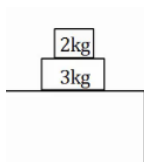


גוף תלוי במנוחה מהתקרה באמצעות חוט ומחובר לקיר המאונך לתקרה באמצעות חוט נוסף (הסתכל באיור). מהי המתיחות בכל חוט אם מסת הגוף היא 3 ק"ג?

תשובה :

$$T_1 \approx 19.5 \text{ N} \quad T_2 \approx 26.3 \text{ N}$$

### דוגמה- מסה על מסה

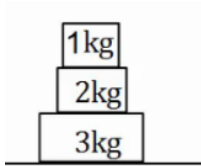


- במערכת הבאה ישנה מסה של 3 ק"ג הנמצאת במנוחה על שולחן. על המסה מונחת מסה נוספת של 2 ק"ג.
- שרטט תרשים כוחות לכל אחת מהמסות.
  - חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה העליונה.
  - חשב את הכוח הנורמלי הפועל על המסה התחתונה מהמסה העליונה.
  - חשב את הכוח הנורמלי הפועל על השולחן.

תשובה

- 1) 20 N  
2) 20 N  
3) 50 N

### דוגמה-מסה על מסה על מסה



שלוש מסות מונחות אחת על גבי השנייה ועל הקרקע במנוחה, כפי שנראה בציור.

א. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה המסה הכי תחתונה על המסה מעליה?

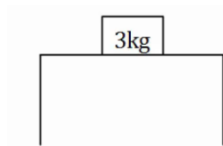
ב. מהו גודלו וכיוונו של הכוח שמפעילה הרצפה על המסה הכי תחתונה?

תשובה:

1)  $30N$   $\uparrow$   
 2)  $60N$   $\uparrow$

### 13) גוף על שולחן

גוף בעל מסה של 3 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן. מקדם החיכוך ה' הוא  $\mu_s = 0.4$ .



א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף, כך שישאר במנוחה?

כוח אופקי בגודל 10 ניוטון פועל על הגוף ימינה.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של החיכוך הסטטי.

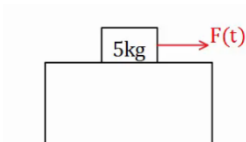
תשובות: א) 12N ב) 10N

### כוח תלוי בזמן

גוף בעל מסה של 5 ק"ג נמצא במנוחה על שולחן.

כוח אופקי התלוי בזמן  $F(t) = 2 \cdot t^2$  פועל על הגוף ימינה.

מקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s = 0.3$ .



א. מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל על הגוף,

כך שישאר במנוחה?

ב. מתי יתחיל הגוף בתנועה?

ג. שרטט גרף של החיכוך הסטטי כתלות בזמן.

תשובות:

1)  $20N$

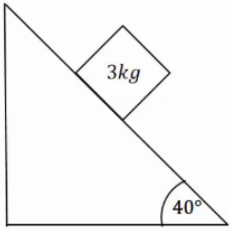
2)  $10\sqrt{3} \text{ sec}$





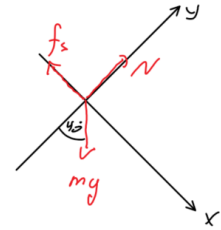
**(14) מסה בשיפוע**

מסה של 3 ק"ג נמצאת במנוחה על מישור משופע בעל זווית של 40 מעלות. בין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s = 0.2$ .  
 א. שרטט תרשים כוחות לבעיה.  
 ב. מצא את גודלם של הכוח הנורמלי והחיכוך.



תשובות:

(א)

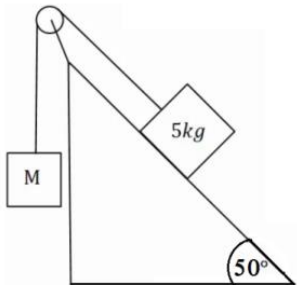


(ב)

$f_s \approx 19.3N$      $N \approx 23.0N$

**(15) מסה בשיפוע ומסה באוויר**

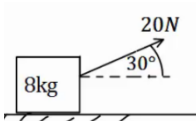
מסה של 5 ק"ג מונחת על מישור משופע בעל זווית של 50 מעלות. המסה מחוברת באמצעות חוט אידיאלי ודרך גלגלת אידיאלית למסה נוספת M התלויה באוויר מצידו השני של המישור.  
 א. מצא את גודלה של המסה M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה כאשר אין חיכוך בבעיה.  
 כעת נתון שבין המסה למדרון קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s = 0.3$ .  
 ב. מצא מה הוא גודלה המקסימלי והמינימלי האפשרי של M, על מנת שהמערכת תשאר במנוחה.



תשובות: א.  $M = 3.83kg$ . ב.  $M_{min} = 2.87kg$ ,  $M_{max} = 4.79kg$

**התשובות לשתי השאלות הבאות נמצאות בסוף השאלות**

**(1)** כוח של 20 ניוטון פועל בזווית של 30 מעלות מעל האופק. הכוח מופעל על ארגז בעל מסה של 8 ק"ג. הארגז נמצא במנוחה ונתון כי בין הארגז לרצפה קיים חיכוך. מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם  $\mu_s = 0.2$ ,  $\mu_k = 0.1$ .



א. בדוק האם הארגז נשאר במנוחה או מתחיל לנוע.  
 ב. כמה זמן ייקח להזיז את הארגז למרחק של 30 מטרים באמצעות כוח זה?

ג. חזור על הסעיפים אם הכוח היה בזווית של 70 מעלות.

**(2) מרחק עצירה**

דני נוסע במכוניתו במהירות של 54 קמ"ש, ולפתע הוא מבחין כי רמזור הנמצא 50 מטרים לפניו הופך לאדום. דני לוחץ על הבלמים ומתחיל בעצירה.

מקדם החיכוך הקינטי בין הגלגלים לרצפה הוא:  $\mu_k = 0.3$ .

הנח שהגלגלים ננעלים ואין למכונית מערכת ABS.

א. האם דני יספיק לעצור לפני הרמזור?

ב. בדוק שוב האם דני יספיק לעצור, אך הפעם הוסף זמן תגובה שי שנייה אחת (הזמן מהרגע שבו דני מבחין באור עד אשר הוא לוח על הבלמים).

תשובות

1) א. הגוף לא יכול להיות במנוחה. ב.  $t \approx 6.82 \text{ sec}$

ג. סעיף א': נשאר במנוחה, סעיף ב': אין משמעות.

2) א. כן, כי  $\Delta x \approx 37.5 \text{ m} < 50 \text{ m}$ . ב. לא, כי

$$\Delta x = 15 + 37.5 = 52.5 \text{ m} > 50 \text{ m}$$

התשובות ל 5 השאלות הבאות נמצאות בסוף השאלות

3) גוף בעל מסה של 2 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ  $k = 50 \frac{N}{m}$ .

בין הגוף למשטח אין חיכוך.

א. מושכים את הגוף למרחק 5 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו.

מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

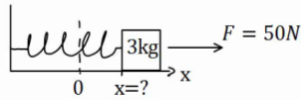
ב. דוחפים את הגוף למרחק 10 ס"מ מהנקודה בה הקפיץ רפוי ומשחררים אותו. מהי תאוצת הגוף (גודל וכיוון)?

כעת נתון כי בין הגוף למשטח קיים חיכוך, ומקדם החיכוך הסטטי הוא:  $\mu_s = 0.2$ .

ג. מהו המרחק המקסימלי בו ניתן להניח את הגוף קשור לקפיץ כן במנוחה?



4) גוף בעל מסה של 3 ק"ג מחובר לקפיץ בעל קבוע קפיץ  $k = 100 \frac{N}{m}$ .



בין הגוף למשטח אין חיכוך.  
על הגוף פועל כוח ימינה שגודלו 50 ניוטון.

קבע את ראשית הצירים בנקודת הרפיון של הקפיץ.

היכן נמצאת נקודת שיווי המשקל (הנקודה בה סכום הכוחות שווה לאפס)?

(5) גוף בעל מסה של 4 ק"ג מחובר לקיר באמצעות קפיץ בעל קבוע קפיץ

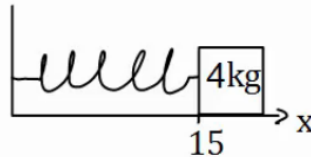
$$, k = 50 \frac{N}{m}$$

בין הגוף למשטח אין חיכוך. אורכו הרפוי של הקפיץ הוא 10 ס"מ.

א. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 15 ס"מ מהקיר.

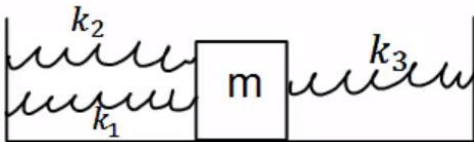
ב. חשב את הכוח שמפעיל הקפיץ על הגוף כאשר הגוף במרחק 6 ס"מ מהקיר.

ג. חשב את תאוצת הגוף בכל נקודה אם על הגוף פועל כוח שגודלו ניוטון שמאלה.



(6) מסה עם שלושה קפיצים

שלושה קפיצים מחוברים למסה  $m = 2\text{kg}$ , כפי שנראה באיור. אין חיכוך בין המסה לרצפה.



$$\text{נתון כי: } k_1 = 3 \frac{N}{m}, k_2 = 5 \frac{N}{m}, k_3 = 12 \frac{N}{m}$$

הנח כי כל הקפיצים רפויים באותה הנקודה.

מהי תאוצת המסה כאשר היא נמצאת במרחק 20 ס"מ מנקודת שיווי המשקל?

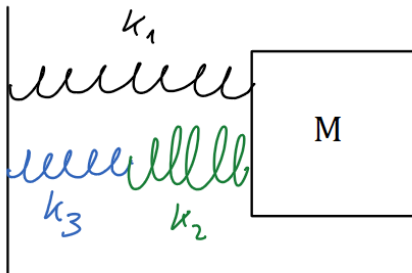
(7) תרגיל- שלושה קפיצים שוב

באיור הבא, המסה  $m = 4\text{kg}$  מחוברת

לשלושה קפיצים בעלי קבועי קפיץ שונים.

הנח שכל הקפיצים רפויים כאשר המסה נמצאת מהי תאוצת המסה, כאשר מיקומה הוא  $0.2\text{m}$

$$\text{אם קבועי הקפיצים הם: } k_2 = 5 \frac{N}{m}, k_3 = 12 \frac{N}{m}$$



### תשובות:

1) א. גודל:  $-1.25 \frac{m}{sec^2}$ , הכיוון חיובי. ב. גודל:  $a = 2.5 \frac{m}{sec^2}$ , הכיוון חי

$$x = 8cm$$

$$x = \frac{1}{2} m \quad (2)$$

3) א.  $F = -2.5N$  ב.  $F = 2N$  ג. סעיף א':  $a = -3.13 \frac{m}{sec^2}$ , סעיף ב':  $a = -2 \frac{m}{sec^2}$

$$a = -2 \frac{m}{sec^2} \quad (4)$$

$$a \approx 0.326 \frac{m}{sec^2} \quad (5)$$

### ---רמת אקדמיה---

#### תרגיל - כוח אופקי תלוי בזמן

כוח אופקי שגודלו  $F=2t$  פועל על גוף, כאשר הזמן  $t$  נתון בשניות והכוח  $F$  בניוטונים. מסת הגוף  $2kg$  והוא נמצא במנוחה על משטח אופקי. מקדמי החיכוך בין הגוף למשטח

$$\mu_s = 0.2, \mu_k = 0.15$$

מצא\י את

א. זמן תחילת התנועה.

ב. כוח החיכוך בזמן  $t=0.5 sec$

ג. תאוצת הגוף כפונקציה של זמן

ד. מהירות הגוף לאחר 4 שניות

ה. מיקום הגוף לאחר 4 שניות

#### תרגיל- כוח בזווית תלוי בזמן

הגוף שבציור מונח על הרצפה, בזמן  $t=0$  מתחיל לפעול על הגוף כוח שגודלו  $F=2t$  הזמן בשניות והכוח בניוטונים. הכוח פועל בזווית

$a = 37^\circ$  יחסית לציר התנועה. מסת הגוף היא  $2 kg$

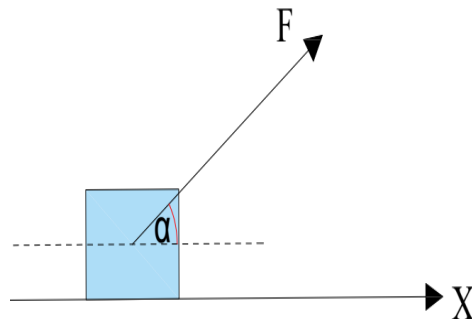
נתון כי מקדם החיכוך הסטטי והקינטי בין הגוף והרצפה הוא  $\mu = 0.2$ .

לפשטות החישוב קחו:  $\sin \alpha = 0.6$ ,  $\cos \alpha = 0.8$ ,  $g = 10 m/s^2$

א. מתי יתחיל הגוף לנוע?

ב. מהי מהירות הגוף לאחר 4 שניות?

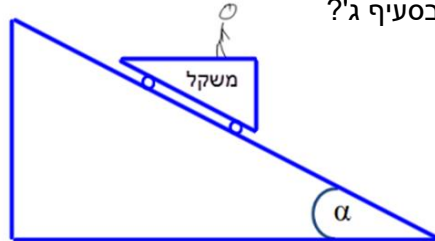
ג. מה המרחק שהתקדם הגוף עד לניתוקו מהקרע?



אדם על קרונית על מישור משופע \*

אדם בעל מסה  $m$  עומד על משקל המחובר בצורה אופקית לקרונית. מסת הקרונית היא  $M$  ונתון כי היא מחליקה ללא חיכוך על פני מישור משופע בזווית  $\alpha$ .

- (א) מה מורים המאזניים? הניחו שהחיכוך בין רגלי האדם לקרונית מספיק גדול, כך שאינו נע ביחס אליה.  
 (ב) מצא את מקדם החיכוך המינימלי בין רגלי האדם והקרונית על מנת שהאדם לא יחליק ביחס לקרונית.  
 (ג) כעת הנח כי אין חיכוך בכלל בין האדם לקרונית. מה תהיה תאוצת הקרונית במצב זה? (כל עוד האדם נמצא על הקרונית).  
 (ד) מה יורה המשקל במצב המתואר בסעיף ג'?



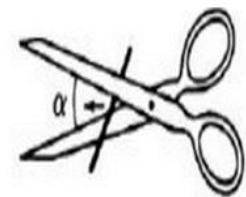
### מספריים חותכות חוט \*\*

אדם מנסה לחתוך חוט מתכת בעזרת מספריים. החוט חופשי לנוע והוא מחליק על המספרים עד שזווית המפתח של המספרים היא  $\alpha$ , בזווית זו המספרים מתחילות לחתוך את החוט.

- (א) צייר את הכוחות שפועלים על החוט.  
 (ב) מצא את מקדם החיכוך בין המספרים לחוט.  
 (ג) הראה שהזווית  $\alpha$  אינה תלויה בכוח הכובד כאשר המספרים במצב אופקי.  
 (ד) כעת, מסובבים את המספרים בזווית  $\beta$  סביב ציר העובר בבורג המספרים. כיוון הסיבוב הוא נגד השעון, כך שהחוט עולה כלפי מעלה. הראה כעת שהשינוי בזווית  $\alpha$  הוא לפי  $\mu = \mu_0 + \Delta\mu$  כאשר  $\mu_0$  הוא המקדם

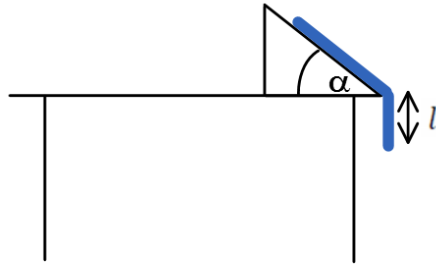
$$\Delta\mu = \frac{mg \sin \beta}{F \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

שמצאת בסעיף ב' ו  $F$  הוא המספרים יחתכו יותר מוקדם או יותר מאוחר?

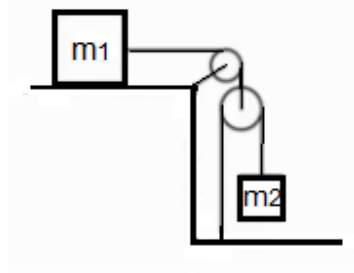


### תרגיל- חבל מחליק משולחן משופע\*\*

חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$  נמצא על מישור משופע בזווית  $\alpha$  שנמצא על שולחן כך שחלק משתלשל מהשולחן מטה. בין החבל לשולחן יש מקדם חיכוך קינטי וסטטי  $\mu$ . בזמן  $t=0$  יש חבל באורך  $l$  המשתלשל מקצה השולחן, ונמצא במנוחה. מהו הגובה של קצה החבל  $y(t)$  מתחת לשולחן כתלות בזמן? הניחו כי החבל בעל עובי אפס ויש חיכוך רק עם החלק העליון של המישור.



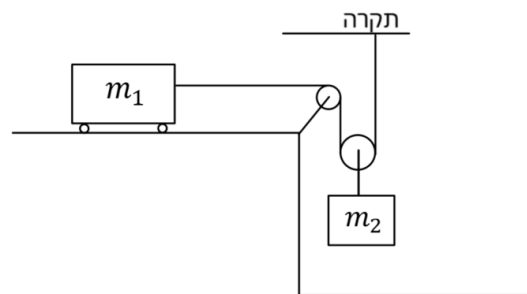
### גלגלות נעות ומכפלי כוח



**גלגלות וגזירה בזמן של אורך החוט**  
 במערכת הבאה מסות הגופים ידועות. אין חיכוך בין המסות למשטח. מצא את תאוצות הגופים ואת המתיחויות בחוטים.

### תרגיל-אחת תלויה מהתקרה ואחת על שולחן

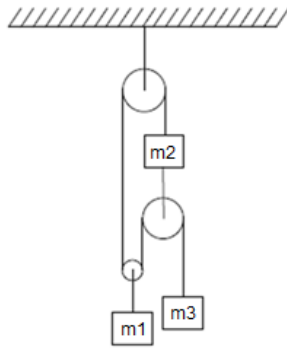
במערכת הבאה המסה  $m_1$  נמצאת על שולחן חסר חיכוך ומחוברת באמצעות חוט אידיאלי כפי שמתואר באיור. הגלגלות אידיאליות ו-  $m_2$  נתונה. מצא את התאוצה של כל מסה כל עוד הן לא נופלות מהשולחן או פוגעות ברצפה.



תשובות

$$|a_1| = \frac{m_2 g}{2m_1 + \frac{m_2}{2}}$$

$$|a_2| = \frac{m_2 g}{4m_1 + m_2}$$



### מערכת גלגלות מסובכת

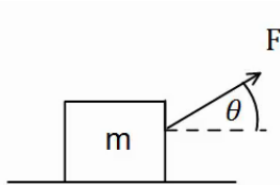
מצאו את תאוצת הגופים במערכת הבאה.  
מה התנאי לכך שהמסה  $m_3$  תנוע כלפי מעלה  
אם נתון שהמערכת מתחילה ממנוחה?

### תרגילים נוספים

#### התשובות ל 12 השאלות הבאות נמצאות בסוף השאלות

#### (1) זווית אופטימלית למשיכה

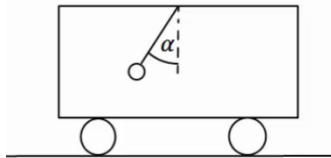
כוח  $F$  מושך ארגז בעל מסה  $m$  בזווית  $\theta$  מעל האופק.  
מקדם החיכוך בין הארגז לקרקע הוא  $\mu_k$ .



- מצא את תאוצת הכוח כתלות בפרמטרים הרשומים בשאלה.
- הנח כי מקדם החיכוך הקינטי הוא 0.3. בדוק באילו מהערכים הבאים של הזווית
- יש את התאוצה הגבוהה ביותר:  $\theta = -10^\circ, 0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ .
- מצא את הזווית המדויקת בה התאוצה תהיה מקסימלית. השתמש בנגזרת.

#### (2) מטוטלת במכונית

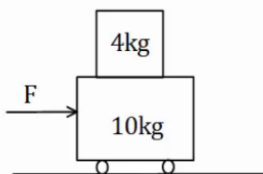
מטוטלת קשורה לתקרת מכונית. המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה,  $\alpha$ , ביחס לאנך מתקרת המכונית.



- מצא מהי תאוצת המכונית (גודל וכיוון).
- האם ניתן לדעת מה כיוון תנועת המכונית?

#### (3) מסה של 4 על עגלה של 10

מסה של 4 ק"ג מונחת מעל עגלה בעלת מסה של 10 ק"ג.  
החיכוך בין העגלה למשטח זניח.

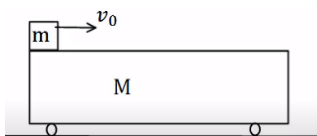


מקדם החיכוך הסטטי בין המסה לעגלה הוא  $\mu_s = 0.2$ .  
כוח אופקי  $F$  מופעל על המסה התחתונה ימינה.

מהו הכוח המקסימלי הניתן להפעיל כך שהמסה העליונה לא תחליק על העגלה.

#### (4) מסה מחליקה על עגלה

מסה  $m$  מונחת על עגלה בעלת מסה  $M$ , הנמצאת במנוחה.  
המסה מונחת בקצה השמאלי של העגלה.



נותנים למסה העליונה (בלבד) מהירות התחלתית  $v_0$ .

בין המסה לגג העגלה קיים חיכוך, והחיכוך בין העגלה למשטח – זניח.

נתון:  $\mu_k = 0.2$ ,  $v_0 = 20 \frac{m}{sec}$ ,  $M = 12kg$ ,  $m = 3kg$ .

- מצא את הביטוי למיקום ולמהירות המסה, כתלות בזמן.
- מצא את הביטוי למיקום ולמהירות העגלה, כתלות בזמן.
- מהי המהירות הסופית של שני הגופים, בהנחה שהמסה לא נופלת מהעגלה.

**(5) מסה צמודה למשאית**

מסה  $m$  מונחת בצמוד לחלקה הקדמי של משאית. בין המסה למשטח קיים חיכוך. נתון:  $\mu_s, m$ .

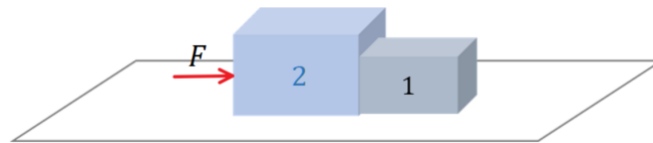


מהי התאוצה המינימלית הדרושה למשאית על מנת שהמסה לא תיפול?

**(6) כוח דוחף שתי קופסאות צמודות**

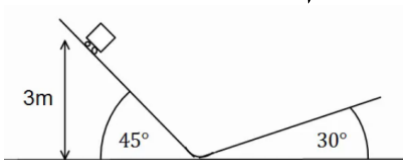
שתי תיבות נמצאות צמודות זו לזו על משטח אופקי חסר חיכוך. מסות התיבות הן  $m_1 = 3kg$  ו-  $m_2 = 5kg$ . כוח אופקי דוחף את תיבה 2 שדוחפת את תיבה אחת, כפי שמתואר בתרשים. גודל הכוח הוא  $F = 16N$ . חשב את:

- התאוצה של כל תיבה.
- הכוח הנורמלי  $N_{1 \rightarrow 2}$ , שבו התיבה הראשונה דוחפת את השנייה.
- הכוח הנורמלי  $N_{2 \rightarrow 1}$ , שבו התיבה השנייה דוחפת את הראשונה.



**(7) קופסה בין מדרונות**

קופסה קטנה עם גלגלים מונחת על מישור משופע בעל זווית של  $45^\circ$  מעלות. הקופסה משוחררת ממנוחה מגובה של 3 מטרים ומתחילה בתנועה. בתחתית המדרון הקופסה עוברת למדרון משופע אחר בעל זווית של  $30^\circ$  מעלות. הזנח אפקטים המתרחשים בעת המעבר והנח כי גודל מהירות הקופסה במעבר בין המדרונות נשאר זהה.



א. מהו הגובה המקסימלי אליו תגיע הקופסה במדרון השני? נחש מה יקרה לאחר מכן.

ב. חזור על סעיף א' אם נהג הקופסה שכח לשחרר את מעצור היד של הגלגלים וקיים חיכוך קינטי בין הקופסה למשטח. מקדם החיכוך הוא  $\mu_k = 0.2$ .

**(8) זריקה אופקית על מישור משופע**

מישור משופע חלק, ABCD, יוצר זווית של  $30^\circ$  מעלות עם הקרקע. הנקודה E נמצאת במרחק 5m מהצלע AB ובמרחק 2m מהצלע BC. מן הנקודה E נזרק כדור קטן על הלוח, במהירות התחלתית  $v_0$  שכוונה מקביל לצלע AB.

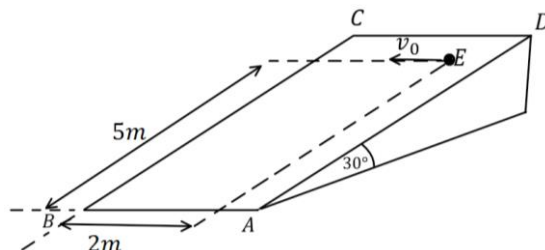


א. צייר מערכת צירים, ורשום את הכוחות הפועלים על הכדור בעת תנועתו על הלוח בכל ציר.

ב. מהי צורת המסלול של הכדור על הלוח?

ג. מצא את  $v_0$ , עבורה הכדור יגיע בדיוק לנקודה B.

ד. מהי מהירות הכדור בנקודה B עבור ה- $v_0$  שמצאת בסעיף ג'?



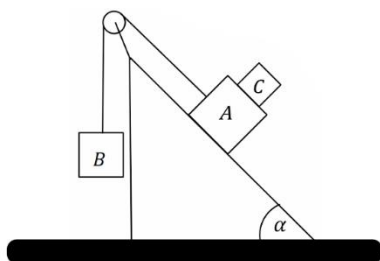
### 9 גוף על גוף במישור משופע

גוף A בעל מסה  $m_A$ , גוף B בעל מסה  $m_B$  מחוברים באמצעות חוט וגלגלת, כמתואר באיור. גוף A מונח על מישור משופע חלק בעל זווית  $\alpha$ . גוף C בעל מסה  $m_C$  מונח על גוף A. מקדם החיכוך הסטטי בין הגופים A ל-C הוא  $\mu_s$ .

א. מהי המסה המרבית של גוף B, כך שהגופים A ו-C ינועו יחדיו במעלה המישור?

ב. מהי תאוצת הגופים והמתיחות בחוט, אם המסה של גוף B היא זאת שמצאת בסעיף א' (או טיפה קטנה ממנה).

ג. מהן תאוצות הגופים אם המסה של גוף B גדולה מזו שמצאת בסעיף א' ומקדם החיכוך הקינטי הוא  $\mu_k$ .



### 10 גליל על שני ארגזים

גליל אחיד, שמסתו  $m$ , מונח על שני ארגזים שמסותיהם  $m_A = m$ ,  $m_B = 2m$ .

לארגזים גבהים שונים, והם מונחים על משטח אופקי.

בין הגליל לארגזים אין חיכוך.

כשהמערכת נמצאת בשיווי משקל יוצרים הרדיוסים של הגליל,

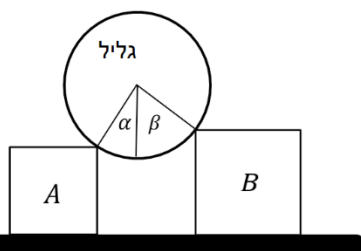
הנוגעים בפינות הארגזים, זוויות של  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\beta = 45^\circ$

עם האנך לקרקע, ראה איור. נתונים  $m$ ,  $g$ .

א. מה הכוח שמפעיל כל ארגז על הגליל?

ב. בהנחה שקיים אותו מקדם חיכוך בין הארגזים והמשטח, מהו גודלו המינימלי של

מקדם החיכוך, כך שהמערכת תישאר בשיווי משקל?



### 11 כוח דוחף גוף על גוף

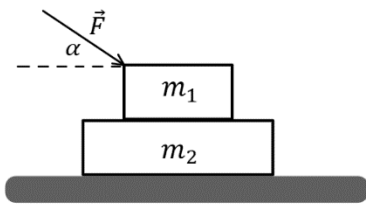
שני גופים זהים, שמסותיהם  $m_1 = m_2 = m$ , מונחים זה על גבי זה, על גבי שולחן אופקי חלק

(ראה איור). בין הגופים קיים חיכוך, ומקדמי החיכוך הקינטי

והסטטי הם  $\mu_s$ ,  $\mu_k$ . כוח חיצוני  $\vec{F}$  מופעל על הגוף העליון בזווית  $\alpha$  מתחת לאופק.

הביעו את תשובתכם באמצעות הפרמטרים:  $F, \alpha, m, g, \mu_s, \mu_k$ .

- א. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהי התאוצה המשותפת?  
 ב. בהנחה שהגופים נעים יחדיו, מהו גודלו של כוח החיכוך בין הגופים?  
 ג. מהו גודלו המקסימלי של  $F$ , כך שהגופים ינועו יחדיו?  
 ד. נתון כי  $\alpha = 30^\circ$ ,  $\mu_k = 0.15$ ,  $\mu_s = 0.2$ . מצא את תאוצת כל גוף,

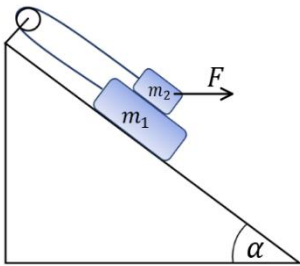


כאשר הכוח הדוחף הוא  $F = \frac{1}{2}mg$ .

ה. חזור על סעיף ד' כאשר  $F = 3mg$ .

### 12) מסה על מסה מחוברות בגלגלת

- נתונה מערכת הכוללת שני גופים:  $m_1 = 4\text{kg}$ ,  $m_2 = 3\text{kg}$   
 הגופים קשורים על ידי חוט וגלגלת אידיאלית, ומונחים על מישור משופע בעל זווית  $\alpha = 30^\circ$ .  
 מקדמי החיכוך בין הגופים הם:  $\mu_k = \mu_s = 0.4$ , ומקדמי החיכוך עם המישור הם:  $\mu_k = \mu_s = 0.3$ .  
 כוח אופקי  $F$  פועל על  $m_2$ .



- א. מהו ה- $F$  המקסימלי, כך שהגופים יישארו במנוחה?  
 ב. אם  $F = 40\text{N}$ , מהי תאוצת הגופים?

### תשובות:

א.  $a = \frac{F}{m}(\cos \theta + \mu_k \sin \theta) - \theta_k g$     ב.  $\theta = 20^\circ$     ג.  $\theta_0 \approx 16.6992^\circ$     (1)

א. גודל:  $a_x = g \tan \alpha$ , כיוון: חיובי.    ב. לא.    (2)

$F = \mu_s (m_1 + m_2) g = 28\text{N}$     (3)

א. מיקום-זמן:  $x_1(t) = 0 - 20t - \frac{2}{2}t^2$ , מהירות-זמן:  $v_1(t) = 20 - 2t$     (4)

ב. מיקום-זמן:  $x_2(t) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}t^2$ , מהירות-זמן:  $v_2(t) = 0 + \frac{1}{2}t$     ג.  $v_2(t=8) = 4 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

$a_{\min} = \frac{g}{\mu_s}$     (5)

א.  $a_1 = a_2 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$     ב.  $N_{1 \rightarrow 2} = 6\text{N}$     ג.  $N_{2 \rightarrow 1} = 6\text{N}$     (6)

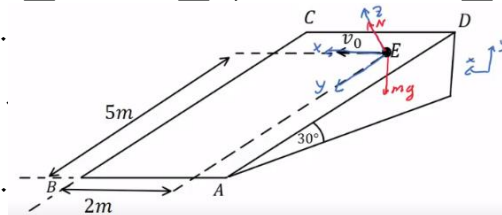
א.  $h_{\max} = 3\text{m}$     ב.  $h_{\max} = 1.78\text{m}$     (7)

א.  $\sum F_x = 0$ ,  $\sum F_y = mg \sin 30^\circ$ ,  $\sum F_z = 0$     (8)

פרבולה כמו בזריקה אופקית.

$v_0 = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$

$v_{x(t_B)} = \sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ,  $v_{y(t_B)} = 7.07 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$



$$a = g[\mu_s \cos \alpha - \sin \alpha], \quad T = g(m_A + m_C)\mu_s \cos \alpha \quad \text{ב.} \quad m_{B_{\max}} = \frac{(m_A + m_C)\mu_s \cos \alpha}{1 + \sin \alpha - \mu_s \cos \alpha} \quad \text{א. (9)}$$

$$a_c = (\mu_k \cos \alpha - \sin \alpha)g, \quad a_A = a_B = \frac{g(m_B - \mu_k m_c \cos \alpha - m_A \sin \alpha)}{m_A + m_B} \quad \text{ג.}$$

$$\mu_{s_{\min}} = 0.464 \quad \text{ב.} \quad N_A = 0.732mg, \quad N_B = 0.518mg \quad \text{א. (10)}$$

$$F_{\max} = \frac{2\mu_s mg}{\cos \alpha - 2\mu_s \sin \alpha} \quad \text{ג.} \quad f_s = \frac{F \cos \alpha}{2} \quad \text{ב.} \quad a = \frac{F \cos \alpha}{2m} \quad \text{א. (11)}$$

$$a_1 = 22.2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, \quad a_2 = 3.75 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ה.} \quad a = 2.17 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ד.}$$

$$a = 1.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \quad \text{ב.} \quad F_{\max} = 31.05\text{N} \quad \text{א. (12)}$$

### גוף במעלה מדרון עם חיכוך

גוף נזרק במעלה מדרון משופע במהירות התחלתית  $v_0$ . זווית השיפוע של המדרון היא  $\theta$  ומקדם החיכוך בין המדרון לגוף הוא  $\mu_k$ .

א. מצאו כמה זמן ייקח לגוף לחזור לנקודת ההתחלה (בהנחה שהוא לא נשאר במנוחה בשיא הגובה)

ב. מה היחס בין המהירות הסופית והמהירות ההתחלתית של הגוף?

*שיעור*

$$1) \quad t = \frac{v_0}{g(\sin \theta + \mu_k \cos \theta)} + \frac{v_0^2}{g^2(\sin^2 \theta - \mu_k^2 \cos^2 \theta)}$$

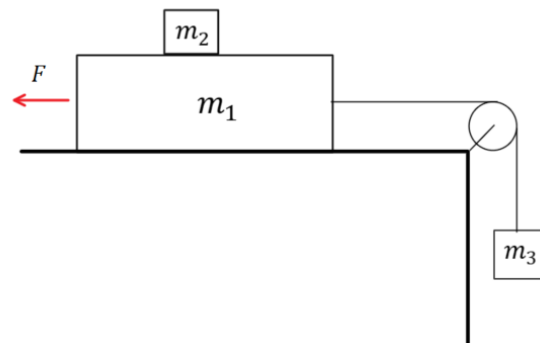
$$2) \quad \frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{\sin \theta - \mu_k \cos \theta}{\sin \theta + \mu_k \cos \theta}}$$

### גוף על גוף וכוח שמושך

במערכת שבאיור המסות נתונות. נתונים גם מקדמי החיכוך בין  $m_1$  למשטח  $\mu_{k1}, \mu_{s1}$ , ומקדמי החיכוך בין  $m_1$  ל  $m_2$ ,  $\mu_{k2}, \mu_{s2}$ . הכוח  $F$  באיור מתייחס רק לסעיף ב.

א. מהן תאוצות הגופים והמתיחות בחוט בהנחה ש  $m_2$  נעה בתאוצה יחסית ל  $m_1$  ?

ב. מהו הכוח המינימאלי  $F$  שיש להפעיל בכדי שהמסות ינוע יחדיו?



נרש

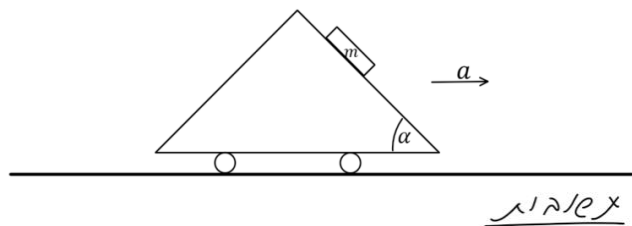
$$\text{א) } a_1 = a_3 = \frac{m_3 g - \mu_{s2} m_2 g - \mu_{s1} (m_1 + m_2) g}{m_1 + m_3}$$

$$a_2 = \mu_{s2} g$$

$$\text{ב) } F_{\min} = m_3 g - \mu_{s2} g (m_2 + m_3) - \mu_{s1} (m_1 + m_2) g$$

### תיבה על מכונת משולשת

מכונת משולשת עם זווית בסיס  $\alpha$  נוסעת בתאוצה קבועה. מניחים תיבה בעלת מסה  $m$  על דופן המכונת.  
 א. מצאו את גודלו של כוח החיכוך בין המכונת לתיבה אם ידוע שתאוצת המכונת היא  $a$  ימינה והתיבה לא מחליקה על הדופן.  
 ב. מהו  $\mu_s$  המינימלי המאפשר מצב זה?

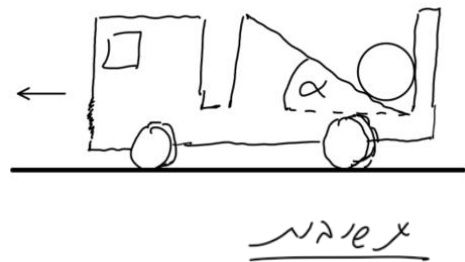


$$\text{א) } f_s = mg \sin \alpha - ma \cos \alpha$$

$$\text{ב) } \mu_{s \min} = \frac{g \sin \alpha - a \cos \alpha}{g \cos \alpha + a \sin \alpha}$$

### כדור בתא מטען משופע

למשאית באיור תא מטען משופע בזווית  $\alpha$  ובסופו דופן אנכית. בתוך תא המטען יש כדור בעל מסה  $M$ . המשאית נוסעת בתאוצה קבועה  $a$  שמאלה. מצאו את הכוחות הנורמלים שפועלים על הכדור בהנחה שאין חיכוך.



$$N_1 = \frac{Mg}{\cos \alpha} \quad N_2 = M(a + g \tan \alpha)$$

## פרק 6 - תנועה מעגלית

### נוסחאות בסיסיות בתנועה מעגלית

#### נהג מרוצים

נהג מרוצים נוסע במסלול מעגלי שרדיוסו 50 מטר. מהירותו של הנהג כתלות בזמן היא  $v(t) = 4t$ .  
 א. מצא את המהירות הזוויתית של הנהג כתלות בזמן ומצא את הזווית של הנהג לאחר 5 שניות? (בהנחה כי התחיל מזווית אפס).  
 ב. מתי ישלים הנהג את הסיבוב הראשון?

*אנדרסן*

1)  $\omega = \frac{2t}{25}$        $\theta \approx 57.3^\circ$

2) 12.5 sec

#### חישוב מהירות זוויתית של מחוגי שעות

חשב את המהירות הזוויתית של מחוג השניות, מחוג הדקות ומחוג השעות בשעות מחוגים



*אנדרסן*

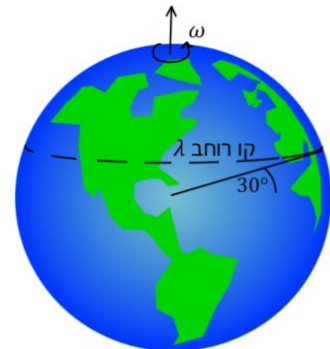
0.105  $\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$       מחוג שניות

$1.75 \cdot 10^{-3}$   $\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$       מחוג דקות

$7.27 \cdot 10^{-5}$   $\frac{\text{rad}}{\text{sec}}$       מחוג שעות

#### חישוב מהירות זוויתית של כדור הארץ

א. חשב את המהירות הזוויתית של סיבוב כדור הארץ סביב עצמו.  
 ב. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו המשווה אם רדיוס כדור הארץ הוא בערך 6400 ק"מ?  
 ג. מהי המהירות הקווית של אדם הנמצא בקו רוחב  $\lambda = 30^\circ$



תשובה

1.  $7.27 \cdot 10^{-5} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$
2.  $465 \text{ m/s}$
3.  $400 \text{ m/s}$

### יובל מסובבת אבן

יובל קושרת אבן שמסתה 200 גרם לחוט באורך 0.7 מטר. יובל מסובבת את האבן באמצעות החוט במעגל אופקי מעל ראשה (כמו שמסובבים קלע). המהירות הזוויתית של האבן היא  $12 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ . מהי התאוצה הרדיאלית של האבן ומהי המתיחות בחוט? הנח שכוח הכובד זניח.

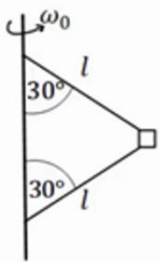
תשובה

$$a_r = 100.8 \text{ m/s}^2$$

$$T = 20.16 \text{ N}$$

### מסה קשורה לעמוד מסתובב

במערכת הבאה מסה  $m$  קשורה דרך שני חוטים למוט המסתובב במהירות זוויתית  $\omega_0$ . אורך החוטים זהה ושווה ל- $l$ . הזווית של החוטים עם המוט היא 30 מעלות. מהי המתיחות בכל חוט? בשאלה זו כוח הכובד אינו זניח. נתונים  $m, l, \omega_0$ .



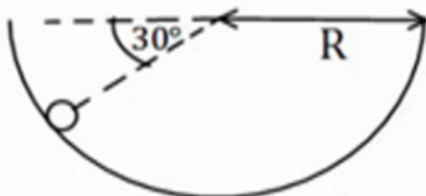
תשובה

$$T_2 = \frac{-mg}{\sqrt{3}} + m\omega_0^2 l$$

$$T_1 = \frac{mg}{\sqrt{3}} + m\omega_0^2 l$$

### כדור בקערה כדורית

כדור קטן מונח בתוך קערה כדורית בעלת רדיוס  $R$ . מניחים את הכדור בזווית של 30 מעלות ביחס לאופק ונותנים לו מהירות התחלתית לתוך הדף. מהו גודל המהירות ההתחלתית הדרוש כך שהכדור יישאר בתנועה מעגלית בגובה קבוע?



תשובה

$$v = \sqrt{\frac{3gR}{2}}$$

### תאוצה זוויתית

מצא את התאוצה הזוויתית בדוגמה-נהג מרוצים

$$\alpha = \frac{2}{25} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$$

### זווית משתנה בזמן

המיקום הזוויתי של נקודה על גבי שפת גלגל מסתובב נתונה ע"י:  $\phi = 5t + 3t^2 - 2t^3$

- מהי המהירות הזוויתית ב  $t = 2 \text{ sec}$  ו ב  $t = 4 \text{ sec}$ ?
- מהי התאוצה הזוויתית הממוצעת בין זמנים אלו?
- מהי התאוצה הזוויתית הרגעית בזמנים אלו?

### תאוצה משיקית קבועה

גוף נע במעגל בעל רדיוס R בתאוצה משיקית קבועה  $a_t$  וללא מהירות התחלתית. מצאו את גודל התאוצה הרדיאלית:

- כפונקציה של הזמן
- כפונקציה של זווית הסיבוב

### תאוצה משיקית רדיאלית וכוללת

גוף נע במעגל שרדיוסו 3 m. הדרך שעובר הגוף נתונה ע"י:  $s = 6t^2 + 3t$

חשב את התאוצה המשיקית, הרדיאלית והכוללת (כתלות בזמן).

### כוח על נהג מרוצים

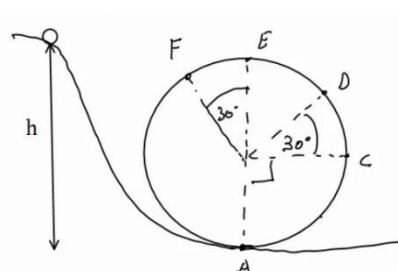
בדוגמה של נהג המרוצים, מצא מה הכוח הפועל על המכונית אם מסת המכונית (כולל הנהג) היא טון אחד. מי מפעיל כוח זה?

$$|F| = \sqrt{(80t)^2 + 4000^2}$$

הגיכיק מהכביש

### כדור בלופ (כולל עבודה ואנרגיה)

כדור קטן מאוד מתחיל להתגלגל ממנוחה מגובה  $h = 6 \text{ m}$  ונכנס לתוך מעגל אנכי. נתון שהכדור משלים סיבוב ואין חיכוך בינו לבין הרצפה. רדיוס המעגל הוא  $R = 2 \text{ m}$ .



- מצא את מהירות הכדור בכל הנקודות באיור. (רמז: שימור אנרגיה).
- מצא את התאוצה הרדיאלית של הכדור באותן נקודות.
- מצא את התאוצה בכיוון המשיק באותן נקודות.
- מצא את גודל התאוצה הכוללת באותן נקודות.

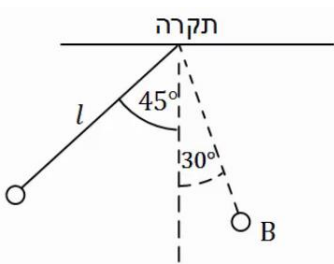
תשובות:

א.  $v_A \approx 10.95 \frac{m}{sec}$ ,  $v_C \approx 8.94 \frac{m}{sec}$ ,  $v_D \approx 7.975 \frac{m}{sec}$ ,  $v_E \approx 6.32 \frac{m}{sec}$ ,  $v_F \approx 6.73 \frac{m}{sec}$ .

ב.  $a_r = \frac{v^2}{R}$  וכי, לפי הנוסחה  $a_{r_A} = 60 \frac{m}{sec^2}$ ,  $a_{r_B} = 40 \frac{m}{sec^2}$ .

ג.  $a_{\theta_A} = 0$ ,  $a_{\theta_C} = -g$ ,  $a_{\theta_D} = -10 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{m}{sec^2}$ ,  $a_{\theta_E} = 0$ ,  $a_{\theta_F} = 5 \frac{m}{sec^2}$ .

ד.  $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2}$ .



**כוחות במטוטלת (כולל עבודה ואנרגיה)**

מטוטלת משוחררת ממנוחה מזווית של 45 מעלות.

אורך החוט הוא  $l$  והמסה היא  $m$ .

ז. מהי מהירות המסה בתחתית המסלול?

ח. מהי המתיחות בחוט ברגע זה?

ט. מהי מהירות המסה בנקודה B הנמצאת

בזווית 30 מעלות? ומהי המתיחות בחוט באותה נקודה?

י. מהי המתיחות בחוט בשיא הגובה וברגע השחרור?

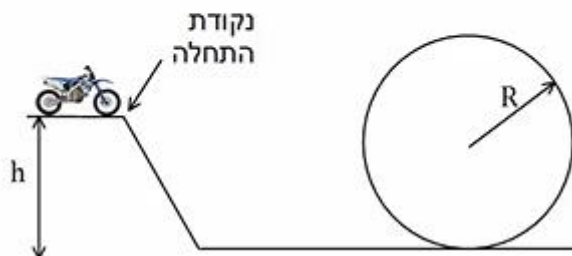
תשובות

א.  $v = \sqrt{0.58gl}$     ב.  $T = 1.58mg$     ג. מהירות:  $v_B = \sqrt{0.32gl}$ , מתיחות:

ד. בשניהם:  $T = mg \frac{1}{\sqrt{2}}$      $T = mg(1.19)$

**רוכב אופנוע במעגל אנכי (כולל עבודה ואנרגיה)**

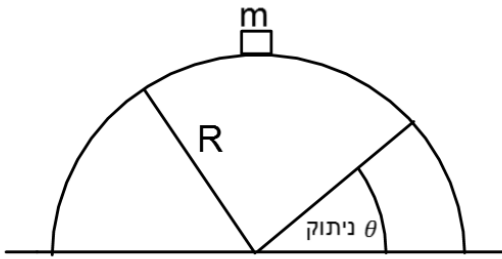
רוכב אופנוע מתחיל תנועתו מנקודת ההתחלה שבציר. מהי המהירות ההתחלתית המינימלית הנדרשת עבור הרוכב כך שיוכל להשלים את הסיבוב האנכי. הנח שהרוכב אינו משתמש במנוע לאחר נקודת ההתחלה. נתון:  $R, h$ .



**תרגיל - קופסה מחליקה על גבעה מעגלית (כולל עבודה ואנרגיה)**

קופסה במסה  $m$  מנוחת על ראש גבעה בצורת חצי מעגל ברדיוס  $R$ . הקופסה מתחיל להחליק לאחד הצדדים ממנוחה כאשר אין חיכוך בינה לבין הגבעה. מצא באיזה זווית הקופסה תתנתק מהגבעה.

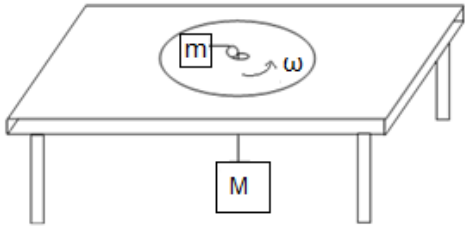




**הכוח הצנטרפוגלי  
מסה על שולחן מסתובב**

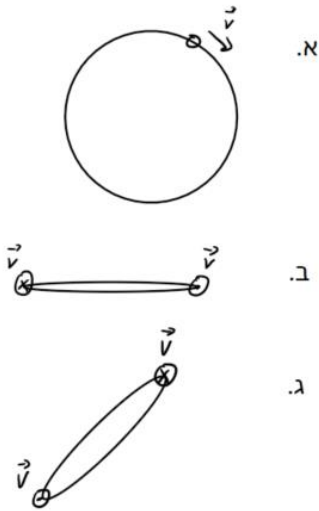
מסה  $m$  מונחת על דיסק המסתובב על שולחן במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . המסה מחוברת לחוט העובר דרך מרכז השולחן ומחובר למסה  $M$ . בין המסה  $m$  לדיסק יש חיכוך ומקדם החיכוך הסטטי הוא  $\mu_s$ .

נתון:  $\omega, m, M, \mu_s$ .  
מהו הרדיוס המינימלי והרדיוס המקסימלי שבו ניתן להניח את המסה כך שלא תזוז בכיוון הרדיאלי?



**וקטורי מיקום, מהירות ותאוצה  
מציאת הכיוון של אומגה**

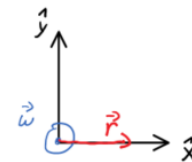
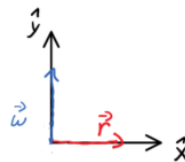
במקרים הבאים נתון כיוונה של המהירות הקווית של גוף הנע במעגל. מצא את הכיוון של המהירות הזוויתית בכל מקרה:



$\hat{x}$   $\hat{y}$   $\hat{z}$   
 $\otimes$  . א  
 $\downarrow$  . ב  
 $\leftarrow$  . ג

**תרגיל לנוסחה**  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

מצא את כיוון המהירות הקווית של הגוף במקרים הבאים בהנחה כי הגוף נע בתנועה מעגלית.



$\hat{x}$   $\hat{y}$   $\hat{z}$   
 $\hat{y}$  . א  
 $-\hat{z}$  . ב

**תאוצה זוויתית קבועה כוקטור**

גוף נע במעגל בעל רדיוס קבוע שאינו ידוע. התאוצה הזוויתית של הגוף קבועה ונתונה לפי  $\vec{a} = 2\hat{x} + 3\hat{y} + 4\hat{z}$  ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע. המיקום ההתחלתי והמהירות הזוויתית ההתחלתית הם:  $\vec{r}_0 = 5\hat{x} + 3\hat{y} - 2\hat{z}$  במטרים ו-  $\vec{\omega}_0 = -2\hat{x} + 3\hat{y} - 4\hat{z}$  ברדיאן לשנייה. מצא את גודל המהירות הקווית של הגוף ב  $t = 2 \text{ sec}$ .

**תשובה: 63.63 m/s**

**וקטור המיקום של נהג המרוצים**

מצא את וקטור המיקום כתלות בזמן בדוגמה עם נהג המרוצים

$\hat{x}$   $\hat{y}$   $\hat{z}$

$$\vec{r} = 50 \cos\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{x} + 50 \sin\left(\frac{t^2}{25}\right) \hat{y}$$

**תנועה מעגלית שאינה סביב הראשית**

גוף נע על מעגל ברדיוס 3m. הגוף חולף דרך הנקודה (5,4) ביחס לראשית הצירים O.

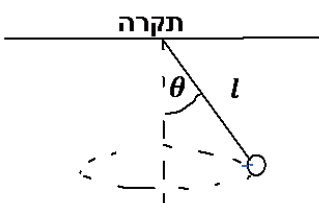
נתון כי מרכז המעגל נמצא ב (5,7) והמהירות הזוויתית היא  $\omega = \frac{2\pi \text{ rad}}{20 \text{ sec}}$

- מצא את וקטור המיקום של הגוף כפונקציה של הזמן.
- מצא את וקטור המהירות של הגוף כפונקציה של הזמן.
- מצא את וקטור התאוצה של הגוף כפונקציה של הזמן.
- מצא את המהירות הממוצעת בין  $t=5 \text{ sec}$  ל  $t=10 \text{ sec}$ .
- מצא את תחום הזווית ביחס לראשית בו נע וקטור המקום.
- מצא את תחום הגדלים של וקטור המקום.

**תרגילים מסכמים**

**מטוטלת מסתובבת אופקית**

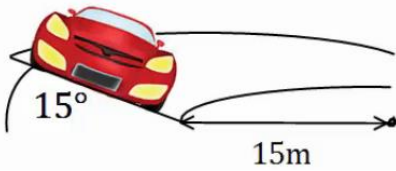
מטוטלת בעלת אורך l מסתובבת סביב ציר האנך לתקרה בזווית מפתח קבועה  $\theta$ .



נתון:  $\theta$ ,  $l$ .  
מצא את התדירות וזמן המחזור של הסיבוב.

### מתיחות במטוטלת מתמטית (כולל עבודה ואנרגיה)

#### מכונית במחלף

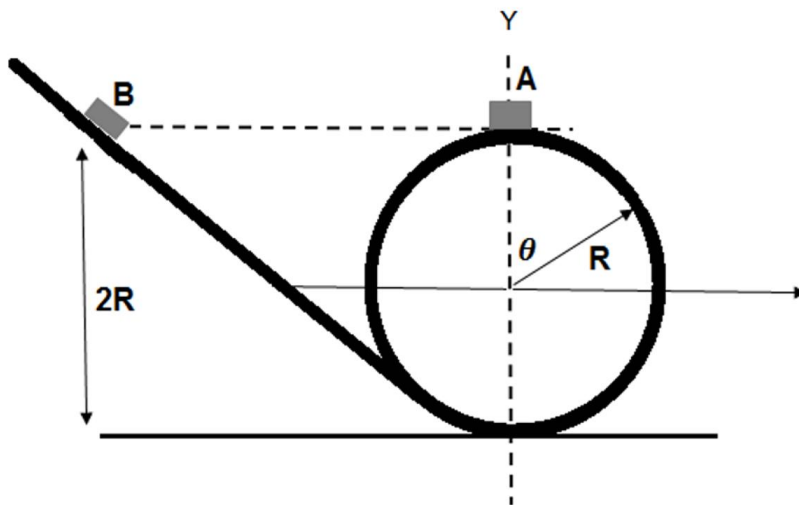


מכונית נוסעת על מחלף משופע. זווית השיפוע של המחלף היא 15 מ' רדיוס הסיבוב של המחלף הוא 15 מטרים. אם נניח שלמכונית אין חיכוך עם הכביש, מה המהירות בה צריכה לנסוע המכונית על מנת לא להחליק?

#### תרגיל- שני גופים על מסילה מעגלית אנכית (כולל עבודה ואנרגיה)

מסילה מעגלית חלקה, דקה ובעלת רדיוס  $R$  מוצבת במישור אנכי. מישור משופע וחלק משיק למסילה ומשתלב בה כמתואר בתרשים. מציבים את בול  $A$  בגובה  $2R$  ואת בול  $B$  על המישור המשופע בגובה זהה מהרצפה. נותנים ל- $A$  דחיפה קלה ועוזבים את  $B$  ממצב מנוחה. שני הגופים מחליקים, גוף  $A$  בצידה החיצוני של המסילה ואילו גוף  $B$  משתלב ונכנס לתוך המסילה. בשלב מסוים כל אחד מהגופים מתנתק מהמסילה. התייחסו לגופים כאל גופים נקודתיים.

- באיזו זווית  $\theta_1$  עם ציר ה- $y$ , יתנתק גוף  $A$  מהמסילה?
- באיזו זווית  $\theta_2$  יתנתק גוף  $B$  מהמסילה?
- אם שני הגופים מתנתקים מהמסילה בו זמנית. מה גודל המהירות היחסית בניהם?
- מה יהיה המרחק בין הגופים לאחר הניתוק, אחרי פרק זמן  $\Delta t$  (הניחו שהגופים עדיין באוויר).



#### מציאת מיקום כפונקציה של זמן

חלקיק מוגבל לנוע על מעגל ברדיוס  $R$ . נתון שגודל המהירות של החלקיק  $V(t) = Ct^2$  כאשר  $C$  קבוע.

מצאו ופתרו את משוואת המיקום של החלקיק.

#### מסובבים פיצה בתנועה מעגלית

מסובבים פיצה בתנועה מעגלית כך שמתקיים:

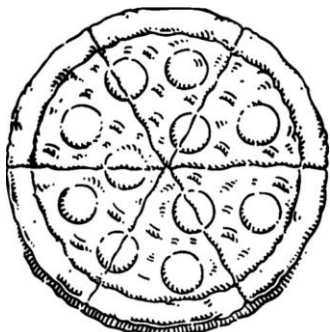
$\theta = 4t^2 + 5t$  כאשר  $\theta$  נמדדת ברדיאנים ו- $t$  בשניות.

א. מצאו את המהירות הזוויתית של הבצק.

ב. מצאו את התאוצה הזוויתית של הבצק.

ג. לאחר שהוסיפו את הזיתים מסובבים עוד פעם את הפיצה באותו אופן. מצאו את הרדיוס בו נמצא זית הנע בתאוצה משיקית של  $0.2 \text{ m/s}^2$ .

ד. חזור על סעיף ג' אם ידוע שהתאוצה הקווית הכוללת ב  $t=1\text{sec}$  היא



### תאוצה משיקית קבועה

גוף נקודתי מתחיל לנוע ממנוחה במסלול מעגלי בעל רדיוס 2 מטר בתאוצה משיקית קבועה.

ידוע כי לאחר שני סיבובים שלמים הגיע הגוף למהירות קווית של 2 מטר לשנייה.

א. תוך כמה זמן השלים הגוף את שני הסיבובים הראשונים?

ב. מה הייתה התאוצה המשיקית של הגוף?

ג. מה הייתה הזווית בין וקטור התאוצה המשיקית לווקטור התאוצה השקולה לאחר שני הסיבובים הראשונים?

ד. מתי, החל מעת תחילת התנועה, תהיה התאוצה המשיקית שווה בגודלה לתאוצה המרכזית של הגוף?

ה. איזה מרחק יעבור הגוף עד אז (ראה סעיף ד')?

### זווית בין משיקית לכוללת

נקודה נעה במסלול מעגלי שרדיוסו 30 ס"מ. הנקודה נעה בתאוצה משיקית קבועה של 4 מטר לשנייה בריבוע.

לאחר כמה זמן מתחילה התנועה התאוצה הרדיאלית של הנקודה תהיה:

א. גדולה פי 2 מהתאוצה המשיקית?

ב. שווה לתאוצה המשיקית?

### חמישה סיבובים

נקודה, שנמצאת במרחק 15 ס"מ ממרכז הגלגל, מתחילה להסתובב בתאוצה משיקית קבועה.

הנקודה מגיעה למהירות זוויתית של  $20 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$  לאחר 5 סיבובים. מצא את:

א. התאוצה המרכזית של הנקודה כעבור 5 שניות.

ב. התאוצה המשיקית של הנקודה כעבור 5 שניות.

ג. התאוצה השקולה של הנקודה כעבור 5 שניות.

### תרגיל-טנק יורה פגז מדיסקה מסתובבת

טנק נמצא בקצה של דיסקה ברדיוס  $R$  היכולה להסתובב במקביל לקרקע. הדיסקה מתחילה להסתובב ב

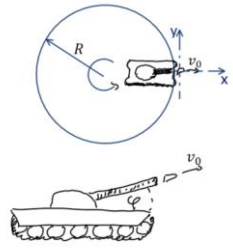
$t = 0$  בתאוצה זוויתית  $\ddot{\theta} = kt^2$ . כעבור זמן  $t_0$  הטנק נמצא במיקום שבאיור ויורה פגז. מהירות הלוע של

הפגז היא  $v_0$ . התותח מכון בכיוון הרדיאלי כלפי חוץ, ובזווית  $\varphi$  מעל הקרקע (במאונך למישור שבו

מסתובבת הדיסקה).

א. באיזה מהירות ביחס לצופה ניח יוצא הכדור מלוע הטנק?

ב. באיזה מרחק מנקודת הירי יפגע הפגז?



תשובות

$$1) \quad v_x = v_0 \cos \varphi \quad v_y = v_0 \sin \varphi$$

$$v_y = \frac{k t_0^3 R}{3}$$

$$2) \quad d = \left( (v_0 \cos \varphi)^2 + \left( \frac{k t_0^3 R}{3} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \left( t_0 + \frac{2 v_0 \sin^2 \varphi}{g} \right)$$

### תרגילים מסכמים למתקדמים

#### \* נקודה על גלגל

מיקומו של גוף כתלות הזמן נתון ע"י:  $x(t) = R\omega t - R\sin(\omega t)$

$$y(t) = R - R\cos(\omega t)$$

כאשר  $R$  ו  $\omega$  קבועים.

- א) מצא את וקטורי המהירות והתאוצה של הגוף.
- ב) מצא את התאוצה המשיקית והנורמאלית.
- ג) צייר את מסלול הגוף.

#### \* תרגיל- מטוטלת כפולה מסתובבת אופקית

גוף בעל מסה  $m_1$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_1$  לתקרה. גוף בעל מסה  $m_2$  מחובר באמצעות חוט באורך  $l_2$  לגוף הראשון. שני הגופים מסתובבים יחדיו בתדירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב ציר האנך לתקרה. הזוויות בין החוטים לאנכים הן  $\alpha, \beta$  (ראה איור).

א. רשום את משוואת התנועה לכל גוף.

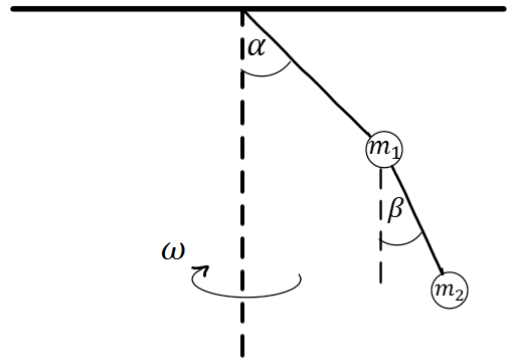
ב. מצא מהי הזווית  $\alpha$  עבור המקרה בו  $m_2 = 0$  ו  $m_1 \neq 0$  מהי תדירות הסיבוב המינימלית האפשרית.

ג. דני ויוסי ניסו למצא את  $\omega$  במקרה הכללי. דני הציב את גדלי המתיחויות של החוטים במשוואת התנועה של גוף 2 וקיבל:

$$\omega^2 = \frac{g \tan \beta}{l_1 \sin \alpha + l_2 \sin \beta}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{l_1} \cdot \frac{\frac{m_1 + m_2}{m_1} \tan \alpha - \frac{m_2}{m_1} \tan \beta}{\sin \alpha}$$

ישב את הסתירה.

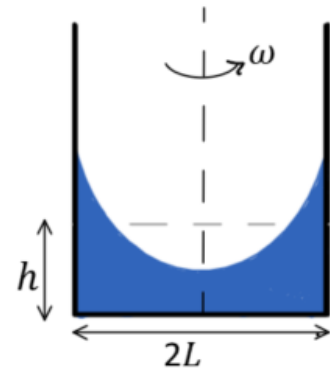


**תרגיל- חבל עם מסה מסתובב\***

נתון חבל אחיד בעל מסה  $m$  ואורך  $l$ . החבל קשור בקצה אחד ומסתובב במישור אופקי במהירות זוויתית  $\omega$ . מצא את גודל המתיחות לאורך החבל (כתלות במרחק מהקצה הקשור). רמז: יש לחלק את החבל לחתיכות קטנות ולעשות משוואת תנועה על כל חתיכה.

**תרגיל-מים בכלי מסתובב\*\***

תיבה באורך  $2L$  ורוחב  $w$  כך ש  $w \ll L$  מכילה מים. גובה המים בתיבה הוא  $h$ . מסובבים את התיבה במהירות זוויתית  $\omega$  סביב ציר העובר במרכזה. הנח כי המים לא נשפכים מהתיבה.  
 א. מצאו את הפונקציה המתארת את פני המים במרחב (רמז: חשבו את השיפוע של המשיק לפני המים בנקודה כלשהיא, שיפוע זה הוא הנגזרת של הפונקציה)  
 ב. מהו הפרש הגבהים בין המים במרכז התיבה למים במרחק אופקי  $d$  מהמרכז?  
 ג. מה יהיה הפרש הגבהים אם נגדיל את מהירות הסיבוב פי 2?  
 ד. מהו התנאי שתחתית התיבה תתייבש בנקודה כלשהיא?



תשובות:

- א)  $y = \frac{\omega^2 x^2}{2g} + h - \frac{\omega^2 L^2}{6g}$
- ב)  $\Delta y = \frac{\omega^2 d^2}{2g}$
- ג)  $\Delta y = \frac{2\omega^2 d^2}{g}$
- ד)  $h = \frac{\omega^2 L^2}{6g}$



## פרק 7 - קואורדינטות פולריות

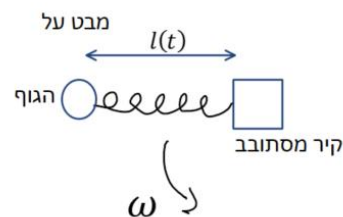
### תרגיל-מסה קשורה עם קפיץ לקיר מסתובב

גוף נקודתי מחובר ע"י קפיץ לקיר שמסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  במישור האופקי. אורך הקפיץ משתנה בזמן ונתון לפי  $l(t) = l_0 + A \sin(\Omega t)$  כאשר  $A < l_0$  ,  $\Omega$  ו-  $l_0$  הם קבועים חיוביים ומתקיים  $A < l_0$  .  
 א. מהי תאוצת הגוף בקואורדינטות פולריות?

ב. נניח ש  $A$  ,  $\Omega$  ו-  $\omega$  ידועים , מהו התנאי על  $l_0$  כך שבנקודות זמן מסוימות כיוון התאוצה יהיה רק בכיוון  $\hat{\theta}$ ?

ג. מהי התשובה המספרית לסעיף ב אם  $\Omega = 3 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$  ,

$$A = 0.2\text{m}, \omega = 1 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}, ?$$



תשובות

$$1) \vec{a} = -\left((\Omega^2 + \omega^2) A \sin \Omega t + \omega^2 l_0\right) \hat{r} + (2\Omega A \cos \Omega t) \hat{\theta}$$

$$2) \quad 0 < l_0 \leq \frac{\Omega^2 + \omega^2}{\omega^2} \cdot A$$

$$2) \quad 0 < l_0 \leq 2\text{m}$$

### דני מסתובב במעגלים

דני בן השלוש מתחיל לרוץ במעגלים ממנוחה.  
 דני מתרחק מהנקודה בה התחיל לרוץ לפי  $r = At^2$  והוא מסתובב במהירות זוויתית הולכת וגדלה  $\omega = Bt$  ( $A = 0.4167 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$  ,  $B = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}^2}$  ).  
 א. מצא את המהירות של דני כתלות בזמן בקואורדינטות פולריות.  
 ב. מצא את התאוצה של דני כתלות בזמן בקואורדינטות פולריות.  
 ג. כאשר דני מגיע לתאוצה השווה ל  $g$  הוא מקבל סחרחורת ונופל (על הטוסיק כמובן), מתי ייפול דני?

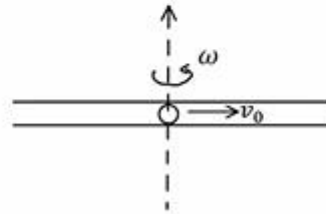
נח מסתורי בצינור



צינור מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב מרכזו. כדור קטן בעל מסה  $m$  נמצא ב  $t=0$  במרכז הצינור. לכדור מהירות התחלתית  $v_0$  בכיוון הרדיאלי. כוח מסתורי  $F$  (לא בהכרח קבוע) פועל על הכדור ושומר על מהירות הכדור ביחס לצינור להיות קבועה ושווה ל  $v_0$ . בין הצינור לכדור אין חיכוך.

א. מה מיקום הכדור כתלות בזמן.

ב. מהו הכוח  $F$  כתלות בזמן הפועל על הכדור.



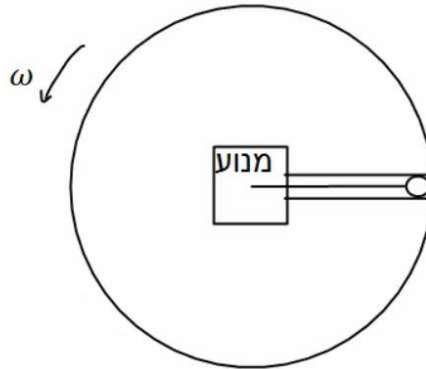
**מנוע מושך כדור בתוך דיסקה מסתובבת**

דיסקה ברדיוס  $R$  מונחת על שולחן ומקובעת במרכזה אך מסתובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . בתוך הדיסקה ישנה תעלה, כדור בעל מסה  $m$  מונח בקצה של התעלה ויכול לזוז רק בתוך התעלה. במרכז הדיסקה נמצא מנוע המחובר בחוט לכדור. המנוע מושך את הכדור למרכז הדיסקה כך שתאוצת הכדור ביחס לדיסקה היא  $a_0$ .

א. מצא את מיקום המסה כתלות בזמן ביחס לדיסקה וביחס למעבדה, בקואורדינטות פולריות.

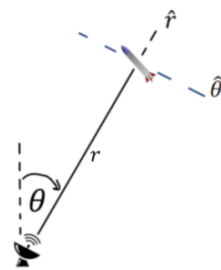
ב. מה הכוח שמפעיל המנוע על הכדור כתלות בזמן?

ג. מה הכוח שמפעילים הקירות על הכדור?



**תרגיל-מכ"מ מזהה טיל**

מכ"מ מזהה טיל הנמצא מעט מעל האטמוספירה עם מנוע כבוי. הבעיה דו מימדית. נתון כי:  
 $\theta = 30^\circ$ ,  $\dot{r} = 1100 \text{ m/s}$ ,  $\dot{\theta} = 1.5 \cdot 10^{-2} \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ ,  $r = 70 \text{ km}$   
 החיכון עם האוויר זניח בגובה רב והתאוצה היחידה היא תאוצת הכובד השווה ל  $9.6 \text{ m/s}^2$  (התאוצה קטנה מעט בגלל המרחק ממרכז כדור הארץ).  
 א. מהו גודלה של מהירות הטייל?  
 ב. מצאו את הערך של  $\ddot{r}$  ושל  $\ddot{\theta}$ .

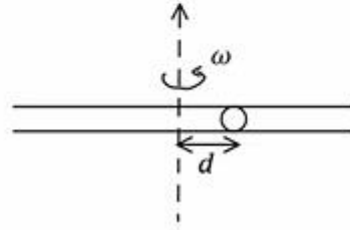


תשובות

1)  $1529 \text{ m/s}$   
 2)  $\ddot{r} = 9.44 \text{ m/s}^2$       $\ddot{\theta} = -4.03 \cdot 10^{-4} \frac{\text{rad}}{\text{sec}^2}$

### כדור חופשי לנוע בתוך צינור מסתובב

- צינור מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  סביב מרכזו. כדור קטן בעל מסה  $m$  נמצא בתוך הצינור. ב  $t=0$  הכדור נמצא במנוחה ביחס לצינור ובמרחק  $d$  ממרכז הצינור. בין הצינור לכדור אין חיכוך.
- רשום את הכוחות הפועלים על הכדור בצירים פולריים.
  - רשום את משוואת התנועה בכיוון הרדיאלי.
  - בדוק כי הפתרון  $r(t) = Ae^{\omega t} + Be^{-\omega t}$  מתאים למשוואה שמצאת ומצא את הקבועים  $A, B$ .
  - מהו הכוח הנורמאלי הפועל מהצינור על כדור?



### תרגיל- משוואות לתנועת חלקיק

תנועת חלקיק מתוארת ע"י המשוואות:

$$r = A \cdot t^\alpha \quad \text{ו} \quad \dot{\theta} = \omega = \text{const} \quad \text{כאשר } A, \alpha \text{ קבועים.}$$

א. הביעו את  $r$  כתלות ב-  $\theta$ .

ב. שרטטו את התנועה עבור  $\alpha > 0$ ,  $\alpha < 0$ ,  $\alpha = 0$ .

ג. הניחו כי הגוף מתחיל מהראשית וכי  $\omega = 2 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ ,  $A = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $\alpha = 1$  כמה סיבובים יעבור הגוף עד שהרדיוס יהיה  $30 \text{m}$ ?

### תרגיל- חללית במסלול ספיראלי

חללית 1 נעה במסלול ספיראלי (בדו מימד) כך ש  $r_1(t) = At^\alpha$ , כאשר  $A$  ו-  $\alpha$  הם קבועים חיוביים

$$\ddot{\vec{r}}(t) \cdot \hat{r} = A\alpha(\alpha - 1)t^{\alpha-2} - AC^2t^\alpha e^{2Ct}$$

נתונים. נתון גם כי:  $\ddot{\vec{r}}(t) \cdot \hat{r} = A\alpha(\alpha - 1)t^{\alpha-2} - AC^2t^\alpha e^{2Ct}$  החללית נעה נגד כיוון השעון ו-  $C$  הוא גם קבוע חיובי נתון. בזמן  $t = 0$  החללית חוצה את ציר ה-  $x$  השלילי.

א. מצאו את מיקום החללית בקואורדינטות קרטזיות.

ב. חללית 2 נעה על מסלול ספיראלי כך ש  $r_2(t) = \frac{1}{2}r_1(t)$  ובאותה זווית כמו חללית 1. מצאו את המיקום

, המהירות והתאוצה של חללית 1 ביחס לחללית 2.

ג. תארו באופן מילולי את תנועתה של חללית 1 ביחס לחללית 2 אם  $\alpha = 2$ .

תשובות:

$$א) \quad \vec{r}(t) = A t^\alpha \left( -\cos(e^{Ct} - 1) \hat{x} - \sin(e^{Ct} - 1) \hat{y} \right)$$

$$ב) \quad x(t) = -\frac{1}{2} A t^\alpha \quad y(t) = 0$$

$$v_x(t) = -\frac{1}{2} A \alpha t^{\alpha-1} \quad a_x(t) = -\frac{1}{2} A \alpha (\alpha - 1) t^{\alpha-2}$$

$$ג) \quad \text{החללית 2 תנועה קבועה ישר}$$

### תרגיל-עכביש הולך על דיסקה מסתובבת

עכביש נמצא במרכז של דיסקה המסתובבת במהירות זוויתית  $0.2 \frac{rad}{sec}$ . העכביש מתחיל לנוע במהירות קבועה ובקו ישר

- ביחס לדיסקה** עד לקצה הדיסקה ברדיוס  $2 \text{ m}$ . הזמן שלוקח לעכביש להגיע לקצה הוא  $4$  שניות.
- מצאו את וקטורי מהירותו ותאוצתו של העכביש (ביחס למעבדה).
  - הסבירו מדוע יש לעכביש תאוצה אם הוא הולך במהירות קבועה ביחס לקרוסלה.
  - הסבירו באופן איכותי את כל אחד מהרכיבים של תאוצת העכביש.

תשובה

א)  $\vec{v} = \omega r \hat{\theta}$   
 $\vec{a} = -0.02 \cdot t \hat{r} + 0.2 \hat{\theta}$

ב) כי הוא לא נמצא במהירות קבועה  
 כי אם נלמד קצה

ג) רכיב רדיאלי: תאוצה רדיאלית ורינטרלי  
 רכיב  $\theta$ : תאוצה כביינ  $\theta$  שנגרמת מהמהירות  
 כביינ  $\theta$  אנליז  $\omega$  קדיש

### מהירות מינימאלית ללווין

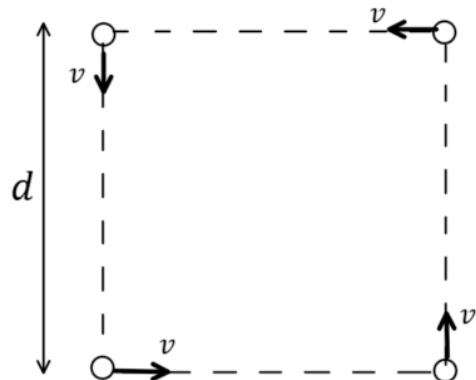
לווין שעובר בסמוך לפני כדה"א מרגיש תאוצה  $\vec{a} = -g\hat{r}$  (בהזנחת התנגדות האוויר). מצאו מה צריכה להיות המהירות המינימלית של הלווין כך שלא יתנגש בפני כדה"א וישלים סיבוב.

תשובה:

$$\sqrt{gR_E}$$

### תרגיל-משחק תופסת\*

- ארבעה ילדים משחקים תופסת, הם מתחילים לרוץ מארבע פינות של ריבוע בגודל  $d \times d$ . כל ילד רץ במהירות קבועה  $v$  לעבר הילד שמשמאלו (הכיוון הוא תמיד לכיוון הילד שמשמאלו).
- תאר את תנועת הילדים וקבע היכן ייפגשו.
  - כעבור כמה זמן ייפגשו?
  - כמה סיבובים עשה כל ילד עד למחצית מהזמן שנפגשו?
  - מצא את וקטור המיקום של הילד המתחיל ברביע הראשון כפונקציה של הזמן בקואורדינטות קרטזיות.
  - רמזים: מהי הסימטריה בבעיה? איזה צורה יוצרים הילדים בכל רגע? רשום את מהירות כל ילד בקואורדינטות פולריות.



ג/ה/ו

(א)  $\vec{r}(t) = \left( -\frac{v t}{\sqrt{2}} + \frac{d}{\sqrt{2}} \right) \left[ \cos \left( \ln \left( \frac{d}{\sqrt{2} - vt} \right) + \frac{\pi}{4} \right) \hat{x} + \sin \left( \ln \left( \frac{d}{\sqrt{2} - vt} \right) + \frac{\pi}{4} \right) \hat{y} \right]$  (3)

(ב)  $\frac{d}{\sigma}$

(ג)  $\frac{\ln 2}{2\pi}$

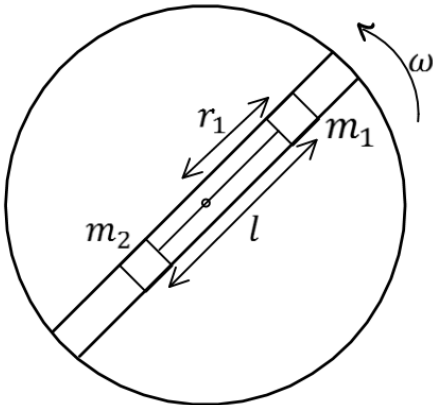
**תרגיל- שתי מסות מחוברות בחוט בתוך דסקה מסתובבת\***

על דסקה המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  ישנה מסילה העוברת דרך מרכז הדסקה. במסילה ישנן שתי מסות  $m_1, m_2$  המחוברות בחוט באורך  $l$ . המערכת מונחת על שולחן אופקי (ז"א כיוון כוח הכובד לתוך הדף) א. מצא את היחס בין המסות על מנת שרדיוס כל מסה יישאר קבוע במהלך התנועה.

כעת חותכים את החוט. נסמן את הזמן שבו חותכים את החוט ב  $t = 0$ .

ב. רשום משוואה דיפרנציאלית שפתרונה ייתן את  $r_1(t)$ .

ג. פתור את המשוואה ומצא את  $r_1(t)$ . הנח כי  $r_1$  הוא מיקום המסה ברגע השחרור



**רוכב אופנוע \***

רוכב אופנוע מתחיל את תנועתו ממנוחה. מרחקו מנקודת ההתחלה משתנה לפי  $z=ct$ , כאשר  $c$  קבוע. בנוסף הרוכב מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ .

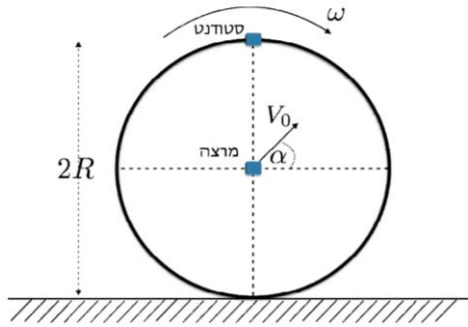
מצא את המרחק המקסימלי אליו יגיע הרוכב אם נתון מקדם החיכוך הסטטי  $\mu_s$ .

**תרגיל- סטודנט ומרצה על גלגל ענק\***

סטודנט נמרץ פוגש מרצה בעת ביקורו בפארק שעשועים. הסטודנט נחוש בדעתו להראות שהוא יודע מכניקה ומשכנע את המרצה לטפס למרכז גלגל ענק. הסטודנט עולה על הקרון של הגלגל. הגלגל מסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$  עם כיוון השעון ורדיוסו  $R$ . כשהסטודנט מגיע לשיא הגובה המרצה זורק כרית במהירות התחלתית  $v_0$  ובזווית  $\alpha$  ביחס לאופק. בזמן מסוים לאחר זריקת הכרית הסטודנט קופץ מהקרון כך שמהירותו היא המהירות המשיקית של הקרון ביחס למרצה. הסיכוי היחידי של הסטודנט לא להיפצע בעת הפגיעה בקרקע הוא אך ורק אם ינחת על הכרית. הנח שתנועת הכרית היא כתנועת אבן. לפני הזינוק של הסטודנט:

1. רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות קרטזיות ביחס למרצה.
  2. רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות פולריות ביחס למרצה.
  3. רשמו את ווקטור המיקום של הסטודנט בקואורדינטות קרטזיות ביחס למרצה.
  4. רשמו את ווקטור המיקום של הסטודנט בקואורדינטות פולריות ביחס למרצה.
  5. רשמו את ווקטור המיקום של הכרית בקואורדינטות קרטזיות ביחס לסטודנט.
  6. מה צריכה להיות גודלה של המהירות ההתחלתית  $v_0$  והזווית  $\alpha$  כדי שהכרית תעבור ליד הסטודנט לאחר זמן  $t_0$ .
- הסטודנט מחליט לקפוץ כשהכרית עוברת לידו (אסור לו לתפוס אותה כשהיא לידו).

7. הכרית יכולה לעבור ליד הסטודנט כשהיא לפני שיא הגובה, בשיא הגובה או אחריו. באיזה משלושת המקרים על הסטודנט לקפוץ על מנת לחסוך את הוצאות החיוב של האמבולנס? (נמקו את תשובתכם).
8. על פי הסעיף בהינתן שהסטודנט והכרית בקרקע באותו הזמן. מה הוא הקשר בין ווקטורי המהירויות של הסטודנט והכרית בעת הקפיצה כך שהסטודנט לא יפגע?
9. חשבו את הגובה בו תתרחש הקפיצה. בטאו את הגובה הנ"ל בעזרת קבועי הבעיה בלבד ( $t_0$  הוא לא קבוע בעיה עבור שאלה זו).



### קרוסלה \*\*

חיפושית נעה על קרוסלה המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega_0$ . רדיוס הקרוסלה  $R$ . החיפושית נעה מקצה הקרוסלה למרכזה במהירות קבועה  $V_0$  ביחס לקרוסלה.

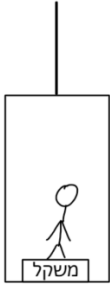
- א) מצא את מיקום החיפושית בקורדינטות קרטזיות ובקורדינטות פולריות ביחס לצופים הבאים:
- I. צופה A - הנמצא על הקרוסלה בנקודת ההתחלה של החיפושית.
  - II. צופה B - הנמצא על הקרוסלה במרכזה.
  - III. צופה C - הנמצא במרכז הקרוסלה אך אינו מסתובב איתה.
  - IV. צופה D - הנמצא בקצה הקרוסלה ואינו מסתובב עם הקרוסלה.
- ב) מצא את המהירות והתאוצה ביחס לאותם צופים.

## פרק 8 - כוחות מדומים

הסבר על כוחות מדומים ומערכת הנעה בקו ישר

### משקל במעלית

אדם עומד על משקל בתוך מעלית. מסת האדם היא 70 ק"ג. המעלית עולה מקומת הקרקע לקומה 15. בתחילת התנועה המעלית מאיצה בקצב קבוע של  $3 \text{ m/s}^2$ . החל מקומה 2 המעלית נעה במהירות קבועה עד לקומה 12. החל מקומה 12 המעלית מאטה בקצב קבוע של  $4 \text{ m/s}^2$  עד לעצירה בקומה 15. מצא מה מורה המשקל בכל רגע במהלך תנועת המעלית, פתור פעם אחת מנקודת מבט של צופה מהקרקע ופעם נוספת מנקודת מבט של צופה הנמצאה בתוך המעלית.

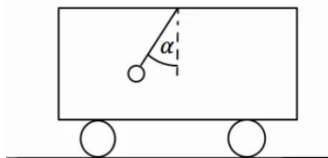


תשובות:

91 kg	0-2	קומה
70 kg	2-12	קומה
42 kg	12-15	קומה

### מכשיר למדידת תאוצה

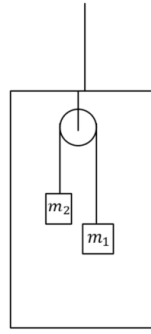
מטוטלת קשורה לתקרת מכונת. המטוטלת נמצאת בזווית קבועה ונתונה,  $\alpha$ , ביחס לאנך מתקרת המכונה. מצא מהי תאוצת המכונה (גודל וכיוון). פתור פעם אחת מנקודת מבט של צופה מהקרקע ופעם שניה מנקודת מבטו של צופה בתוך המכונה.



תשובה:  $a_x = g \tan \alpha$  ימינה

### מכונת אטווד במעלית

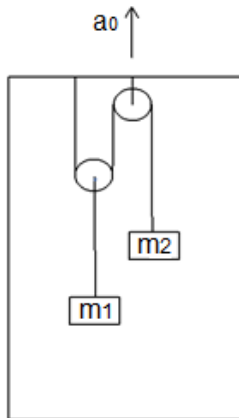
שתי מסות  $m_1 = 5 \text{ kg}$  ו-  $m_2 = 3 \text{ kg}$  מחוברות באמצעות חוט דרך גלגלת אידיאלית הקשורה לתקרת מעלית. המערכת מתחילה ממנוחה ותאוצת המעלית היא  $a_0 = 2 \text{ m/s}^2$  כלפי מעלה. הגובה של  $m_1$  מעל רצפת המעלית הוא  $h = 5 \text{ m}$ . כמה זמן ייקח ל  $m_1$  להגיע אל רצפת המעלית?



תשובה:  $t=1.83 \text{ sec}$

**גלגלות במעלית \***

מערכת הגלגלות המתוארת באיור תלויה מתקרת מעלית העולה בתאוצה קבועה  $a_0$ . כל הגלגלות הינן חסרות מסה.

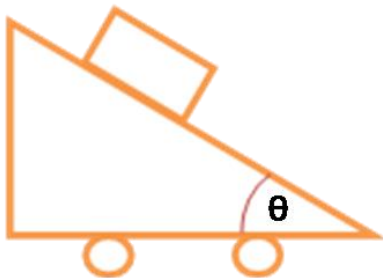


- (א) מצאו את תאוצת המסות.  
 (ב) ידוע כי  $m_1 > 2m_2$ . עוזבים את המערכת ממנוחה כאשר המסה  $m_1$  נמצאת מטר מעל לרצפת המעלית. תוך כמה זמן תפגע המסה  $m_1$  ברצפת המעלית?

**מכונית משולשת \***

בציור מתוארת מכונית משולשת עם זווית ראש  $\theta$ . על המכונית ישנה מסה  $M$  ובין המכונית למסה קיים חיכוך. נתון כי:  $\mu_k = \mu_s = 0.2$ ,  $\sin \theta = 0.6$

- (א) מהו התנאי שהתאוצה  $a$  צריכה לקיים על מנת שהמסה לא תחליק מטה.  
 (ב) כעת, נתון כי  $a=0.2g$  חשב את תאוצת הגוף במערכת העגלה.  
 (ג) חשב את תאוצת הגוף במערכת המעבדה ( $a=0.2g$ ).  
 (ד) כעת נתון כי העגלה נעה שמאלה. מהי צריכה להיות התאוצה הקריטית שמאלה של העגלה כדי שהמשקולת תינתק מהמישור המשופע?



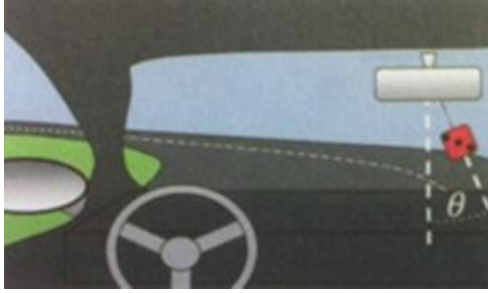
**תרגילים עם קוריאוליס והצנטריפוגלי**

**מכונית בסיבוב עם קובייה תלויה**

נהג מסתובב עם מכוניתו סביב כיכר שרדיוסה  $R=50[m]$  במהירות  $v=20[m/s]$ . על מראת המכונית תלויה קובייה שמסתה  $m=0.1[kg]$ .

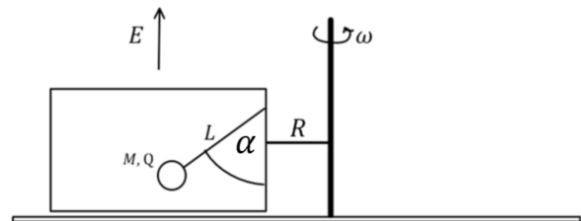


- (א) במערכת הייחוס של הנהג, מהו הכוח המדומה (הכוח הצנטריפוגלי) הפועל על הקובייה?  
 (ב) מצאו, פעם במערכת הייחוס של צופה מן הצד ופעם במערכת הייחוס של הנהג, את הזווית בה תלויה הקובייה ביחס לאנך בשיווי-משקל.



### מטוטלת בתוך תיבה מסתובבת

תיבה קשורה בחבל שאורכו  $R$  למוט המסתובב במהירות זוויתית  $\omega$ . תולים מטוטלת שאורכה  $L$  ומסתה  $M$  מהקיר של התיבה. המסה שבקצה המטוטלת היא גוף בעל מטען חשמלי  $Q$  הנמצא בשדה חשמלי  $E$  כלפי מעלה (גוף טעון הנמצא בשדה חשמלי מרגיש כוח שגודלו  $QE$  וכיוונו בכיוון השדה החשמלי). חשבו את הזווית של המטוטלת עם הקיר במצב שיווי משקל. הניחו ש  $R \ll L \sin \alpha$ .

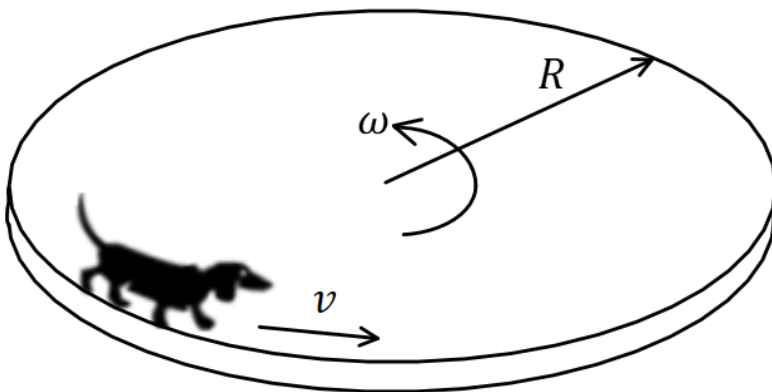


תשובות:

$$\cos \alpha = \frac{mg - QE}{m\omega^2 L}$$

### זיגי הולך על השפה של דיסקה מסתובבת

זיגי הבלב רץ במהירות קבועה  $v$  לאורך היקפה של דיסקה המסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$ , המהירות  $v$  נתונה ביחס לדיסקה. משקלו של זיגי הוא  $m$  ורדיוס הדיסקה הוא  $R$ . מהו כוח החיכוך הפועל על זיגי מהדיסקה (גודל וכיוון)?



### יוסי ודני מתמסרים על דיסקה מסתובבת

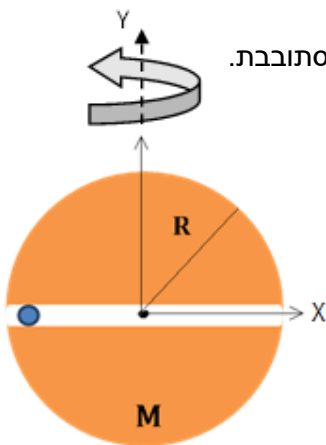
יוסי ודני עומדים זה מול זה על גבי דיסקה בעלת רדיוס  $R$  המסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$  סביב צירה. האנשים קבועים במקומם על שפת הדיסקה כאשר מרכז הדיסקה נמצא בידיוק ביניהם. יוסי מגלגל כדור קטן על הדיסקה שמגיע לדני כעבור זמן  $T$ .

- (א) מצא את מהירות הזריקה (גודל וכיוון) יחסית לדיסקה. בצע את החישוב במערכת המעבדה.  
 (ב) מצא את משוואת התנועה של המסה במערכת הדיסקה בעזרת מערכת קואורדינטות פולריות יחסית למערכת ומרכז הדיסקה.

### חלקיק במנהרה

חלקיק נקודתי בעל מסה  $m$  נע בתוך מנהרה ישרה העוברת במרכז כדור הארץ (הנח כי מסת כדור הארץ ורדיוסו ידועים וצפיפותו אחידה). נתון גם כי כדור הארץ מסתובב במהירות זוויתית  $\omega$ . על החלקיק פועל כוח חיכוך השווה ל  $\mu N$  כאשר  $N$  הוא הכוח הנורמאלי הפועל מדופן המנהרה.

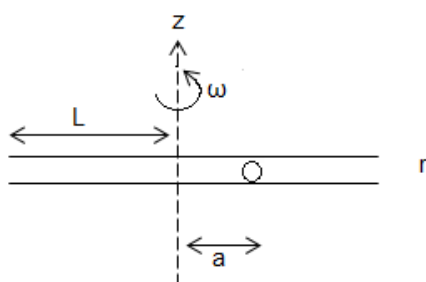
- (א) מהו גודל כוח הכובד בתוך הכדור כתלות במרחק ממרכזו? התייחס לנוסחה המלאה של כוח הכובד  $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{r}$  (כאשר  $G$  הוא קבוע נתון,  $r$  הוא המרחק ממרכז הכדור)  
 (ב) מהם הכוחות הצנטריפוגלי וקוריאוליס הפועלים על החלקיק כתלות במיקום ובמהירות?  
 (ג) מהו כוח החיכוך הפועל על החלקיק?  
 (ד) רשמו משוואות התנועה עבור רכיב המיקום לאורך ציר ה  $X$  במערכת מסתובבת.



### כדור בצינור מסתובב

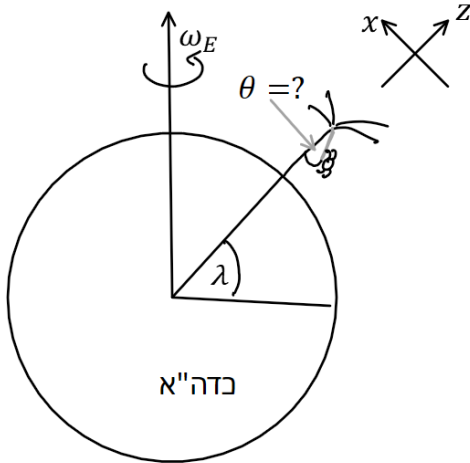
צינור גלילי באורך  $2l$  מסתובב במהירות זוויתית  $\omega$  סביב ציר אנכי הניצב לצינור ועובר במרכזו. גוף בעל מסה  $m$  נע ללא חיכוך בתוך הצינור. נתון כי הגוף מתחיל ממנוחה ובמרחק  $a$  ממרכז הצינור. (לצורך השאלה יש להתעלם מכוח הכובד).

- (א) מצא את הכוחות הפועלים על החלקיק במערכת הצינור המסתובב.  
 (ב) חשב את המהירות כפונקציה של הזמן וכפונקציה של המרחק מהציר. (פתור את המשוואה הדיפרנציאלית בעזרת הכפלה ב  $\dot{r}$ ).  
 (ג) מצא את הזמן בו הגוף ייצא מהצינור.  
 (ד) רשום את משוואת התנועה של הגוף בצינור במידה וקיים כוח חיכוך ומקדם החיכוך הקינטי נתון  $\mu$ .



## עכביש מטפס על עץ

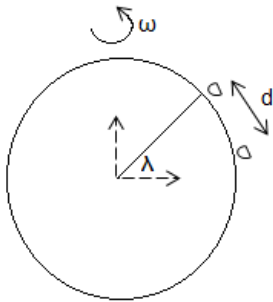
עץ דקל נמצא בקו רוחב  $\lambda$  וכיוונו מקביל לרדיוס כדה"א (הנח שגובהו זניח ביחס לרדיוס כדה"א). עכביש מטפס במהירות קבועה במעלה חוט שטווה המחובר לעץ. מצא את הזווית שיוצר החוט עם העץ. הנח כי תאוצת הכובד  $g$  כבר כוללת את התיקון הצנטריפוגלי וכי הזווית עם העץ קטנה ולכן ניתן להזניח את רכיבי המהירות בצירים  $x, y$  (התייחס ל  $R_E, \omega_E$  כנתונים)



## סירה יורה פגז

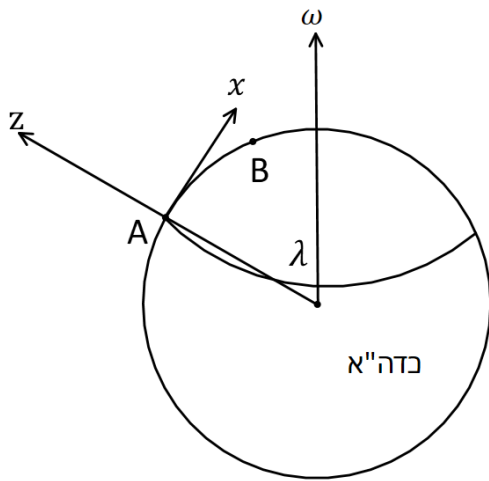
סירה נמצאת בקו רוחב  $\lambda$  יורה פגז במהירות  $V$  לעבר סירה אחרת הנמצאת במרחק  $d$  ממנה לכיוון דרום. נתון מהירות כדור הארץ היא  $\omega$ .

מצא את הסטייה במיקום הפגז בעקבות כוח קוריאוליס. הזנח את ההשפעה של הכוח על רכיבי המהירות בכיוון מזרח מערב ובכיוון אנך לכדור הארץ. הנח כי הפגז נע בקו ישר והתעלם מהתנועה הבליסטית.



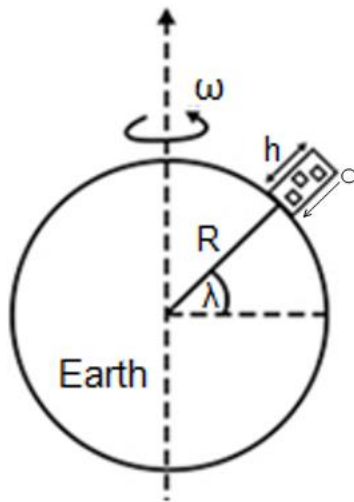
## פגז עם כנפיים

פגז עם כנפיים נורה במהירות  $v = 4 \frac{km}{s}$  בגלל הכנפיים הפגז עף בגובה קבוע מעל פני כדה"א. הפגז יוצא מהנקודה A הנמצאת בזווית  $\lambda = 5^\circ$  מציר הסיבוב של כדה"א ומגיע לנקודה B הנמצאת במרחק  $d = 5km$  צפונית לנקודה A. ניתן להניח כי  $d \ll R_E$  ומכאן שקו הרוחב של B זהה לזה של A. חשב את הזווית  $\alpha$  בה צריך לירות את הפגז, ביחס לקו האורך המחבר בין A ל B, כך שיגיע בדיוק לנקודה B.  
רמז: מומלץ לשים לב לגדלים בשאלה ולעשות הזנחות בהתאם.



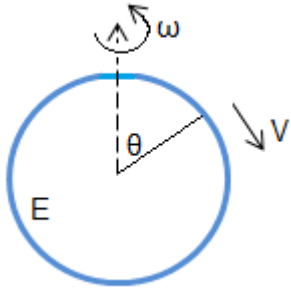
**כדור משוחרר מגג בניין**

כדור משוחרר ממנוחה מגג בניין בגובה  $h$  הנמצא בקו רוחב  $\lambda$ . חשב את הסטייה של הכדור הנובעת מכוח קוריאווליס. הזנח את כל ההשפעות של הכוח הצנטריפוגלי.



**הפרש גבהים בגדות נהר**

נהר זורם במהירות  $V$  מצפון לדרום. מיקום הנהר הוא בזווית  $\theta$  ביחס לציר הסיבוב של כדור הארץ. נתון רדיוס כדור הארץ ורוחב הנהר  $D$ , מהירות כדור הארץ היא  $\omega = 2\pi/24$ . מצא את הפרש הגבהים בין גדות הנהר.



**חבילת סיוע לכפר**

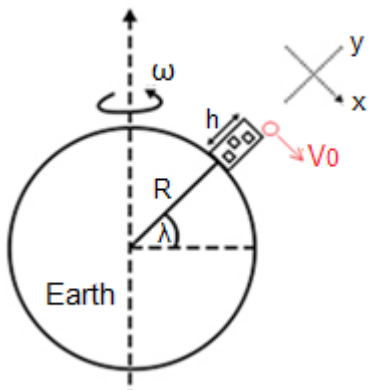
כפר הנמצא בקו רוחב  $\lambda$  בחצי הכדור הצפוני נדרש לסיוע הומניטרי. מטוס סיוע טס בגובה  $H$  מעל הכפר במהירות אופקית  $v_0$  ובכיוון צפון. המטוס משחרר חבילת סיוע לכפר.  
 א. חשבו את כוח קוריוליס, בצעו הזנחות מתאימות.  
 ב. האם הסטייה בנקודת הנפילה של החבילה היא מזרחה או מערבה?  
 ג. חשב את הסטייה מהכפר כתוצאה מכוח קוריוליס (הנח שאין סטייה צפונה או דרומה).

1)  $2m (gt\omega \cos \lambda + v_0 \omega \sin \lambda) \hat{z}$   $\frac{v_0 \omega \lambda}{g}$   
 ב) זריקה  
 ג)  $\frac{g}{3} \left(\frac{2H}{g}\right)^2 \omega \cos \lambda + v_0 \omega \sin \lambda \frac{2H}{g}$

**זריקה אופקית עם קוריוליס ללא הזנחות**

מסה  $m$  נזרקת אופקית ממגדל בגובה  $H$ . המגדל נמצא בקו רוחב  $\lambda$ . נתון:  $R$  - רדיוס כדור הארץ,  $v_0$  - מהירות התחלתית של המסה,  $g$  - תאוצת הכובד בקטבים ו  $\omega$  - מהירות זוויתית של כדור הארץ. הנח כי  $h \ll R$  וכי ניתן להזניח את השינוי בכוח הצנטריפוגלי ואת השינוי בקו הרוחב בתנועה.

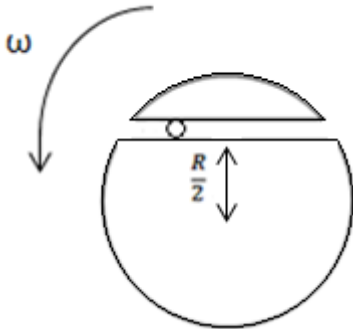
- א) חשב את משוואות התנועה במערכת יחוס של המגדל.
- ב) פתור את משוואות התנועה.
- ג) בדוק מה קורה בגבול ש  $g \gg R\omega^2$  ו  $\omega t \ll 1$ ? פתח עד סדר שני ב  $\omega t$ .



### דיסקה מסתובבת וגוף בתעלה שאינה במרכז

בדיסקה ברדיוס  $R$  ישנה תעלה ישרה במרחק  $\frac{R}{2}$  ממרכז הדיסקה. הדיסקה מסתובבת במהירות זוויתית  $\omega$ . כוח מושך גוף בעל מסה  $m$  לאורך התעלה כך שמהירות הגוף היא  $v = \omega R$  יחסית לדיסקה.

- (א) מה גודלו של הכוח המסייע את המסה אם נתון שאין חיכוך בין המסה לתעלה?  
(ב) מהו גודלו וכיוונו של הכוח הנורמלי הפועל מדפנות התעלה? (התעלם מכוח הכובד).  
(ג) במידה והכוח המושך את המסה לא היה פועל, והגוף היה מתחיל לנוע מקצה התעלה במהירות התחלתית  $v = \omega R$  כלפי פנים, מה היתה מהירות הגוף במרכז התעלה?



## פרק 9 - כוח גרר וכוח ציפה

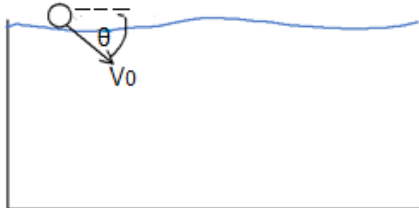


### הסבר ודוגמא עם צנחן

- צנחן קופץ ממטוס ופותח מצנח. נתון כי כוח החיכוך עם האוויר הוא  $\vec{F} = -k\vec{v}$ .
- (א) מצא את משוואת התנועה של הצנחן.  
 (ב) מצא את המהירות הסופית.  
 (ג) מצא את המהירות כפונקציה של הזמן אם הנפילה התחילה ממנוחה.

### כדור נזרק לבריכה

- כדור נזרק לתוך בריכה עם מהירות התחלתית  $v_0$  בזווית  $\theta$  עם פני המים. נתונים: צמיגות המים -  $\eta$ , רדיוס הכדור -  $R$ , מהירות התחלתית -  $v_0$ , צפיפות המים  $\rho_w$ , צפיפות הכדור  $\rho_b$ .



- (א) רשום את משוואת התנועה של הכדור.  
 (ב) מצא את המהירות הסופית של הכדור.  
 (ג) מצא את העומק המקסימאלי אליו יגיע הכדור אם  $\rho_b < \rho_w$ .

### תרגיל - כוח גרר עם חיכוך קינטי

- גוף בעל מסה  $M$  נע על מישור אופקי במהירות התחלתית  $v_0$  ימינה. בין הגוף והמישור יש חיכוך קינטי ומקדם החיכוך הוא  $\mu$ . בנוסף פועל על הגוף כוח התנגדות של האוויר  $f = -\alpha v$ .
- $\alpha$  קבוע
- א. מצא את משוואת הכוחות על הגוף  
 ב. מהי מהירות הגוף בכל רגע?  
 ג. מה מיקום הגוף בכל רגע? הנח כי ברגע  $t=0$  מיקום הגוף הוא  $x_0$

### תרגיל- רכבת עוצרת

- רכבת שמסתה 200 טון ומהירותה 30 מ'שנ' מתחילה לבלום כאשר כוח עוצר  $F = -4000N - 600 \frac{N \cdot s}{m} \cdot v$  פועל עליה. כעבור איזה מרחק תעצור הרכבת בתנאים האלה?

### כוח גרר ריבועי במהירות

במהירויות גבוהות, גודל כח החיכוך שמפעיל האוויר על כדור הוא  $F_d = -kv^2$ .

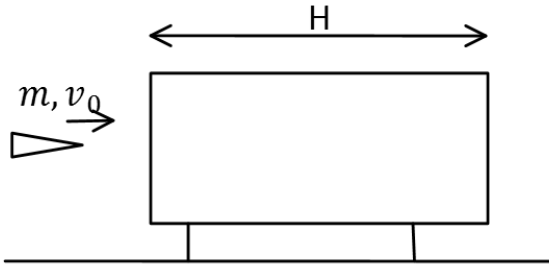
- (א) מצאו את המהירות הסופית של כדור הנופל מגובה רב.  
 זורקים כדור ישר למעלה במהירות התחלתית השווה למהירות הסופית מסעיף א.

- (ב) מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למעלה?  
 (ג) מהי תאוצת הכדור כאשר מהירותו שווה לחצי ממהירותו ההתחלתית אם הכדור בדרכו למטה?

### תרגיל- כוח גרר מתכונתי למהירות בשלישית

קליע בעל מסה  $m$  נורה מלוע רובה ועובר דרך בול עץ בעובי  $H$  המקובע במקום. בכניסה לבול העץ מהירות הקליע  $v_0$  וביציאה  $v_1$ . במהלך התנועה בתוך העץ פועל על הקליע כוח המתכונתי למהירות

- בשלישית  $f = -kv^3$  קבוע. נתון כי הקליע חודר לבול העץ במקביל לקרקע וכי ההשפעה של כוח הכובד על תנועת הקליע זניחה.
- מצא את מהירות הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ.
  - מהו מיקום הקליע כתלות בזמן בתוך בול העץ?
  - מהי מהירות הקליע בתוך הבול לאחר זמן ארוך ביחס ל  $\frac{m}{kv_0^2}$ ?
  - בטא את מהירות היציאה כתלות במהירות הכניסה, אורך הבול, מסת הקליע, ומקדם החיכוך.



### תרגיל - צוללת

- צוללת שמסתה 20 טון שטה בכיוון אופקי במהירות 10 מלש. ברגע מסוים הצוללת מכבה את מנועה. מרגע זה פועל על הצוללת כוח עצירה הנתון בביטוי  $\vec{F} = -(\lambda v^2)\hat{v}$ , כאשר  $\hat{v}$  זה וקטור היחידה בכיוון התנועה. זהו הכוח היחידי הפועל על הצוללת. הניחו כי בכיוון האנכי אין תנועה. נתון כי 5 דקות לאחר כיבוי המנוע מהירות הצוללת קטנה פי 4.
- מהי מהירות הצוללת כפונקציה של הזמן?
  - חשבאי את הקבוע  $\lambda$ .
  - מהו המרחק שעברה הצוללת בחמש הדקות מרגע כיבוי המנוע?

### תרגיל- סירה עם כוח גרר אקספוננציאלי

- סירה שמסתה 50 ק"ג החלה את תנועתה במהירות 5 מלש ומואטת על ידי כוח חיכוך הנתון בנוסחה:
- $$\vec{F} = -2 e^{0.5v} \hat{v}$$
- יחידות המדידה mks,  $v$  מהירות הגוף. הנח שכוח החיכוך הוא הכוח היחיד הפועל על הסירה.
- כמה זמן יעבור עד לעצירת הסירה?
  - מהי מהירות הגוף בחצי מהזמן הנ"ל?

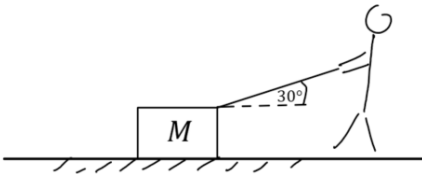


## פרק 10 - עבודה ואנרגיה

### שימור אנרגיה ומשפט עבודה ואנרגיה

#### אדם מושך ארגז

- אדם מושך ארגז שמסתו  $M = 5 \text{ kg}$  באמצעות חבל ובזווית  $30^\circ$  מעלות ביחס לקרקע. מקדם החיכוך הקינטי בין הארגז לקרקע הוא  $\mu_k = 0.2$ . האדם מושך את הארגז לאורך שני מטרים. הכוח שמפעיל האדם הוא  $80 \text{ N}$ .
- מהי העבודה שביצע האדם?
  - מהי העבודה שביצע כוח החיכוך?
  - מהן העבודות שביצעו כוח הכובד והנורמל מהמשטח?
  - מהי העבודה הכוללת שנעשתה על הארגז?



#### מהירות הארגז

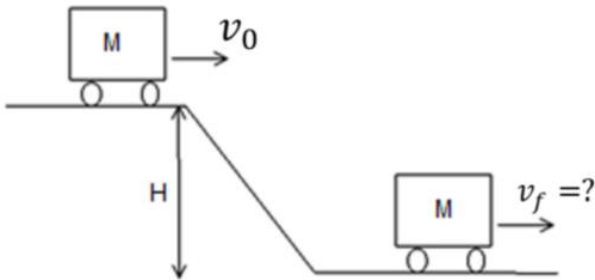
בדוגמה הקודמת, אדם מושך ארגז, חשב את מהירות הארגז לאחר שהאדם משך אותו 2 מטרים אם ידוע שהוא התחיל ממנוחה.

#### עבודה של כוח הכובד

אבן בעלת מסה  $2 \text{ kg}$  נופלת מגג בניין בגובה  $10$  מטרים. חשבו את העבודה שביצע כוח הכובד על האבן עד הפגיעה בקרקע. חשבו פעם אחת באופן מפורש דרך המכפלה הסקלרית ופעם נוספת דרך האנרגיה הפוטנציאלית.

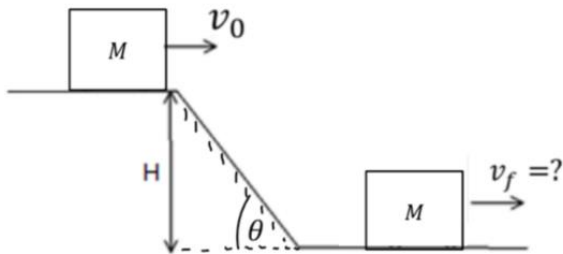
#### עגלה במדרון

עגלה נעה על משטח ללא חיכוך. העגלה מתחילה במעלה המדרון בגובה  $H$  עם מהירות התחלתית  $v_0$ . מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון. נתונים:  $v_0, H$ ,



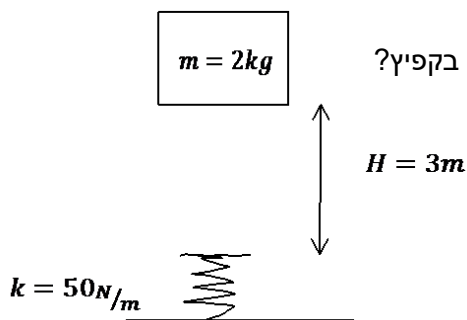
### קופסה במדרון עם חיכוך

קופסה יורדת במדרון משופע בעל זווית  $\theta$ . הנח כי מהירות הקופסה במעלה המדרון היא  $v_0$  וגובהה ההתחלתי הוא  $H$ . מצא את מהירות העגלה בתחתית המדרון. הנח שהחיכוך הוא רק על החלק המשופע של התנועה. נתונים:  $v_0, \theta, \mu_k, H$ .



### מסה נופלת על קפיץ

קפיץ חסר מסה, בעל קבוע קפיץ של  $50 \text{ N/m}$ , מחובר לרצפה. משחררים ממנוחה מסה של  $m=2\text{kg}$  הנמצאת בגובה 3 מטר מעל הקפיץ.

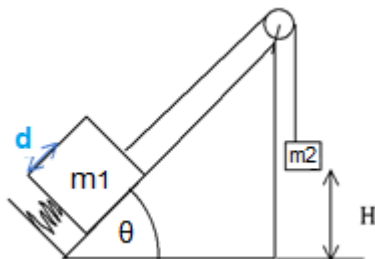


- (א) מצא את הכיווץ המקסימאלי של הקפיץ.  
 (ב) מה הגובה המקסימאלי אליו תגיע המסה לאחר הפגיעה בקפיץ?

### שתי מסות מחוברות, מדרון וקפיץ

מסה  $m_1$  נמצאת על מדרון משופע בזווית  $\theta$ . המסה מונחת על קפיץ בעל קבוע קפיץ  $k$  המכווץ ב  $\Delta x = d$ . אל המסה קשור חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית ומחובר למסה  $m_2$  הנמצאת בגובה  $H$  מעל הרצפה. המערכת משוחררת ממנוחה.

מצא את מהירות הפגיעה בקרקע של  $m_2$ .



נתון:  $m_1=1 \text{ kg}, m_2=2\text{kg}$   
 $H=3\text{m}, k=100\text{N/m}$   
 $\theta=30^\circ \quad d=30\text{cm}$

## חישוב עבודה של כוח לא קבוע

### חישוב עבודה במסלולים שונים

חשב את העבודה שמבצע הכוח  $\vec{F} = x\hat{x} + yx\hat{y}$  בין הנקודה A (0,0) לנקודה B(2,4):

- (א) דרך המסלול של הקו הישר המחבר בין הנקודות.  
(ב) דרך מסלול המקביל לציר ה X עד לנקודה C(2,0) ולאחר מכן דרך המסלול המקביל לציר ה Y עד לנקודה B.  
(ג) דרך המסלול  $y=x^2$ .  
(ד) דרך המסלול  $X(t)=2t, Y(t)=4t^2$ .

### כוח בשלושה מימדים

נתון הכוח:

$$\vec{F} = zx^2\hat{x} + xz\hat{y} + 2y\hat{z}$$

- א. חשב את העבודה של הכוח דרך המסלול היוצא מהנקודה A(1,2,3) עד לנקודה B(2,3,5) כאשר המסלול יוצא מ A במקביל לציר ה Y עד לנקודה C(1,3,3) ולאחר מכן מ C במקביל לציר ה Z ועד לנקודה D(1,3,5) ולאחר מכן מהנקודה D במקביל לציר ה X עד לנקודה B.  
ב. חשב את העבודה של הכוח מהנקודה A(0,0,-1) עד לנקודה B(4,4,5) לאורך המסלול הנתון לפי המשוואות  $x(t) = 2t; y(t) = t^2; z(t) = 3t - 1$

תשובות- א: 26.67 j , ב: 128 j

### חישוב עבודה של כוח במסלול מעגלי ואלפטי

נתון הכוח הבא:

$$\vec{F} = a(2x + 4y)\hat{x} + b(4x - 2y)\hat{y}$$

- (א) מצא תנאי על a ו b כך שהכוח יהיה משמר.  
(ב) מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך מעגל המתואר ע"י  $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$  כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה (R,0).  
(ג) מצא את העבודה שעושה הכוח על גוף הנע במסלול סגור לאורך אליפסה המתוארת ע"י  $\vec{r} = d \cos \theta \hat{x} + k \sin \theta \hat{y}$  כאשר הגוף מתחיל את תנועתו מהנקודה (d,0).

## חישוב כוח משמר מאנרגיה פוטנציאלית

### תרגיל - חישוב עבודה מתוך אנרגיה פוטנציאלית

על גוף מסוים פועל כוח משמר המתאים לאנרגיה הפוטנציאלית הבאה:

$$U(x, y) = 2x^2 - 6y^3$$

מצא את העבודה אותה צריך לבצע על מנת להביא את הגוף מהנקודה (1,0) אל הנקודה (2,3).

### תרגיל-נקודה הכי ימנית

גוף שמסתו 6 ק"ג נע לאורך ציר x בהשפעת כוח יחיד הנגזר מהאנרגיה הפוטנציאלית:  $U(x) = 2x^4 - 36x^2$ . נתון שבאשר הגוף מגיע לנקודה בה  $x = -1.5$  מהירותו שווה ל  $v = 3 \text{ m/s}$ .

- א. מהי הנקודה הימנית ביותר במסלול של הגוף?  
ב. חזור על סעיף א' אם ערך המהירות היה  $v = 30 \text{ m/s}$ .

### תרגיל- שני גופים בפוטנציאל אקספוננציאלי ריבועי

שני גופים נמצאים על ציר ה x ונתונים להשפעת הפוטנציאל:

$$U(x) = Axe^{-Bx^2}$$

כאשר A, B הם קבועים חיוביים

נתון כי ברגע מסוים גוף אחד נמצא ב  $x = 0$  והאנרגיה שלו היא אפס והגוף השני נמצא ב  $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$  והאנרגיה שלו היא

$$E = -\frac{A}{e} \sqrt{\frac{1}{B}}$$

היכן יפגשו הגופים (בחר את התשובה הנכונה)?

א. בתחום  $-\sqrt{\frac{1}{B}} \leq x \leq 0$

ב. הגופים לא יפגשו אף פעם.

ג. בנקודה  $x = -\sqrt{\frac{1}{B}}$

ד. ב  $x = 0$

### איך בודקים אם כוח הוא משמר

#### דוגמה

נתון הכוח  $F$ :

$$\vec{F} = 2xy\hat{x} + (x^2 + z)\hat{y} + y\hat{z}$$

בדוק האם הכוח  $F$  משמר.

### נקודת שיווי משקל

#### שעון תלוי

שעון קיר תלוי באמצעות מסמר הנמצא בקצהו העליון. ניתן לסובב את כל השעון (לא את המחוגים) סביב המסמר.  
א. מצא באילו מצבים השעון יהיה בשיווי משקל וקבע עבור כל מצב איזה סוג שיווי משקל הוא.  
ב. חזור על סעיף א' אם המסמר תקוע מרכז השעון (השעון עדיין יכול להסתובב סביב המסמר)



### אנרגיה פוטנציאלית בשיווי משקל

האנרגיה הפוטנציאלית של גוף

נתונה לפי הפונקציה הבאה

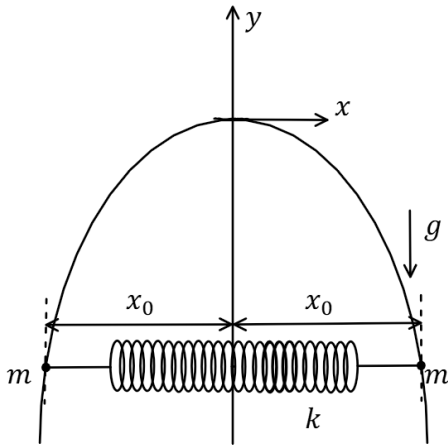
$$U = (x - 4)^2 + x^3$$

מצא את נקודות שיווי המשקל ומיין

אותם לסוגים הרלוונטיים.

### קפיץ וחרוזים על תיל קשיח מכופף

תיל קשיח מכופף בצורת פרבולה המתאימה לפונקציה  $y = -Ax^2$ , כאשר  $A$  קבוע נתון. על התיל מושחלים שני חרוזים זהים בעלי מסה  $m$ , אחד בכל צד. קפיץ אופקי בעל קבוע  $k$  ואורך רפוי  $l$  מחבר בין החרוזים (ראה איור). חשב את המרחק האופקי  $x_0$  של כל חרוז מציר ה  $y$  במצב של שיווי משקל. הנח כי הקפיץ והחרוזים נמצאים תמיד באותו הגובה. הדרכה: כתוב ביטוי לאנרגיה הפוטנציאלית כפונקציה של  $x$  בלבד.



### חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר

#### דוגמה

מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח  $\vec{F} = -2xy\hat{x} + (2 - x^2)\hat{y}$  אם נתון ש:  $U(0,0)=0$ .

#### הספק

##### 1. דוגמה 1

מכונית מתחילה לנסוע ממנוחה ומגיעה למהירות של 100 קמ"ש ב-10 שניות. מסת המכונית היא 1 טון. הניחו כי אין חיכוך עם האוויר.

1. מהי העבודה שהתבצעה על המכונית?
2. מהו ההספק של המנוע בהנחה שהוא קבוע ומנוצל במלואו (הנחה לא נכונה)?

##### 2. דוגמה 2

אופנוע נוסע במהירות קבועה של 100 קמ"ש. כנגדו פועל כוח ההתנגדות מהאוויר של 300 ניוטון. מהו ההספק של המנוע, אם נניח שההספק מנוצל במלואו?

##### 3. הספק ממוצע לשנות מהירות

איזה כוח קבוע יש להפעיל על מכונית בעלת מסה של 2 טון,

כדי לשנות את מהירותה מ- $9 \frac{km}{hr}$  ל- $27 \frac{km}{hr}$  בתוך 4sec?

מהו ההספק הממוצע של כוח זה?

##### 4. רכבת צעצוע חשמלית

רכבת צעצוע חשמלית מורכבת מ 10 קרונות. הקרון הראשון והשני מכילים מנוע חשמלי ושוקלים 2 ק"ג כל אחד.

שאר הקרונות עמוסים בצעצועים ושוקלים 3 ק"ג כל אחד.  
כל אחד מן המנועים מייצר הספק קבוע של 0.2kW.

- א. כמה זמן ייקח לרכבת להגיע למהירות של 10 מטר לשנייה אם התחילה לנוע ממנוחה?
- ב. מהי האנרגיה הקינטית של הקרון הראשון ומהי האנרגיה הקינטית של הקרון השני, כאשר הרכבת נעה במהירות שחישבת בסעיף א'?
- ג. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון הראשון לשני על הקרון השני בזמן ההאצה.
- ד. חשב את העבודה שביצע הכוח שפעל בחיבור בין הקרון השני לשלישי על הקרון השלישי בזמן ההאצה.
- ה. הרכבת מגיעה לעלייה עם שיפוע של 2 מעלות, מה צריך להיות הספק המנועים (בהנחה שהם שווים) על מנת שהרכבת תישאר במהירות קבועה של 10 מטר לשנייה?



### 5. הספק כאשר נתון המיקום כתלות בזמן

כוח יחיד פועל על גוף שמסתו  $4\text{kg}$ , הכוח פועל בכיוון התנועה

והמיקום כתלות בזמן של הגוף הוא:  $x(t) = 2 + 3t + t^2$  ביחידות m.k.s.

א. מהי העבודה שמבצע הכוח במשך 3 השניות הראשונות של התנועה?

ב. מהו ההספק של הכוח ב-  $t = 2\text{sec}$ ?

תשובות סופיות:

1. א.  $\Delta E_k \approx 385,800\text{J} = W_{\Sigma \vec{F}}$  ב.  $p = 51.7\text{HP}$

2.  $p = 11.18\text{HP}$

3.  $F = 2500\text{N}$ ,  $\bar{p} = 16.76\text{HP}$

4. א.  $\Delta t = 3.5\text{sec}$  ב.  $E_{k_1=100\text{J}} = E_{k_2}$  ג.  $W_{1 \rightarrow 2} = 600\text{J}$

ד.  $W_{3 \rightarrow 2} = 1200\text{J}$  ה.  $p = 97.7\text{W}$

5. א.  $W = 144\text{J}$  ב.  $p(t=2) = 56\text{W}$

### תרגילים מסכמים

#### כוח כפונקציה של מיקום, קפיץ וחיכוך

מסה  $m$  נמצאת על מישור אופקי לא חלק ומחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ . החל מ  $t = 0$  פועל על המסה כוח התלוי במיקום

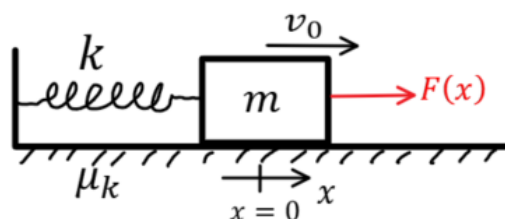
$\vec{F}(x) = (30x^2 - 4x)\hat{x}$ . כל היחידות בשאלה הן יחידות סטנדרטיות. ב  $t = 0$  המסה נמצאת בראשית

עם מהירות התחלתית  $v_0$  והקפיץ רפוי. נתונים:  $m = 2\text{kg}$ ,  $k = 10\text{N/m}$ ,  $\mu_k = 0.3$ ,  $v_0 = 5\text{m/s}$ .  
 א. רשמו ביטוי לתאוצה המסה כתלות במיקום  $a(x)$ , הנח כי התנועה תמיד בכיוון החיובי.

ב. מצאו את המיקום בו התאוצה של המסה מתאפסת.

ג. מהי העבודה שביצע הכוח מתחילת התנועה ועד אשר  $x = 0.5\text{m}$ ?

ד. מהי המהירות של המסה כאשר מיקומה  $x = 0.5\text{m}$ ?



1)  $a_{(x)} = 15x^2 - 7x - 3$

2)  $x = 0.738\text{m}$

2)  $W = 8.75\text{J}$

3)  $v = 4.64\text{m/s}$

**כוח כפונקציה של זמן במישור משופע**

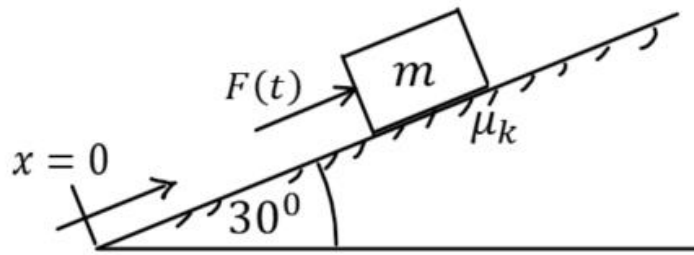
מסה  $m = 5\text{kg}$  נמצאת על מישור משופע לא חלק. על המסה פועל כוח התלוי בזמן  $F(t)$  שדוחף אותה במעלה המישור. מהירות המסה ידועה והיא נתונה לפי הפונקציה  $v(t) = 3t^2 + 2t$ . מקדם החיכוך הוא  $\mu_k = 0.2$  ונתון כי  $x(t=0) = 0$ . כל היחידות הן יחידות סטנדרטיות. זווית המישור היא  $30^\circ$  מעלות.

א. (1) היכן נמצא הגוף ב  $t = 2\text{ sec}$  ?  
 (2) מהו גודל הכוח  $F$  ברגע זה ?

ב. מהו מיקום הגוף כאשר תאוצתו היא  $8\text{ m/s}^2$  ?

ג. מהי האנרגיה הקינטית של הגוף ברגע של סעיף ב' ?

ד. מהי עבודת הכוח  $F$  מרגע  $t = 0$  ועד ל-  $t = 3\text{ sec}$  ?



תשובות

א) (1)  $x = 12$   
 (2)  $F = 103.7\text{ N}$

ב)  $x = 2\text{ m}$

ג)  $E_k = 62.5\text{ J}$

ד)  $W = 3666\text{ J}$

**חוט מושך שתי מסות מחוברות לחוט\*\***

חוט חסר מסה באורך  $2L$  מחבר שתי מסות הנעות במישור אופקי ללא חיכוך. כוח אופקי קבוע ונתון מושך את החוט במרכזו, בכיוון מאונך לחוט. הנח שהמסות מתנגשות ונדבקות בהתנגשות.

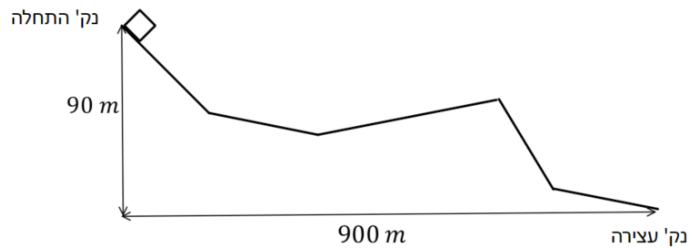
כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בהתנגשות?





### קופסה מחליקה על מקטעים ישרים

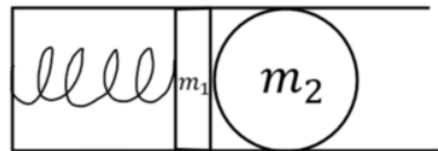
קופסה משוחררת ממנוחה ומתחילה להחליק לאורך מסלול שאינו ידוע, אך מורכב מקטעים ישרים בלבד. בין הקופסה למשטח עליו היא מחליקה קיים חיכוך והקופסה נעצרת בנקודה המרוחקת  $900\text{ m}$  אופקית ו  $90\text{ m}$  מתחת לנקודה בה התחילה. חשבו את מקדם החיכוך, לא חסרים נתונים.



תשובה: 0.1

### תרגיל-קפיץ יורה כדור

הלוע של רובה צעצוע מורכב מקפיץ בעל קבוע  $k$  ובוכנה בעלת מסה  $m_1$ . בטעינה דוחפים כדור בעל מסה  $m_2$  ודורכים את הקפיץ. הכיווץ של הקפיץ הוא  $d$ . ברגע הירי הקפיץ משוחרר ממנוחה.  
 א. באיזה רגע הכדור מנתק מגע מהבוכנה?  
 ב. מהי מהירות הכדור ברגע הזה?



תשובות

א) בנקודת הרפיון של הקפיץ

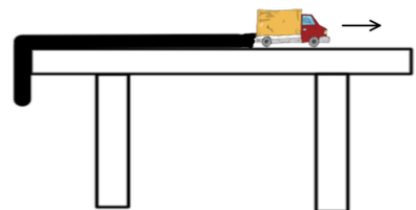
$$b) v = \sqrt{\frac{k d^2}{m_1 + m_2}}$$

### תרגיל - משאית מושכת חבל על שולחן

משאית צעצוע גוררת בכוח קבוע  $F$  חבל בעל מסה  $M$  ואורך  $L$ , התלוי מקצה השולחן. בהתחלה החבל במנוחה ותלוי כולו כלפי מטה. אין חיכוך בין החבל לשולחן. שים לב שהכוח שהמשאית מפעילה קבוע ולא המהירות שלה.

א. כמה עבודה עושה המשאית עד שכל החבל נמצא על השולחן?  
 ב. כמה חבל מונח על השולחן בזמן  $t$  כלשהו? פתור מתוך משוואת האנרגיה ובדוק את התשובה מתוך שיקולי כוחות

פתרון המשוואה:  $\ddot{x} = \alpha x + C$  הוא  $x(t) = Ae^{\sqrt{\alpha}t} + Be^{-\sqrt{\alpha}t} - C/\alpha$  כאשר את  $A$  ו- $B$  צריך למצא מתנאי ההתחלה.



תשובה

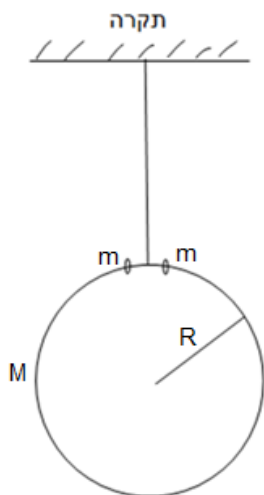
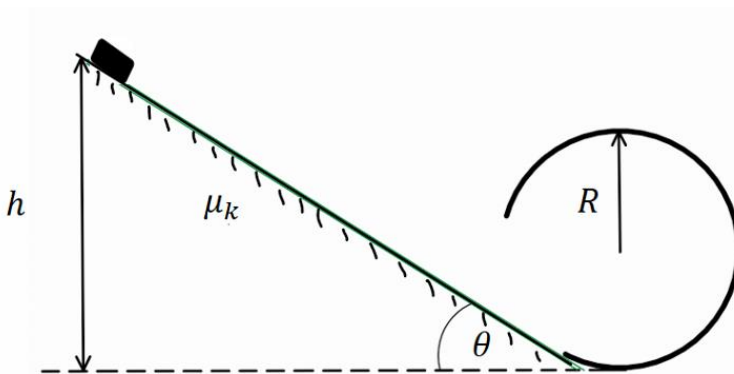
$$x(t) = \frac{c}{2\alpha} (e^{\sqrt{\alpha}t} + e^{-\sqrt{\alpha}t} - 2)$$

$$\alpha = \frac{g}{L} \quad c = \frac{E}{m} - g$$

### תרגילים מסכמים כולל תנועה מעגלית

#### תנאי להשלים סיבוב עם החיכוך במישור משופע

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על גבי מסילה המתוארת באיור. מקדם החיכוך בין הגוף למישור המשופע הוא  $\mu_k$ . זווית המישור היא  $\theta$ . החלק המעגלי חסר חיכוך. מצא את  $h$  הנמוך ביותר עבורו הגוף ישלים סיבוב בחלק העגול.



#### שני חרוזים על טבעת מתרוממת \*

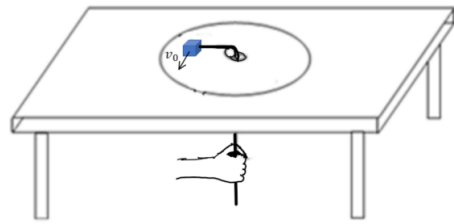
טבעת בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  תלויה מהתקרה באמצעות חוט. מניחים בקצה העליון של הטבעת שני חרוזים בעלי מסה  $m$ . החרוזים מתחילים ליפול ממנוחה לשני צדי הטבעת. מצא את היחס בין המסות הדרוש על מנת שהטבעת תתרומם במהלך נפילת הכדורים.

מסה מסתובבת על שולחן ונמשכת למרכז\*\*

מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך בתנועה מעגלית ברדיוס  $R$  ובמהירות  $v_0$ . חוט קשור אל המסה הולך למרכז השולחן ועובר דרך גלגלת אידיאלית וחוזר בשולחן. מושכים את החוט כך שהמסה מתקרבת למרכז.

א. מהי המהירות הזוויתית כתלות ב  $r$  (המרחק ממרכז הסיבוב). השתמשו בשיקולי כוחות בלבד. רמז: אין כוחות בציר  $\hat{\theta}$ .

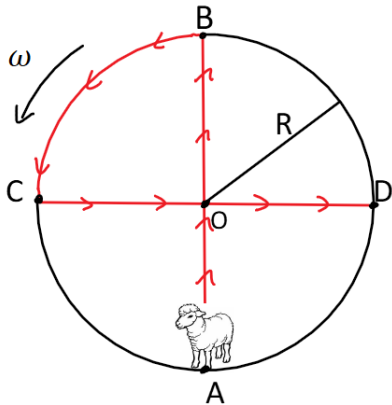
ב. הוכיחו שהעבודה שהושקעה במשיכת החוט עד לרדיוס  $R_2$  כלשהו הקטן מ  $R$  זהה לשינוי באנרגיה הקינטית של המסה. בסעיף זה ניתן להניח שהמהירות הרדיאלית קבועה.



תשובה

$$\text{א. } \omega(r) = \frac{v_0 R}{r^2}$$

**כבשה הולכת על דיסקה מסתובבת (כולל שימוש בכוח קוריאוליס-רק למי שמיכר את הנושא)**  
 כבשה הולכת על דיסקה ברדיוס  $R$  המסתובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . באיור מתוארות הנקודות  $A, B, C, D, O$ . הכבשה הולכת במסלול המתחיל בנקודה  $A$  בקו ישר (ביחס לדיסקה) עד לנקודה  $B$  (בדרך היא עוברת דרך  $O$ ) משם היא הולכת על הקשת של הדיסקה עד לנקודה  $C$  ואז בקו ישר עד לנקודה  $D$  (שוב דרך  $O$ ). הכבשה הולכת במהירות קבועה  $v$  במהלך כל המסלול.  
 א. חשב את העבודה אותה מבצעת הכבשה במהלך כל המסלול.  
 ב. חשב את העבודה שמבצעת הכבשה עד לרגע בו היא מגיעה לנקודה  $O$  בפעם השנייה.



## פרק 11 - מתקף ותנע

### מתקף



#### דוגמה לחישוב מתקף

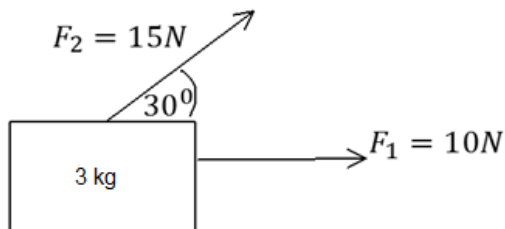
שחקן בועט בכדור בעל מסה 2 ק"ג בכוח קבוע של 50 ניוטון. זמן המגע בין הכדור לשחקן הוא 0.2 שניות.

מהי מהירות הכדור לאחר הבעיטה?

#### שני כוחות על גוף

נתון גוף בעל מסה של 3 קילוגרם, על הגוף פועלים הכוחות כמתואר בציור במשך זמן של 0.5 שניה.

- (א) מצא את המתקף שמפעיל כל כוח.
- (ב) מצא את המתקף השקול הפועל על הגוף.
- (ג) מצא את מהירות הגוף לאחר פעולת הכוחות אם התחיל ממנוחה.



#### מתקף של כוח ממוצע

כדור בעל מסה של 1 ק"ג נזרק לעבר קיר במהירות של 2 מטר לשנייה. הכדור פוגע בקיר וחוזר באותה המהירות.

- (א) חשב את המתקף שפעל על הכדור.
- (ב) מי מפעיל את המתקף הנ"ל?
- (ג) חשב את הכוח הנורמאלי הממוצע שמפעיל הקיר אם זמן הפגיעה הוא 0.2 שניות.

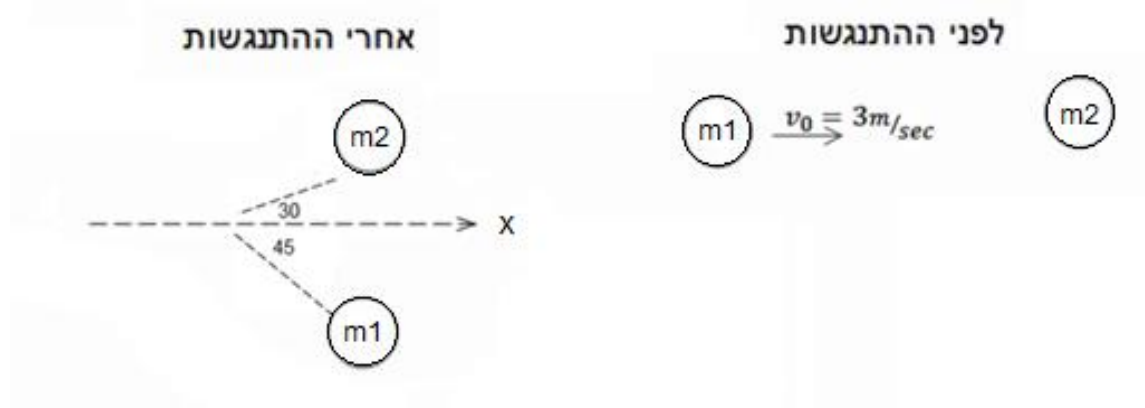
## חוק שימור התנע וכוחות חיצוניים

### דוגמא לשימור תנע

כדור בעל מסה  $m_1$  ומהירות  $V_0$ , פוגע בכדור שני בעל מסה  $m_2$ . לאחר ההתנגשות, כדור 1 עף בזווית של 30 מעלות עם ציר ה-X. כדור 2 עף בזווית של 45 מעלות מתחת לציר ה-X.

נתון:  $m_1=3\text{kg}$ ,  $m_2=2\text{kg}$ ,  $V_0=4\text{m/sec}$

מצא את גודל מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.



### סוגי התנגשויות

#### פיזור

כדור מספר 1 בעל מסה  $m$  ומהירות  $V_0$  מתנגש אלסטית בכדור מספר 2 בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. הזווית של כדור מספר 2 עם ציר ה-x היא 45.

מצא את הזווית של כדור מספר 1 לאחר ההתנגשות.



### שימור תנע בהתנגשויות קצרות

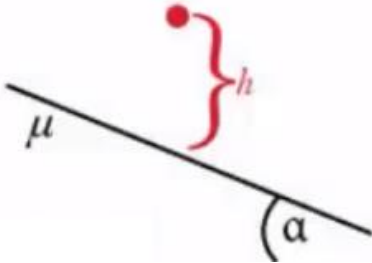
#### זיקוק מתפוצץ

זיקוק נורה לאוויר בכיוון אנכי לקרקע. ברגע שהזיקוק מגיע לשיא הגובה הוא מתפוצץ לשלושה חלקים שווים בגודלם. משך זמן הפיצוץ הוא 0.5 sec. מהירות החלק הראשון לאחר הפיצוץ היא  $50 \hat{x} \text{ m/s}$  ומהירות החלק השני היא  $50 \hat{z} \text{ m/s} - 10 \hat{y} \text{ m/s} - 20 \hat{x} \text{ m/s}$ . מהי מהירות החלק השלישי?

תשובה:

$$70 \hat{x} - 25 \hat{y} + 50 \hat{z}$$

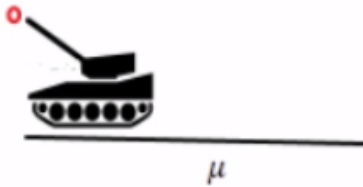
## התנגשויות קצרות ללא שימור תנע



### התנגשות קצרה במדרון

כדור בעל מסה  $m$  נופל אל מדרון לפי המתואר בשרטוט. נתון כי הכדור אינו מתרומם חזרה מעל המדרון לאחר הפגיעה.

מצא את מהירות הכדור רגע לאחר הפגיעה.



### טנק וחיכוך קינטי

טנק בעל מסה  $M$  יורה פגז בעל מסה  $m$  בזווית  $\alpha$  מעל האופק במהירות  $V$ . הטנק מוצב על מישור בעל מקדם חיכוך קינטי נתון.

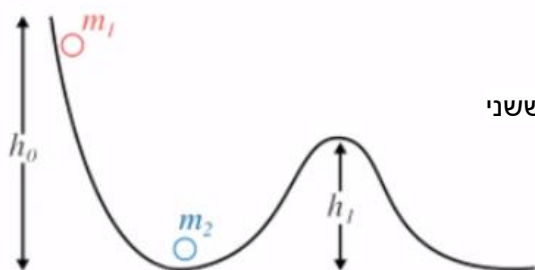
מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר היריה?

## סיכום ומקדם תקומה

### דוגמה עם מקדם תקומה

גוף בעל מסה  $m$  נע במהירות  $v$  על משטח אופקי חלק ומתנגש בגוף בעל מסה  $3m$  הנמצא במנוחה. נתון כי ההתנגשות חד ממדית ומקדם התקומה הוא 0.8. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות.

## תרגילים ישנים



### גובה למעבר מכשול לשני כדורים

כדור משוחרר ממנוחה על פי הנתונים בשרטוט. מה צריך להיות הגובה המינימלי ממנו הכדור משוחרר על מנת ששני הכדורים יעברו את המכשול כאשר:

- (א) ההתנגשות פלסטית
- (ב) ההתנגשות אלסטית

(אין צורך לפתור את המשוואות)

### מהירות למעבר מכשול לשני כדורים

בשאלה זו אין צורך לפתור את המשוואות. שני כדורים מונחים כמתואר בשרטוט.

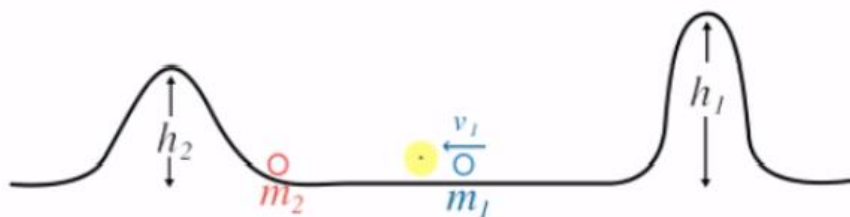
מה צריכה להיות המהירות ההתחלתית של הכדור הימני על מנת שהכדור השמאלי יעבור את המכשול:

- (א) בהתנגשות פלסטית
- (ב) בהתנגשות אלסטית

קעת נתון כי המסה השמאלית כבדה פי 100 מהמסה הימנית.

בהנתן שההתנגשות אלסטית, מה צריכה להיות המהירות המינימלית ההתחלתית על מנת ש:

- (ג) הכדור השמאלי יעבור את המכשול השמאלי?
- (ד) הכדור הימני יעבור את המכשול הימני?



### לא אלסטי לא פלסטי

שני קרונות בעלי מסה 1 מונחים על גבי משטח ללא חיכוך. יורים את המסה הימנית במהירות 10 שמאלה. נתון כי ההתנגשות הינה אי אלסטית/אי פלסטית.



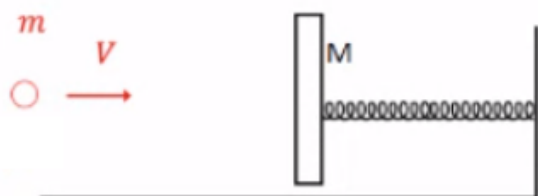
מהי מהירותה של כל אחת מהמסות לאחר הפגיעה אם נתון כי בהתנגשות אבדה חצי מהאנרגיה ההתחלתית?

### יחסי מסות בהתנגשות אלסטית

שני כדורים מונחים על שולחן.

הכדור השמאלי נורה במהירות 10 אל עבר הכדור הימני בהתנגשות אלסטית. תאר את מהירויות הגופים לאחר ההתנגשות במקרים הבאים:

- (א) מסת הכדורים שווה.  
 (ב) מסת הכדור השמאלי כפולה פי 100 מזו של הימני.  
 (ג) מסת הכדור הימני כפולה פי 100 מזו של השמאלי.



### קליע לקפיץ בלי חיכוך

קליע נורה אל קפיץ לפי הנתונים המופיעים בשרטוט.

מהו הכיוון המקסימלי? (אין חיכוך בשאלה)

### רתע באקדח

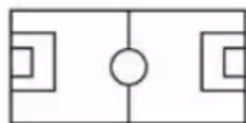
אקדח בעל מסה M יורה קליע בעל מסה m במהירות V.

מהי מהירות האקדח לאחר יציאת הקליע?  
 כמה אנרגיה נוצרה בתהליך?

### תנע לבעיטה בכדור

כדורגלן מניף את רגלו לעבר כדור.  
 מסת הכדור m ומסת הרגל M והפגיעה אלסטית.

- (א) מה צריכה להיות מהירות הרגל על מנת שהכדור יצא לדרכו אל השער במהירות U?  
 (ב) פרשני ספורט רבים נוהגים לומר כי על דשא רטוב הכדור מאיץ מהר יותר. האם כך הדבר?

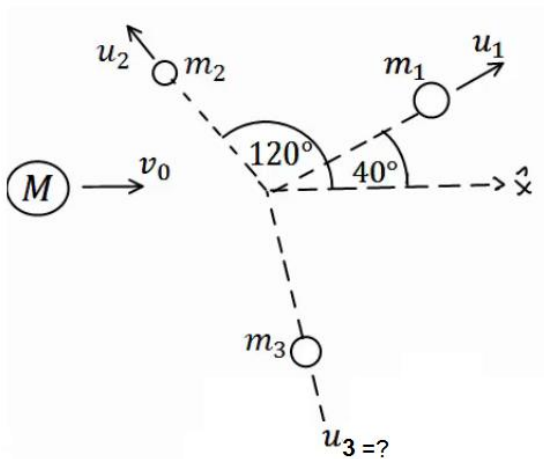




## תרגילים מסכמים

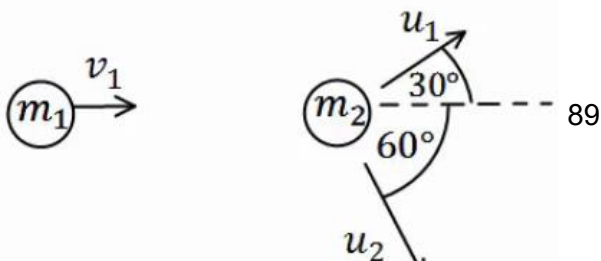
### פצצה

פצצה בעל מסה  $M = 13\text{kg}$  נעה באוויר במהירות קבועה  $v_0 = 100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ . ברגע מסוים הפצצה מתפוצצת לשלושה חלקים קטנים יותר. מסת החלק הראשון היא  $m_1 = 4\text{kg}$  והוא נע במהירות  $u_1 = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  בזווית של  $40^\circ$  מעלות ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השני היא  $m_2 = 2\text{kg}$  והוא נע במהירות  $u_2 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  בזווית של  $120^\circ$  מעלות ביחס לכיוון המקורי. מסת החלק השלישי היא  $7\text{kg}$  מצא את מהירות החלק השלישי.



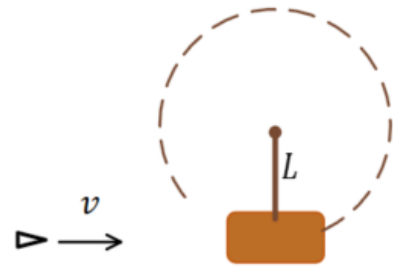
### איבוד אנרגיה

כדור בעל מסה  $m_1 = 2\text{kg}$  ומהירות  $v_1 = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  מתנגש בכדור בעל מסה  $m_2 = 3\text{kg}$  הנמצא במנוחה. לאחר ההתנגשות הכדור הראשון נע בכיוון  $30^\circ$  מעלות מעל לכיוון הפגיעה, והכדור השני נע בזווית  $60^\circ$  מעלות מתחת לכיוון הפגיעה (ראה איור). א. מצא את מהירות הגופים לאחר ההתנגשות. ב. האם ההתנגשות אלסטית? אם לא, כמה אנרגיה נאבדה בהתנגשות?



**קליע חודר בול עץ וגורם לסיבוב אנכי (כולל תנועה מעגלית)**

בול עץ בעל מסה  $M$  תלוי אנכית באמצעות מוט קשיח חסר מסה באורך  $L$ . המוט ביחד עם בול העץ יכולים להסתובב במעגל אנכי (ראה איור). יורים קליע בעל מסה  $m$  במהירות אופקית  $v$  לעבר בול העץ. הקליע חודר את הבול ויוצא מצידו השני במהירות  $v_f$ . יחד עם הקליע יוצאת גם חתיכה מהעץ (במהירות הקליע) ובמסה של 5 אחוז ממסת בול העץ. מהי המהירות המינימלית של הכדור עבורה בול העץ יוכל להשלים סיבוב אנכי (שימו לב שהמוט קשיח)?



תשובה:

$$V_{min} = \left[ (m + 0.05M)v_f + 0.95M \cdot 2\sqrt{gL} \right] \cdot \frac{1}{2M}$$

**דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות**

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה  $M$  ורדיוס  $R$  כל אחת. הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות  $v$  ומתנגשת התנגשות אלסטית בו זמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי מתואר באיור. המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי  $2Rk$  כאשר  $1 \leq k \leq 2$ .  
 א. מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית  $\alpha$  שבאיור?  
 ב. עבור אילו ערכים של  $k$  הדיסקה תחזור אחורה/ תיעצר במקום/ תמשיך קדימה?

**אדם יורד מכדור פורח**

אדם נמצא בכדור פורח בגובה קבוע באוויר. משקלו של האדם הוא 70 ק"ג ומסתו של הכדור פורח (ללא האדם) היא 280 ק"ג (כולל הסל וכל אביזר אחר בכדור). האדם משלשל חבל מהסל של הכדור פורח ומתחיל לרדת באמצעות החבל כלפי מטה.  
 א. אם מהירותו של האדם בזמן הירידה בחבל היא 3 מטר לשניה כלפי מטה וביחס לקרקע מהי המהירות של הכדור פורח (גודל וכיוון)?  
 ב. מהי מהירות הכדור פורח אם האדם נעצר לפתע באמצע (לפני שהוא מגיע לקרקע)?



תשובות:

- א.  $0.75 \text{ m/s}$  כלפי מעלה  
 ב. 0

### מסה על קרונית ואיבוד אנרגיה

נתון כוח  $F$  קבוע המושך עגלה בעלת מסה  $m_1$  ללא חיכוך. מעל העגלה נמצאת מסה  $m_2$  ובין המסות יש חיכוך. נתון:  $m_1, m_2, F, \mu_k, \mu_s$ .

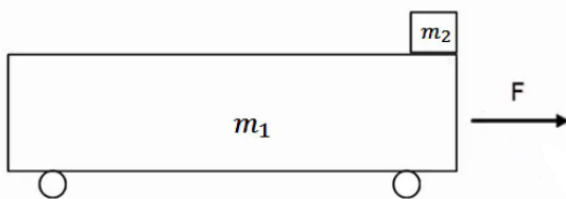
(א) מה הכוח  $F$  המקסימאלי עבורו המסה העליונה תחליק ביחס לתחתונה?

נניח כי הכוח  $F$  גדול מזה ששישבת בסעיף א'. נניח גם כי הכוח הפועל במשך זמן  $T$  נתון והמסה העליונה אינה נופלת מהתחתונה.

(ב) מהי תאוצת הגופים, מהירותם ומיקומם כפונקציה של הזמן עד לזמן  $T$ ?

(ג) כמה אנרגיה הלכה לאיבוד בזמן הזה?

(ד) מצא את מהירותם הסופית של הגופים ( $t > T$ ) בהנחה שהמסה העליונה עדיין לא נופלת.



### מסה על שני קרונות

נתונה שתי קרונית על משטח חלק. הקרון הימני במנוחה והקרון השמאלי נע לעברו במהירות  $V$ . על הקרון השמאלי מונחת מסה הנעה יחד עד הקרון. מקדם החיכוך בין המסה לקרון הימני נתונה. בין המסה לקרון השמאלי אין חיכוך.

בזמן  $t=0$  הקרון השמאלי פוגע בקרון הימני ונצמד אליו (אך הוא יכול להיפרד ממנו לאחר מכן).

(א) מתי תעבור המסה לקרון הימני?

(ב) מה תהיה מהירותו הסופית של הקרון הימני?

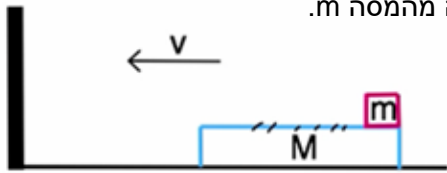
(ג) מהי תאוצת הקרון הימני? כמה זמן תאוצה זו נמשכת?

(ד) האם סעיף 2 ו-3 תואמים בתשובותיהם?



**מסות שומרות תנע ונבדקות לקיר**

המסה  $m$  מונחת על גבי הקרונית  $M$  (אך אינה מחוברת אליה). שתי המסות נעות יחד במהירות  $V$  על גבי משטח חלק לעבר קיר. התנגשות בקיר אלסטית. מקדם החיכוך בין המסות הוא  $\mu$ .

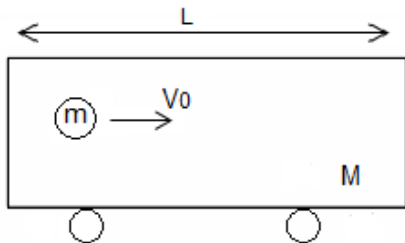


(א) מה תהיה מהירות המסה  $M$  לאחר זמן רב בהנחה שהיא גדולה מהמסה  $m$ .  
 (ב) ענה על סעיף אחד בהנחה שהמסה  $M$  קטנה מהמסה  $m$ .

**כדור בקרונית**

כדור בעל מסה  $m$  ומהירות  $v_0$  נע בתוך קרונית בעלת מסה  $M = \alpha m$  ואורך  $L$ . הכדור מתנגש בדופן הימנית של הקרונית התנגשות אלסטית. (אין חיכוך בין הקרונית לרצפה)

(א) מהי מהירות הגופים לאחר ההתנגשות? בדוק עבור:  $\alpha = 0, 1, \infty$   
 (ב) כמה זמן יעבור מהפגיעה הראשונה בדופן לפגיעה השנייה בדופן השמאלית?



**אדם הולך על עגלה**

אדם בעל מסה  $M$  עומד על עגלה בעלת מסה  $m$ . האדם מתחיל ללכת במהירות  $v_R$  ביחס לעגלה. מצא את מהירות האדם והעגלה ביחס לקרקע אם אין חיכוך בין העגלה לרצפה.

תשובות

$$U_M = \frac{m v_R}{m+M}$$

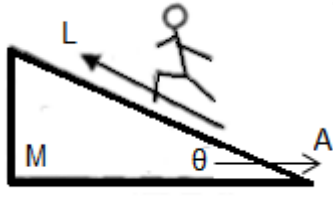
$$U_m = \frac{-M v_R}{m+M}$$

**אדם על רמפה, תנועה יחסית ושימור תנע**

אדם שמסתו  $m$  רץ במעלה רמפה משופעת בזווית  $\theta$ . מסת הרמפה היא  $M$ , והיא מונחת על מישור חלק. האדם מתחיל ממנוחה והזמן הדרוש לו בכדי לעבור דרך שאורכה  $L$  על פני הרמפה הוא  $T$ .

(א) מהי תאוצת האדם ביחס לרמפה?

- (ב) עקב הריצה נהדפת הרמפה ימינה, בתאוצה לא ידועה A יחסית לקרקע.  
 בטאו את רכיבי התאוצה של האדם יחסית לקרקע בעזרת התאוצה A.  
 (ג) כמה זזה הרמפה ימינה בזמן T?



### טנק יורה אופקית וחיכוך קינטי

טנק בעל מסה M יורה פגז בעל מסה m במהירות v במאוזן על משטח בעל מקדם חיכוך קינטי נתון.

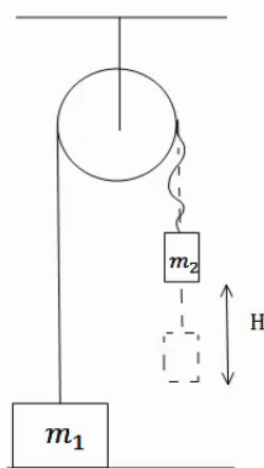
- (א) מה תהיה מהירותו של הטנק רגע לאחר הירייה?  
 (ב) כמה זמן יחליק הטנק?  
 (ג) לאיזה מרחק יגיע הטנק?  
 (ד) כמה אנרגיה אבדה בהחלקה זו?  
 (ה) האם הפגז היה מתנהג אחרת אם הטנק היה מקובע למקומו?



### שתי מסות על גלגלת וחוט רפוי

שתי מסות  $m_1$ ,  $m_2$  תלויות על גלגלת אידיאלית חסרת חיכוך. המסה  $m_1$  נמצאת על הקרקע במנוחה בעוד שהמסה  $m_2$  תלויה באוויר. מרימים את מסה  $m_2$  גובה H נוסף כך שהחוט מתרופף ומשחררים אותה ממנוחה.

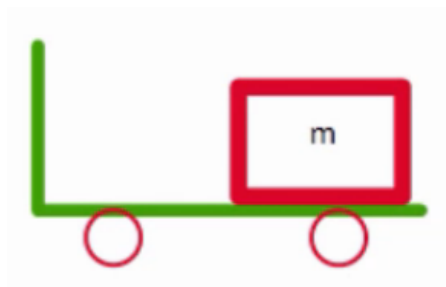
- (א) מצא את מהירות המסה  $m_2$  לפני שהיא מגיעה לנקודה בה החוט נמתח.  
 (ב) כעת החוט נמתח. הנח שהחוט אינו אלסטי, כלומר, האורך שלו קבוע ללא תלות בגודל המתיחות שלו כל עוד קיימת בו מתיחות כלשהי (והוא אינו רפוי כמו בסעיף א').  
 מצא את השינוי הכולל בתנע של שתי המשקולות (בין הקטע מיד לפני שהחוט נמתח לבין הקטע מיד אחרי שהחוט מתוח ושתי המסות זזות).  
 (ג) מצא את המתקף שהפעילה התקרה על הגלגלת בזמן מתיחות החוט.  
 (ד) לאיזה גובה תעלה  $m_1$  בהנחה ש  $m_1 > m_2$  אינה פוגעת ברצפה.  
 (ה) מהו המתקף שמפעילה התקרה על הגלגלת מהרגע  $t=0$  ועד לרגע בו  $m_1$  הגיעה לשיא הגובה?



### מסה מתנגשת במשאית ונופלת

מסה m מונחת על עגלה חסרת חיכוך בעלת אורך L ומסה 5m. המסה נוסעת במהירות V לכיוון שמאל והעגלה נייחת. נתון כי ההתנגשות בין המסה לבין העגלה היא התנגשות אלסטית.

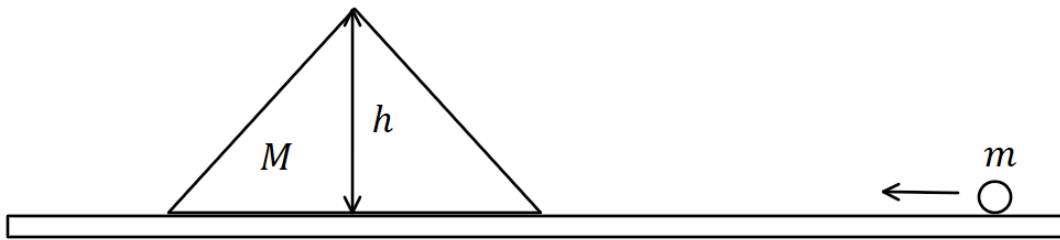
לאחר כמה זמן מרגע ההתנגשות תיפול המסה מהעגלה?



### תרגיל - כדור עולה על מדרון משולש

מדרון משולש בעל גובה  $h = 3m$  חופשי לנוע מעל משטח אופקי חלק (ללא חיכוך). מסת המדרון היא  $M = 15kg$ . מגלגלים כדור בעל מסה  $m = 5kg$  על המשטח לכיוון המדרון. התייחס לכדור כאל גוף נקודתי.

- מה צריכה להיות המהירות שבה מגלגלים את הכדור כך שהוא יעצור (ביחס למדרון) בדיוק לפני שהוא עובר את שיא הגובה של המדרון?
- מהי המהירות המדרון ברגע שהכדור מגיע לשיא הגובה?
- מהי המהירות הסופית של המדרון והכדור?



### תרגיל- מסה מחליקה בין שני טריזים

גוף בעל מסה  $m$  מחליק על שני טריזים זהים בעלי מסה  $M$  כל אחד. המעבר מהטריז למשטח האופקי הוא חלק, המשטחים חסרי חיכוך וחופשיים לנוע על השולחן (ראו סרטוט). לאיזה גובה מקסימאלי יטפס הגוף על הטריז השני אם גובה ההתחלתי הוא  $h$ ?

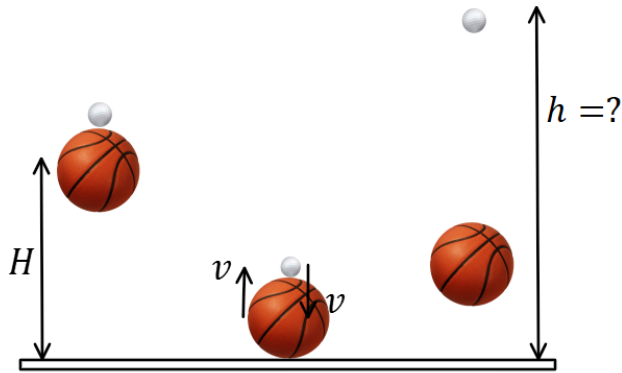


תשובה

$$h'_{\max} = \frac{m^2 h}{(M+m)^2}$$

### תרגיל- כדור גולף על כדורסל

כדור גולף וכדור כדורסל מוחזקים במנוחה אחד מעל השני בגובה  $H = 1.5 m$ . משחררים אותם ליפול ממנוחה. מה יהיה הגובה המרבי אליו יגיע כדור הגולף אם נניח שכל ההתנגשויות אלסטיות ומצחיות. מסת כדור הגולף היא  $m = 46 gr$  ומסת הכדורסל היא  $M = 624 gr$



**תרגיל-התנגשות אלסטית זהה בכל המערכות**

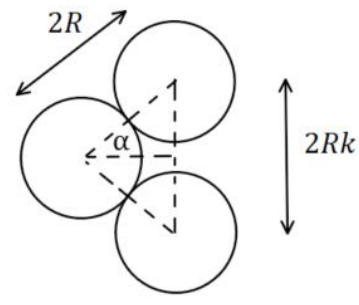
במערכת אינרציאלית מסויימת האנרגיה הקינטית של שני גופים  $m_1$  ו- $m_2$  היא  $E_k$ . מצאו את האנרגיה הקינטית של הגופים במערכת אינרציאלית אחרת הנעה במהירות  $v_0$  ביחס למערכת המקורית. השתמשו בתוצאה שקיבלתם והראו כי אם במערכת מסויימת ההתנגשות היא אלסטית אז היא חייבת להיות אלסטית גם בכל מערכות הייחוס האינרציאליות האחרות.

תשובה

$$E_k = (m_1 v_1 + m_2 v_2) v_0 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_0^2$$

**דיסקה מתנגשת בשתי דיסקות זהות**

על מישור חלק נמצאות 3 דיסקות זהות בעלות מסה  $M$  ורדיוס  $R$  כל אחת. הדיסקה השמאלית באיור נעה במהירות  $v$  ומתנגשת להתנגשות אלסטית בו זמנית עם שתי הדיסקות האחרות כפי מתואר באיור. המרחק בין הדיסקות שנמצאות במנוחה לפני ההתנגשות מתואר על ידי  $2Rk$  כאשר  $1 \leq k \leq 2$ .  
 א. מהי גודלה של מהירות הדיסקה הפוגעת לאחר ההתנגשות כתלות בזווית  $\alpha$  שבאיור?  
 ב. עבור אילו ערכים של  $k$  הדיסקה תחזור אחורה/ תיעצר במקום/ תמשיך קדימה?



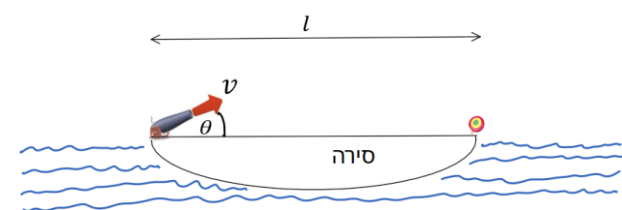
מיקו

א)  $v_1 = v \frac{1 - 2\cos^2 \alpha}{1 + 2\cos^2 \alpha}$

- ב)  $\sqrt{2} < k \leq 2$       תזיזה  
 $k = \sqrt{2}$       התקום  
 $1 \leq k < \sqrt{2}$       אחורה

**סירה יורה פגז על מטרה עם תנועה יחסית**

סירה באורך  $l$  נמצאת על מים שקטים, בקצה השמאלי של הסירה נמצא תותח צעצוע ובקצה הימני נמצאת מטרה. התותח יורה פגז צעצוע בזווית  $\theta$  ובמהירות  $v$  ביחס לקרקע. מסת הפגז היא  $m$  ומסת הסירה היא  $M$ . מצא את המהירות  $v$  הדרושה בשביל לפגוע בדיוק במטרה (הזנח את גובה התותח וגובה המטרה והנח כי התותח מחובר לסירה)





## פרק 12 - מסה משתנה

### תרגילים נוספים

#### עגלה עם מטף קצף

מתקינים על עגלה מטף קצף. המטף פולט קצף אחורנית (ואופקית) מהעגלה במהירות  $u$  ביחס לעגלה ובקצב  $\left| \frac{dm}{dt} \right| = a - bt$ . פליטת הקצף גורמת לעגלה לנוע בקו ישר. מסת העגלה (כולל המטף) בתחילת התנועה היא  $M_0$  ואין חיכוך בין העגלה לקרקע.

א. מהן היחידות של  $a$  ו- $b$ ? הנח שכל הגדלים האחרים ב m.k.s.

ב. מצאו את תאוצת העגלה כתלות בזמן כל עוד  $a/b > t$ .

ג. מהי מהירות העגלה כתלות בזמן?



תשובות

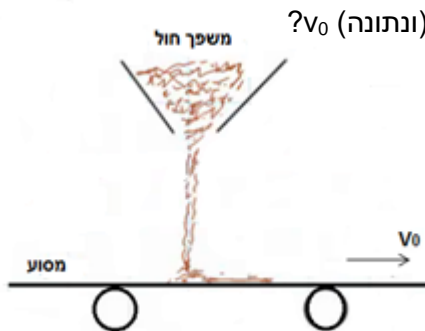
$$1. [a] = \frac{kg}{sec} \quad [b] = \frac{kg}{sec^2}$$

$$2. \frac{dv}{dt} = \frac{u(a-bt)}{M_0 - at + \frac{1}{2}bt^2}$$

$$3. v(t) = u \ln \left[ \frac{M_0}{M_0 - at + \frac{1}{2}bt^2} \right]$$

#### משפך חול על מסוע

משפך חול מפיל חול על מסוע בקצב  $(dm/dt)=At$  כאשר  $A$  קבוע. אין חיכוך בין המסוע לרצפה.



א) מה הכוח  $F$  הדרוש על מנת למשוך את המסוע במהירות קבועה (ונתונה)  $v_0$ ?

ב) מהו ההספק (אנרגיה ליחידת זמן) שמשקיע הכוח?

#### בלון

בלון בעל מסה  $M$  מלא בגז. נתון כי  $3/4$  ממסת הבלון היא מסת הגז. משחררים את הבלון ממנוחה והגז יוצא במהירות  $u_0$  ביחס לבלון. נתון כי הבלון מאיץ בקו ישר כלפי מעלה בתאוצה של  $0.5g$ .

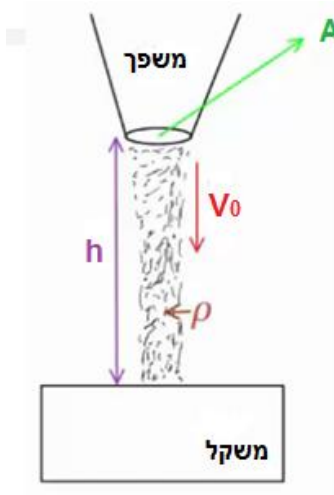
א) מצא את קצב פליטת הגז מהבלון.

ב) מצא את הגובה המקסימלי אליו יגיע הבלון.

### משפך על משקל

משפך חול נמצא מעל משקל, החול יוצא מהמשפך במהירות  $v_0$ . שטח החתך של פתח המשפך הוא  $A$  ונתון כי המשפך נמצא בגובה  $H$  מעל המשקל. נתונה צפיפות המסה של החול  $\rho$ . הזנח את גובה החול המצטבר על המשקל.

- (א) מהי כמות החול היוצאת מהמשפך ביחידת זמן?  
 (ב) מה מהירות החול בהגיעו לפני פגיעתו במשקל?  
 (ג) במהלך המילוי כאשר המשקל מראה  $W$  מה היחס בין המשקל האמיתי של החול לערך שמראה המשקל?  
 (ד) נניח כי כאשר המשקל מראה את המשקל מסעיף ג' סוגרים את המשפך. מה יראה המשקל לאחר זמן רב?  
 (ה) לאחר האמור בסעיף ד' מאיצים את המשקל בתאוצה של 5 מטר לשנייה בריבוע כלפי מעלה. מה יראה המשקל?



### חללית מנתקת מיכלים

- חללית יכולה לנתק את מכלי הדלק הריקים שלה. חללית בעלת מסה התחלתית  $M_0$ , קצב פליטת גזים-  $\alpha$  ומהירות הגז ביחס לחללית-  $u$ . כאשר החללית מאבדת ממשקלה מסה  $m$  (מסת הדלק שהיה במיכל) היא מנתקת את המיכל שמסתו  $k$  וממשיכה במעופה הרגיל. כאשר החללית מאבדת ממשקלה  $m$  נוסף, נגמר הדלק במכליה והיא מכבה מנועים וממשיכה במהירות הסופית. הנח שהחללית מתחילה ממנוחה ושהיא משוגרת מתחת חלל, כלומר אין השפעת כבידה על החללית.  
 א. מהי מהירות החללית רגע לפני ניתוק המיכל הראשון?  
 ב. מהי מהירות החללית לאחר ניתוק המיכל?  
 ג. מהי מהירותה הסופית של החללית? (הנח שהיא שומרת על מהירותה לאחר כיבוי המנועים).  
 ד. בכמה שיפרה החללית את מהירותה הסופית על ידי ניתוק המכלים?



תשובות

$$u \ln \left( \frac{M_0 - m - k}{M_0 - 2m - k} \right) \quad (ד)$$

$$u \ln \frac{M_0}{M_0 - m} \quad (א)$$

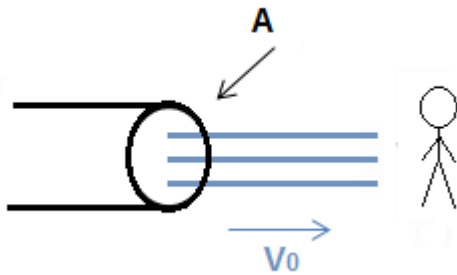
(ב) לא משתנה

$$u \ln \frac{M_0 (M_0 - 2m - k)}{(M_0 - m) (M_0 - m - k)} \quad (ג)$$

### צינור משפריץ על אדם

צינור משפריץ מים על אדם. לצינור שטח חתך  $A$  וצפיפות המים נתונה  $\rho$ . נתונה גם מהירות יציאת המים מהצינור  $v_0$ .

- (א) מצא את הכוח שפועל על אדם הנמצא במנוחה, בהנחה שהמים אינם ניתזים חזרה.  
 (ב) מצא את הכוח הפועל על אדם הבורח במהירות  $v < v_0$ .



### טיפת גשם

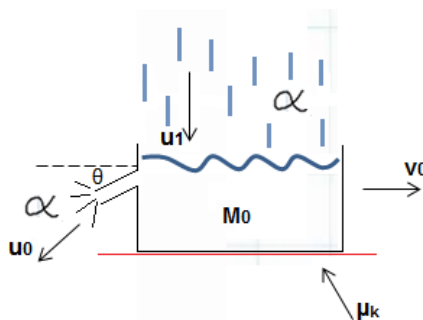
טיפת גשם נופלת דרך ענן וסופחת מים יחסית לשטח הפנים שלה. קצב שינוי המסה של הטיפה נתון לפי  $\frac{dm}{dt} = 4\pi r^2 b$ , כאשר  $b$  קבוע ו  $r$  הוא רדיוס הטיפה. נתונה גם צפיפות המים  $\rho$ . הזנח את התנגדות האוויר. הנח כי הטיפה מתחילה ליפול ממנוחה ורדיוסה ההתחלתי הוא  $r_0$ .

- (א) מצא את רדיוס הטיפה כפונקציה של הזמן.  
 (ב) חשב את מהירות הטיפה כפונקציה של הזמן.  
 (ג) מצא את התאוצה של הטיפה זמן קצר לאחר תחילת תנועתה.  
 (ד) מצא את תאוצת הטיפה לאחר זמן רב.

פתרון משוואה דיפרנציאלית מהצורה:  $\frac{dv}{dr} = A \frac{v}{r} + B$   
 הוא:  $v(r) = (Cr)^A + \frac{B}{1-A} r$

### עגלה עם גשם, משאבה וחיכוך

עגלה בעלת מסה  $M_0$  נוסעת על משטח עם חיכוך. על העגלה יורד גשם בקצב  $\alpha$  ובמהירות  $u_1$  בציר האנכי בלבד. בנוסף, לעגלה מחוברת משאבה בקצה האחורי, המוציאה מים מן העגלה החוצה במהירות  $u_0$  ובקצב זהה  $\alpha$ . המשאבה מוציאה את המים בזווית  $\theta$  מתחת לציר ה  $x$  (ראה ציור). לעגלה מהירות התחלתית  $v_0$ . מקדם החיכוך הקינטי  $\mu_k$  וכל הגדלים הרשומים בשאלה נתונים.



- (א) מצא את משוואת התנועה של העגלה.  
 (ב) מצא את המהירות הסופית של העגלה.  
 (ג) מצא את מהירות העגלה כפונקציה של הזמן.

### חול נשפך מקרונית

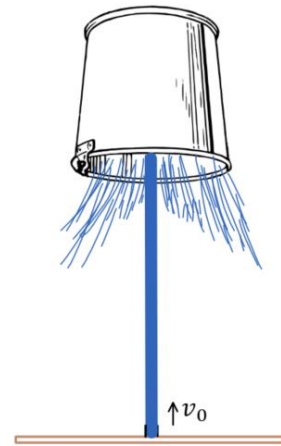
קרונית עמוסה בחול נעה על פסים ללא חיכוך במהירות  $v$ . ברגע מסוים נפתח חלון בתחתית הקרונית וחול מתחיל להישפך בקצב קבוע  $\alpha$ . מהי מהירות הקרונית כתלות בזמן?

תשובה:  $v$

### דלי מוחזק באוויר

דלי בעל מסה  $M$  מוחזק הפוך באוויר באמצעות זרם מים. המים יוצאים מצינור באדמה במהירות  $v_0$  כלפי מעלה ובקצב  $\alpha$ . מהו הגובה בו הדלי נמצא באוויר? הנח שהמים לא ניתזים חזרה לאחר הפגיעה

בדלי.

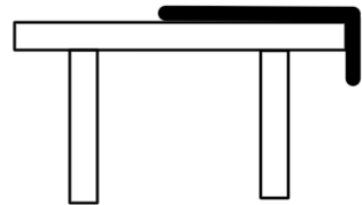


תשובה:

$$h = \frac{\alpha v_0^2 - Mg}{2g\alpha}$$

### חבל מחליק משולחן

חבל באורך  $L$  ומסה  $M$  מונח על שולחן חסר חיכוך כך שהקצה של החבל באורך  $d$  נשמט מחוץ לשולחן. החבל מוחזק ומשוחרר ממנוחה. מה תהיה מהירות החבל כאשר כל אורך החבל ייפול מהשולחן. פתור משיקולי תנע בלבד! הנח שהחבל אינו פוגע ברצפה.

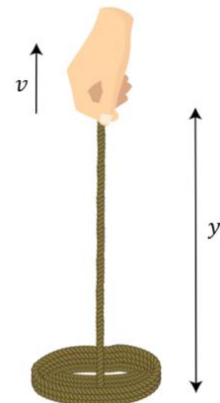


תשובה:

$$V_f^2 = \frac{g}{2} (L^2 - d^2)$$

### מרימים חבל ממנוחה

- חבל אחיד, בעל מסה  $M$  ואורך  $L$  מונח על שולחן. מרימים קצה אחד של החבל במהירות קבועה  $v$ .
- מהי המתיחות בקצה העליון של החבל כתלות בפרמטרים של השאלה ובגובה הקצה  $y$ .
  - מהי העבודה שעושה היד ביחידת זמן?
  - מהו קצב שינוי האנרגיה הכוללת של החבל?



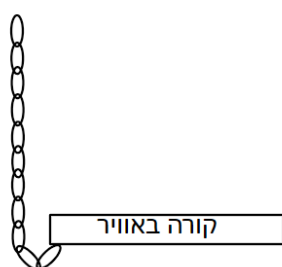
$$1) \frac{M}{L} g y v + \frac{M}{L} v^3$$

$$2) \frac{M}{L} g y v + \frac{M}{L} v^3$$

**שרשרת מחוברת לקורה, נופלת**

שרשרת באורך  $L$  וצפיפות אחידה  $\lambda$  מחוברת לקורה התלויה באוויר. מרימים את השרשרת אנכית מעל הקורה ומשחררים ממנוחה. הנח שהחלק שמחובר לקורה בהתחלה זניח, כלומר גובה הקצה העליון של השרשרת הוא  $L$  מעל החיבור עם הקורה. הנח שהשרשרת לא פוגעת בקרקע במהלך הנפילה.

- מהי מהירות החלק שנופל כתלות בזמן?
- מהו התנע של כל השרשרת כתלות בזמן?
- מה הכוח שמפעילה הקורה על השרשרת כתלות בזמן?
- מה גודל הכוח שמפעילה הקורה ברגע הנפילה האחרון של השרשרת אם מסת השרשרת היא  $2 \text{ ק"ג}$ ?



תשובות:

$$1) v = gt$$

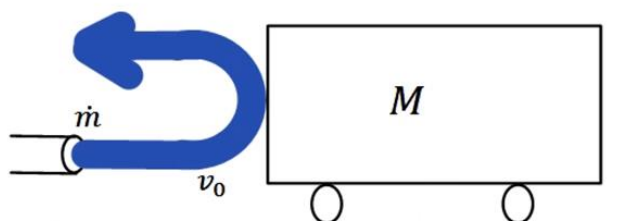
$$2) P_T = \lambda(L - \frac{1}{4}gt^2)gt$$

$$3) \frac{3}{4}\lambda g^2 t^2$$

$$3) 60 \text{ נ}$$

**צינור משפריץ על עגלה**

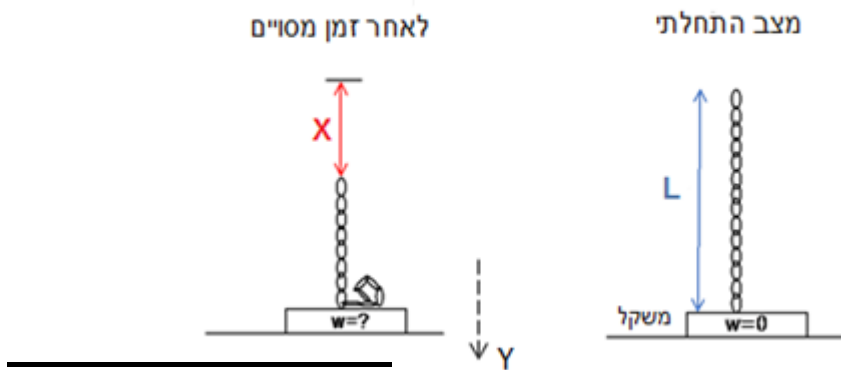
צינור משפריץ מים על עגלה בעלת מסה  $M$ . המים יוצאים מהצינור במהירות  $v_0$  ובקצב  $\dot{m}$  נתון (הנח כי מהירות המים קבועה עד לפגיעה בעגלה). המים מתנגשים התנגשות אלסטית ביחס לעגלה.



מצא את מהירות העגלה כפונקציה של הזמן.

### שרשרת נופלת על מד משקל

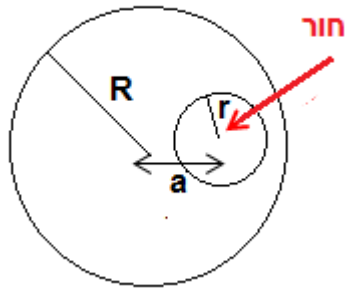
שרשרת בעלת אורך  $L$  ומסה  $M$  מוחזקת בצורה אנכית מעל משקל כך שהקצה התחתון שלה בדיוק נוגע במשקל. השרשרת משוחררת ממנוחה. מצא מה מראה המשקל כפונקציה של  $X$  (א מייצג את המרחק אותו עבר הקצה העליון של השרשרת).



## פרק 13 - מרכז מסה

### מרכז מסה של דיסקה עם חור

בדיסקה בעלת רדיוס  $R$  ומסה  $M$  קדחו חור בעל רדיוס  $r$  במרחק  $a$  ממרכז הדיסקה. הנח כי צפיפות המסה אחידה בכל הדיסקה.

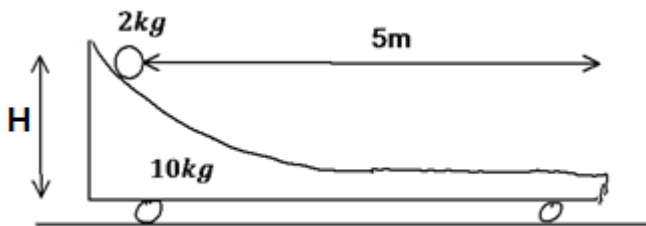


מצא את מרכז המסה של הדיסקה עם החור.

### כדור על קרונית

כדור מונח על קרונית משופעת הנמצאת במנוחה. הכדור מונח בגובה  $H=1\text{m}$  ובמרחק של 5 מטרים מקצה הקרונית. מסת הקרונית:  $m_1=10\text{kg}$ , מסת הכדור:  $m_2=2\text{kg}$ .

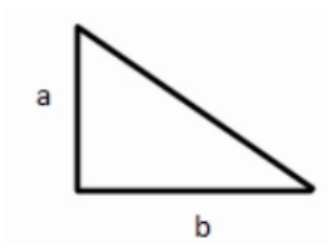
(א) מצא את העתק הקרונית כאשר הכדור מגיע לקצה.  
 (ב) מצא את מהירות הגופים אם נתון שמהירות הכדור בקצה הקרונית היא רק בכיוון ציר ה  $x$ .



### דוגמאות לחישוב מרכז מסה בעזרת אינטגרלים

#### מרכז מסה של מוט בעל צפיפות משתנה

חשב את מרכז המסה של מוט בעל אורך  $L$  וצפיפות מסה  $\lambda(x) = \frac{\lambda_0 x}{L}$ .



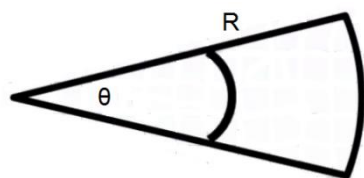
#### מרכז מסה של משולש

מצא את מרכז המסה של המשולש שבתמונה.

#### מרכז מסה של שער

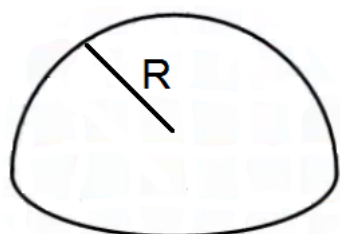
שער חשמלי בעל מסה  $m$  ואורך  $l$  מונח על ציר שמרחקו  $d$  מסופו.

הסבר מדוע מחוברים לקצה השער משקולת כבדה ומצא את מסתה אם נתון כי אורכה  $L$ .



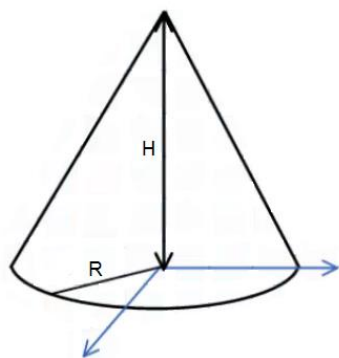
**מרכז מסה של גיזרה וחצי דיסקה**

חשב את מרכז המסה של גיזרה עם צפיפות אחידה וזווית  $\theta$ .



**מרכז מסה של חצי כדור מלא**

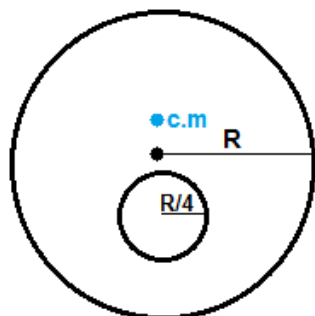
חשב את מרכז המסה של חצי כדור מלא בעל צפיפות אחידה.



**מרכז מסה של חרוט מלא**

חשב את מרכז המסה של חרוט מלא בעל צפיפות אחידה.

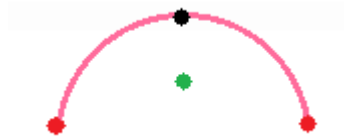
**דיסקה עם חור**  
מצא את מרכז המסה של דיסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$ , אם ידוע כי במרחק חצי  $R$  ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס רבע  $R$ .



**חצי חישוב ושתי מסות**



מצא את מרכז המסה של חצי החישוק בעל מסה  $M$  ורדיוס  $R$  אשר בקצותיו חוברו שני כדורים קטנים בעלי מסה  $m$ .

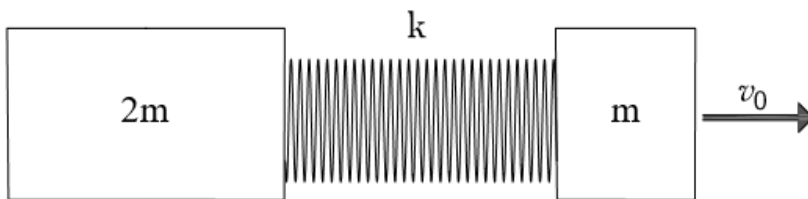


### מערכת מרכז המסה

#### שני גופים מחוברים בקפיץ ונעים

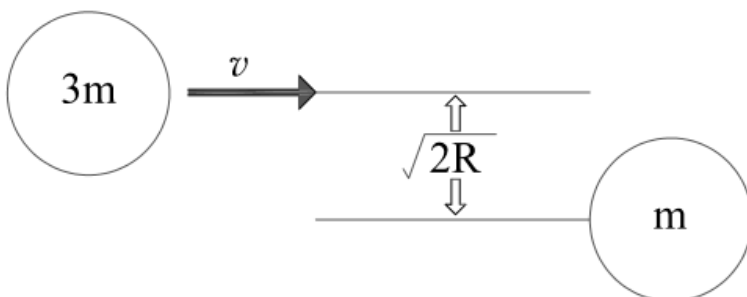
שני גופים עם מסות  $m_1 = m$  ו  $m_2 = 2m$  קשורים בקפיץ בעל קבוע  $k$  ומונחים על משטח חסר חיכוך. ברגע מסוים מעניקים לגוף  $m_1$  מהירות  $v_0$  כך שהוא מתרחק מהמסה  $m_2$ .

- מה מהירות מרכז המסה  $v_{CM}$ ?
- מה מהירויות שני הגופים במערכת מרכז המסה מיד עם תחילת התנועה?
- מה האנרגיה הקינטית הכוללת מיד עם תחילת התנועה במערכת המעבדה ובמערכת מרכז המסה?
- מהי ההתארכות המקסימלית של הקפיץ? מה מהירויות שני הגופים במצב זה (גם במערכת מרכז המסה וגם במערכת המעבדה)?
- מה מהירויות שני הגופים (בשתי מערכות הייחוס) בפעם הראשונה בה הקפיץ חוזר לאורכו המקורי?



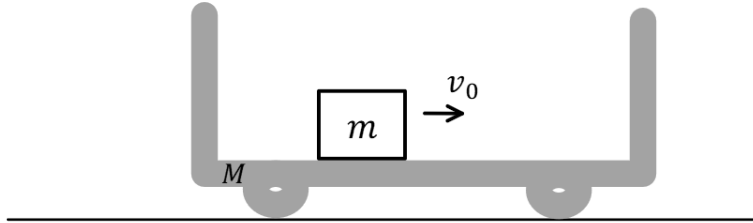
#### התנגשות לא חזיתית

- שתי דיסקות ברדיוס  $R$  נמצאות על משטח ללא חיכוך. הדיסקה  $m_1 = m$  נמצאת במנוחה והדיסקה  $m_2 = 3m$  נעה במהירות  $v$  כלפיה. המרחק בין מרכז דיסקה 1, למסלול של מרכז דיסקה 2 הוא  $\sqrt{2}R$  כמתואר באיור. אין חיכוך בין שפות הדיסקות במהלך ההתנגשות וההתנגשות אלסטית.
- תארו את תנועתן במערכת מרכז המסה לפני ההתנגשות.
  - באיזו נקודה על פני כל דיסקה תהיה ההתנגשות ביניהן? מה כיוון הכוח ביניהן בעת ההתנגשות?
  - מה יהיו וקטורי המהירות אחרי ההתנגשות במערכת מרכז המסה?
  - מה יהיו המהירויות, גודלן וכיוונן אחרי ההתנגשות במערכת המעבדה?
  - מה המתקף שהפעיל כדור 2 על כדור 1? חשבו בשתי המערכות.



### גוף מתנגש בדפנות עגלה

גוף שמסתו  $m$  מונח בתוך עגלה שמסתה  $M$ . העגלה נמצאת במנוחה על משטח אופקי ואין חיכוך בינה לבין המשטח. מקבים לגוף מהירות התחלתית  $v_0$  והוא נע הלוך ושוב בין דפנות העגלה ללא חיכוך. ההתנגשות של הגוף עם הדפנות היא התנגשות אי-אלסטית. מה תהיה מהירות הגוף ביחס לקרקע לאחר זמן רב.



### זווית פיזור אפשרית באיבוד אנרגיה\*\*

חלקיק בעל מסה  $M$  נע במהירות קבועה לאורך ציר ה- $x$ . כאשר האנרגיה הקינטית שלו היא  $K$ . החלקיק פוגע בחלקיק אחר, בעל מסה  $M$  זהה הנמצא במנוחה. האנרגיה של כל המערכת לאחר ההתנגשות היא  $\alpha K$  כאשר  $\alpha$  קבוע חיובי נתון, הקטן מ-1.  
 א. מהי מהירות מרכז המסה לפני ואחרי ההתנגשות?  
 ב. האם ניתן לדעת את כיוון המהירות של החלקיק הפוגע, במערכת מרכז המסה, לפני ואחרי ההתנגשות?  
 ג. אם  $\alpha = 0.6$ , מה תחום זוויות הפיזור האפשריות. מומלץ לצפות בסרטון ההוכחה שהזווית בין שני גופים בעלי מסות זהות המתנגשים התנגשות אלסטית היא 90 מעלות.

### תשובות

- א)  $\sqrt{\frac{K}{2M}}$   
 ב)  $\delta$  גמי,  $\epsilon$  כיוון  
 גמי,  $\delta$  נגד  
 ג)  $-48.2^\circ < \theta < 48.2^\circ$

## תרגילים מסכמים

### שני גופים מחוברים בקפיץ נלחצים לקיר

שני גופים מחוברים בקפיץ בעל קבוע  $k$  ונמצאים על משטח אופקי חסר חיכוך. מסת הגוף הימני היא  $m_1$ , מסת הגוף השמאלי היא  $m_2$  והוא צמוד לקיר. האורך הרפוי של הקפיץ הוא  $l_0$ . לוחצים את הגוף הימני עד שהקפיץ מתכווץ לאורך  $\frac{l_0}{3}$  ומשחררים ממנוחה.

- א. מתי תתנתק המסה השמאלית מהקיר?  
 ב. מהו מיקום מרכז המסה כתלות בזמן?

גאבנר

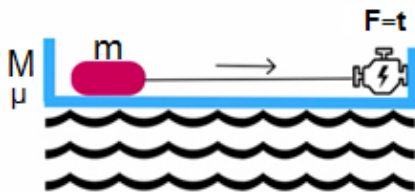
א) נגיש הקטף  $\sim \frac{1}{2}$   
 $t = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{m_1}{k}}$

ב)  $X_{c.m.}(t) = \frac{m_2 l_0}{m_1 + m_2} \left( 1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{m_1}{k}} t \right)$

### מנוע מושך מסה בסירה

על סירה (ללא חיכוך עם המים) מונחת מסה. המסה מחוברת בחוט למנוע המחובר לסירה. כוח המשיכה של המנוע משתנה בזמן, מקדם החיכוך הסטטי ומקדם החיכוך הקינטי נתונים.

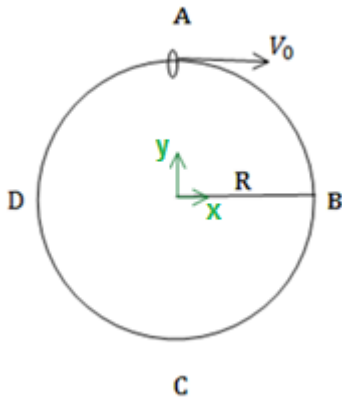
- א. מתי תתחיל לנוע המסה?  
 ב. מה תהיה תאוצת מרכז המסה? תאוצת הסירה? תאוצת המסה?  
 ג. לאחר שהמסה נעה החוט ניתק. בהתאם לכך, ענה על סעיף 2 בשנית.  
 ד. האם המסה והסירה ייעצרו בו זמנית?



### חרוז מסתובב על חישוק שחופשי לנוע

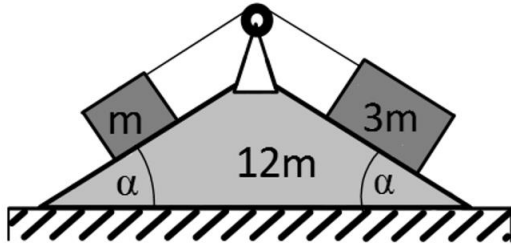
חישוק בעל רדיוס  $R$  ומסה  $m$  מונח על שולחן אופקי חלק. על החישוק ישנו חרוז המתחיל לנוע מהנקודה A ומסתו  $m$  גם כן. ב  $t=0$  החישוק נמצא במנוחה ומהירותו ההתחלתית של החרוז היא  $v_0$  ימינה.

- א. מצא את מיקום מרכז המסה של המערכת בתחילת התנועה.  
 ב. מצא את מהירות מרכז המסה כפונקציה של הזמן ואת מסלולה.  
 ג. מהן מהירות החרוז והצינור כאשר החרוז נמצא בנקודות B, C, D ושוב ב A ביחס לחישוק.



### שני גופים על מדרון שנע

שני גופים בעלי מסות  $m$  ו- $3m$  נמצאים על מדרון דו-צדדי בעל זווית נטייה  $\alpha$  משני צדדיו. שני הגופים קשורים זה לזה בחוט אידיאלי דרך גלגלת אידיאלית המחוברת למדרון. למדרון מסה  $12m$  והוא יכול לנוע על הרצפה. אין חיכוך בין הגופים למדרון ובין המדרון לרצפה. משחררים את המערכת ממנוחה. (א) חשב את העתק המדרון, לאחר שהגוף הכבד עבר מרחק  $L$  במורד המדרון. (ב) מהי העבודה שביצע משקל הגוף הכבד ומשקל הגוף הקל במהלך התנועה? (ג) חשב את מהירות המדרון ביחס לרצפה ברגע זה.



### מסה מתנגשת במסה עם קפיץ

גוף שמסתו  $2m$  נע במהירות  $v$  על משטח חסר חיכוך לעבר גוף נוסף שמסתו  $m$  הנמצא במנוחה. בציוד השמאלי של הגוף במנוחה ישנו קפיץ רפוי בעל קבוע  $k$ . הבעיה חד מימדית  
 א. מהי מהירות מרכז המסה של הגופים?  
 ב. מהי ההתכווצות המקסימלית של הקפיץ?



## פרק חדש - בעיית שני הגופים חלק א

### תרגיל- שני גופים עם כוח חשמלי דוחה

שני גופים בעלי מסות  $m$  ו- $2m$  מאולצים להיות רק על ציר ה- $x$ . לכל אחד מהגופים יש מטען חשמלי  $q$ . כתוצאה מהמטען החשמלי פועל בין הגופים כוח חשמלי משמר (במקרה הזה כוח דחייה). האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח היא:

$$U(x_1, x_2) = \frac{q^2}{|x_2 - x_1|}$$

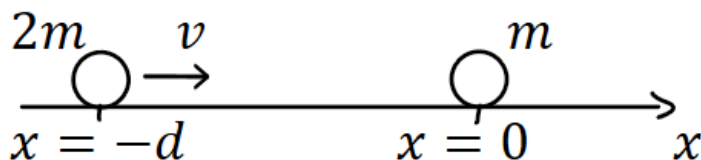
ברגע  $t = 0$  המתואר בשרטוט הגוף השמאלי נמצא ב- $x = -d$  והגוף הימני בראשית הצירים. ברגע זה הגוף השמאלי מתחיל לנוע במהירות  $v$  לעבר הגוף הימני הנמצא במנוחה.

א. מהו מיקום מרכז המסה של שני הגופים ב- $t = 0$ ?

ב. מה מיקום מרכז המסה ברגע  $t_1 = \frac{d}{2v}$ ?

ג. מצא את המרחק המינימלי בין הגופים.

ד. מהי מהירותו של הגוף השמאלי ביחס למעבדה ברגע בו המרחק מינימלי?



### תרגיל-שני גופים זהים מתנגשים

שני גופים בעלי מסה  $m = 600 \text{ gr}$  מתנגשים חזיתית. האנרגיה הקינטית של שני הגופים ביחד לפני ההתנגשות שווה ל- $30 \text{ ג'אול}$ .

גודל המהירות היחסית לפני ואחרי ההתנגשות הוא  $4 \text{ m/s}$ .

- א. האם לאחר ההתנגשות הגופים מתקרבים זה לזה, מתרחקים זה מזה, נמצאים שניהם במנוחה או שלא ניתן לקבוע מהנתונים?
- ב. מהי האנרגיה הקינטית לאחר ההתנגשות?
- ג. מהו התנע הכללי של המערכת לפני ואחרי ההתנגשות?
- ד. נניח כי המהירות היחסית לאחר ההתנגשות הייתה אפס ושאר הנתונים נותרים ללא שינוי. בכמה היה משתנה התנע הכללי של המערכת לאחר ההתנגשות ביחס לחישוב בסעיף ג'?
- ה. מהי האנרגיה הקינטית לאחר ההתנגשות בתנאי של סעיף ד'?
- ו. האם ההתנגשות בתנאי של סעיף ד' היא: אלסטית, פלסטית, לא אלסטית ולא פלסטית או שלא ניתן לקבוע מהנתונים?

תשובות:

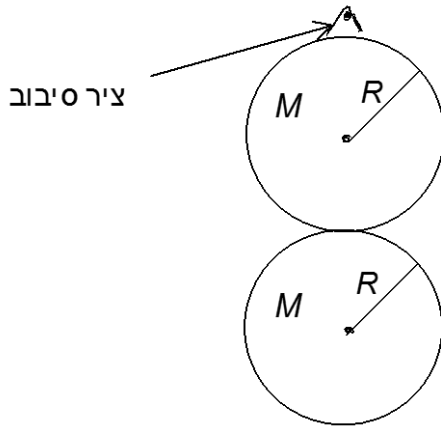
- א. מתרחקים זה מזה. ב.  $30 \text{ J}$ . ג.  $8.14 \text{ kg}\cdot\text{m/s}$ . ד. לא משתנה. ה.  $27.6 \text{ J}$ . ו. פלסטית
-

## פרק 14 - מומנט התמד

### אדטיביות – דוגמה

לדסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$  מחברים דסקה נוספת זהה בקצה התחתון של הדסקה.

מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר המאונך למישור הדסקה והעובר בקצה העליון של הדסקה (הראשונה).




### חישוב אינטגרל של מוט לא אחיד

חשב את מומנט ההתמד של מוט עם צפיפות אחידה סביב קצה המוט.  $X$  הוא המרחק מהקצה ו- $L$  הוא אורך המוט.  $\lambda_0$  נתון.

$$\lambda(X) = \lambda_0 \frac{X}{L} \quad \text{– צפיפות המוט}$$

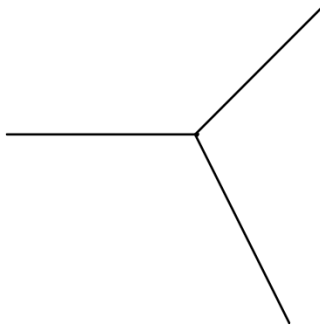
### חישוב נוסף מוט בצפיפות לא אחידה

מצא את מומנט ההתמד של מוט סביב מרכזו לפי הנתונים שבשרטוט. הצפיפות הנתונה מתייחסת למרכז המוט כראשית הצירים.

  
 $m, l, \lambda = Ax^2$

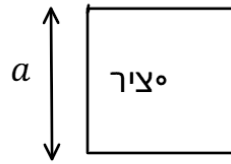
### שלושה מוטות מחוברים בקצה

שלושה מוטות זהים באורך  $l$  ומסה  $m$  כל אחד מחוברים באופן המוצג באיור. מצא את מומנט ההתמד של המערכת סביב ציר הנמצא בנקודת החיבור בין המוטות ובמאונך למישור.

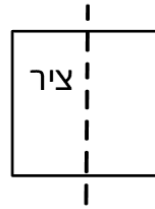


### תרגיל- מסגרת ריבועית

- נתונה מסגרת ריבועית בעלת אורך צלע  $a$  ומסה  $M$ . מצא את מומנט ההתמד של מסגרת
- א. סביב ציר העובר במרכזה ומאונך למישור המסגרת
  - ב. סביב ציר העובר במרכז המסגרת ודרך מרכז שתי צלעות ומקביל לשתי הצלעות האחרות



סעיף א



סעיף ב

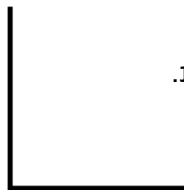
**מומנט התמד של שער חשמלי**

מצא את מומנט ההתמד של שער חשמלי בעל מסה  $m$  ואורך  $l$  אשר בסופו מחוברת משקולת בעלת מסה  $M$  ואורך  $L$  המסתובב סביב מרכז המסה שלו.



**מומנט התמד של רייש**

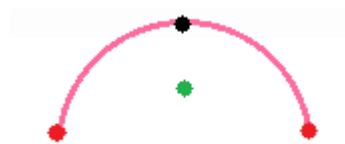
מצא את מומנט ההתמד של הגוף שבשרטוט סביב מרכז המסה שלו בשתי דרכים שונות.



אורך כל מוט  $l$  ומסתו  $m$ .

**חצי חישוק ושתי מסות**

מצא את מומנט ההתמד של חצי החישוק שבתמונה.

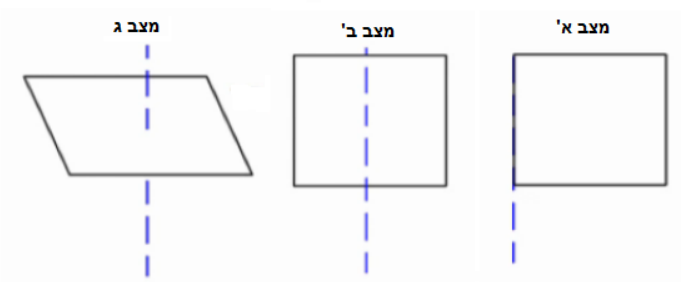


רדיוס  $R$ , מסתו  $M$  ובקצותיו חוברו שתי מסות  $m$ . החישוק סובב סביב מסמר בקודקודו.

**חישוב אינטגרל של ריבוע**

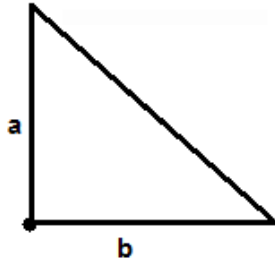
חשב את מומנט ההתמד של לוח ריבוע בעל אורך צלע  $a$ , מסה  $M$  וצפיפות אחידה בכל אחד מהמצבים הבאים:

- (א) ציר הסיבוב הוא אחת הפאות של הריבוע.
- (ב) ציר הסיבוב מקביל לפאות ועובר במרכז.
- (ג) ציר הסיבוב אנך למשטח הריבוע ועובר במרכזו.



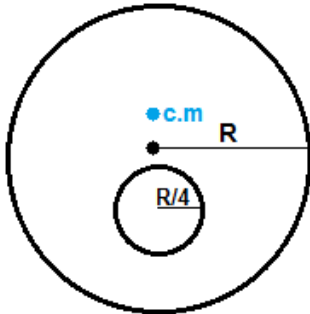
### מומנט התמד של משולש

מצא את מומנט ההתמד של המשולש סביב קודקודו הישר.



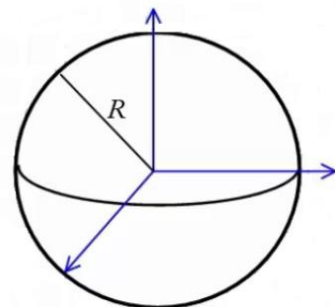
### דיסקה עם חור

- (א) מצא את מומנט ההתמד של דיסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$ , אם ידוע כי במרחק  $R$  ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס  $R/4$ .
- (ב) מצא את מומנט ההתמד של הגוף סביב מרכז המסה שלו.



### מומנט התמד של כדור מלא

חשב את מומנט ההתמד של כדור מלא בעל רדיוס  $R$ , מסה  $M$  וצפיפות אחידה, סביב ציר העובר במרכז הכדור.

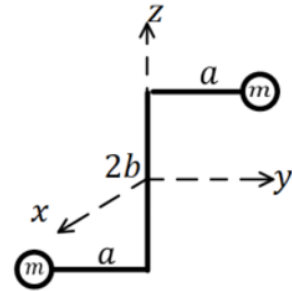




### מומנט התמד כמטריצה

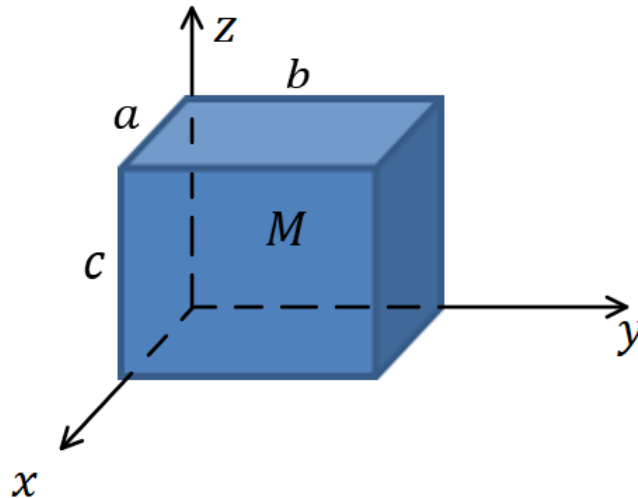
#### (13) דוגמה - מנואלה

שתי מסות נקודתיות זהות  $m$  מחוברות על ידי מוטות חסרי מסה כפי שנראה באיור. אורך המוט המרכזי הוא  $2b$  ואורך כל מוט המחובר לכדור הוא  $a$ . א. מצא את כל מטריצת טנזור ההתמד של המערכת. ב. מצא את התנע הזוויתי של המערכת ברגע המתואר באיור אם המהירות הזוויתית היא  $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$



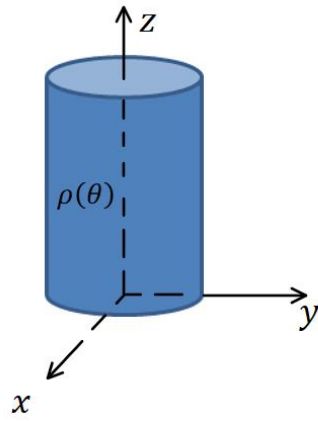
#### (14) דוגמה - טנזור ההתמד של קובייה

חשב את טנזור ההתמד של קובייה בעלת מסה  $M$  המפולגת באופן אחיד. ראשית הצירים נמצאת בפינת הקובייה, צלעות הקובייה מקבילים לצירים ואורכיהם  $a, b, c$  ראה איור.



#### (15) תרגיל-גליל עם צפיפות התלויה בזווית

לגליל בעל רדיוס  $R$  וגובה  $H$  יש צפיפות מסה התלויה בזווית  $\rho(\theta) = \rho_0(1 + \sin \theta)$  כאשר  $\theta$  היא הזווית ביחס לציר  $x$  בקואורדינטות גליליות. א. מהי המסה הכוללת של הגליל? ב. מצא את מיקום מרכז המסה של הגליל. ג. חשב את  $I_{zz}, I_{xz}, I_{yz}$ . ד. חשב את התנע הזוויתי של הגליל כאשר הוא מסתובב במהירות זוויתית  $\vec{\omega} = \omega \hat{z}$ . ה. מדוע יש הבדל בין התנע הזוויתי של הגליל בכיוונים  $x$  ו  $y$ ?



תשובות סופיות:

.N (1)

$$I = 2m \begin{pmatrix} a^2 + b^2 & 0 & 0 \\ 0 & b^2 & -ab \\ 0 & -ab & a^2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{L} = -2mab\omega \hat{y} + 2ma^2\omega \hat{z}$$

.N  
(2)

$$I = M \begin{pmatrix} \frac{b^2 + c^2}{3} & -\frac{ab}{4} & -\frac{ac}{4} \\ -\frac{ab}{4} & \frac{a^2 + c^2}{3} & -\frac{bc}{4} \\ -\frac{ac}{4} & -\frac{bc}{4} & \frac{a^2 + b^2}{3} \end{pmatrix}$$

.N (3)

$$M = \rho_0 \pi R^2 H$$

$$z_{c.m} = \frac{H}{2}$$

$$x_{c.m} = 0$$

$$y_{c.m} = \frac{R}{3}$$

$$I_{zz} = \frac{\pi R^4 H \rho_0}{2}$$

$$I_{xz} = 0$$

$$I_{yz} = - \frac{\pi R^3 H^2 \rho_0}{6}$$

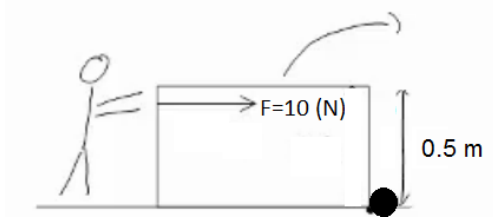
$$\boxed{L_x = 0} \quad \boxed{L_y = - \frac{\pi R^3 H^2 \rho_0}{6} \omega} \quad \boxed{L_z = \frac{\pi R^4 H \rho_0}{2} \omega}$$

ה. מכיוון שאנו מחשבים את התנ"ז רק ברגע מסוים והתפלגות המסה אינה סימטרית בין x ל y אז יש הבדל בין התנ"ז של כל ציר . בממוצע של זמן מחזור שלם התנ"ז יהיה זהה לכל ציר.

## פרק 15 - מומנט כוח

### מרחק אפקטיבי

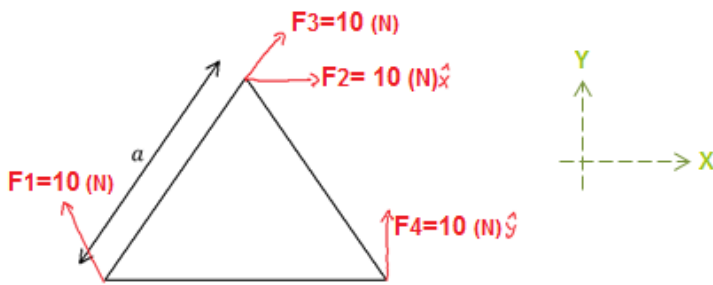
אדם דוחף ארגז בגובה 0.5 m ומפעיל כוח  $F$  (ראה תמונה). לארגז אין חיכוך עם המשטח. האדם דוחף את הארגז ללא כל בעיה עד שנתקע באבן והארגז מתהפך (מיקום האבן הופך לציר הסיבוב). חשב את מומנט הכוח.



### מומנטים על משולש

המשולש בתמונה הוא משולש שווה צלעות עם אורך צלע נתונה a.

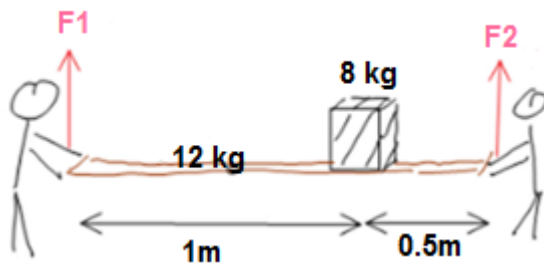
- (א) חשב את המומנטים של הכוחות בתמונה סביב הפינה השמאלית של המשולש.  
 (ב) נתונה המסה של המשולש  $M$  ונתון גם כי מרכז המסה של המשולש נמצא בנק'  $(\frac{1}{2}a, \frac{1}{2\sqrt{3}}a)$ .  
 חשב את מומנט הכוח של כוח הכובד.



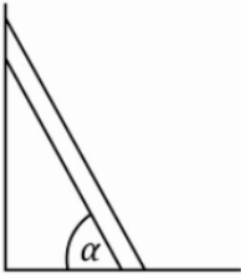
### שני פועלים מחזירים מנשא

שני פועלים מחזיקים מנשא מעץ שמסתו 12 kg ואורכו 1.5 m. על המנשא, במרחק של 0.5 m מהפועל השמאלי, מונח ארגז בעל מסה של 8 kg.

בהנחה כי המערכת במנוחה, מצא את הכוח שמפעיל כל פועל.



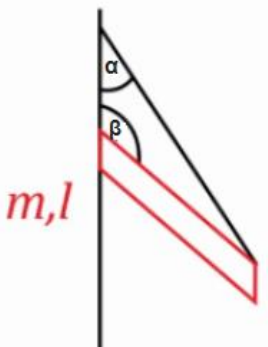
## תרגילים מסכמים



### סולם על קיר

סולם בעל מסה  $m$  ואורך  $l$  מונח על גבי קיר חלק ורצפה לא חלקה.

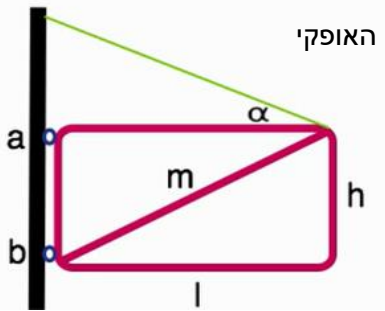
שרטט את הכוחות על הסולם.



### גגון מוחזק אל קיר

גגון מוחזק אל קיר בעזרת חבל וחיכוך כמתואר בשרטוט.

מצא את הכוחות הפועלים על הגגון.



### מומנטים על שער

שער שגובהו  $h$  ואורכו  $l$  מחובר לקיר בשני צירים  $a$  ו- $b$ .

על מנת להקל על הציר העליון חיברו לשער כבל ומתחו אותו עד אשר הכוח האופקי בנקודה  $a$  מתאפס.

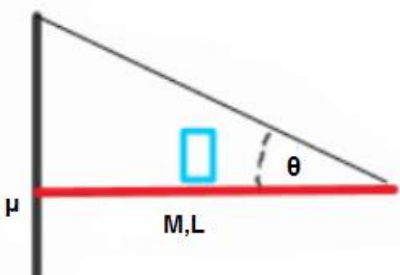
(א) מהי המתיחות בכבל?

(ב) מהו הכוח האופקי הפועל על הציר  $b$ ?

(ג) מהו סכום הכוחות האנכיים המופעלים על שני הצירים?

### מסה על גגון מחליק

מוט (אדום בציר) מוחזק באמצעות חוט הקשור לקצהו בצד אחד ולקיר בצידו השני. הזווית בין החוט למוט היא  $\theta$ . בצידו השני של המוט הוא נשען על קיר ונתון שמקדם החיכוך הסטטי בין המוט לקיר הוא  $\mu$ . מסת המוט ואורכו נתונים והם  $M, L$ . מהו המרחק המינימאלי מהקיר בו ניתן להניח על המוט קופסה (כחול בציר) בעלת מסה  $m$ , כך שהמערכת תשאר במנוחה?

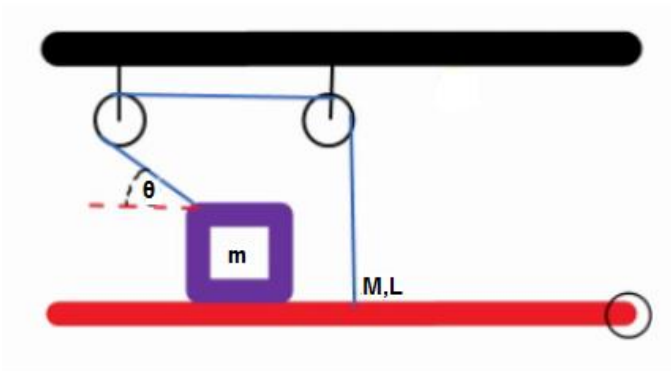


### קורה מסה וחוט

נתונה המערכת שבשרטוט.

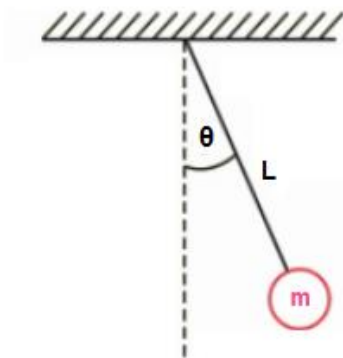
אורך הקורה  $L$ , המסה מרוחקת שליש  $L$  מצד שמאל החוט מחזיק את המסה ממרכזה.

רשום את כל הכוחות של המערכת שבשרטוט ומצא את מקדם החיכוך המינימלי בין המסה לקורה.



### מטוטלת מתמטית

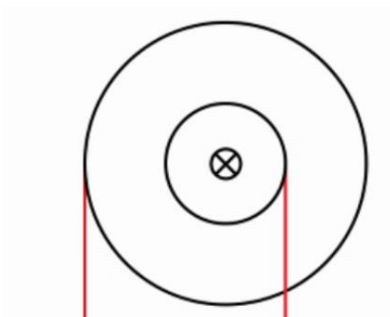
מצא את מומנט הכוח המופעל על מטוטלת מתמטית כפונקציה של הזווית מהאנך.



### מנוף מדיסקה כפולה

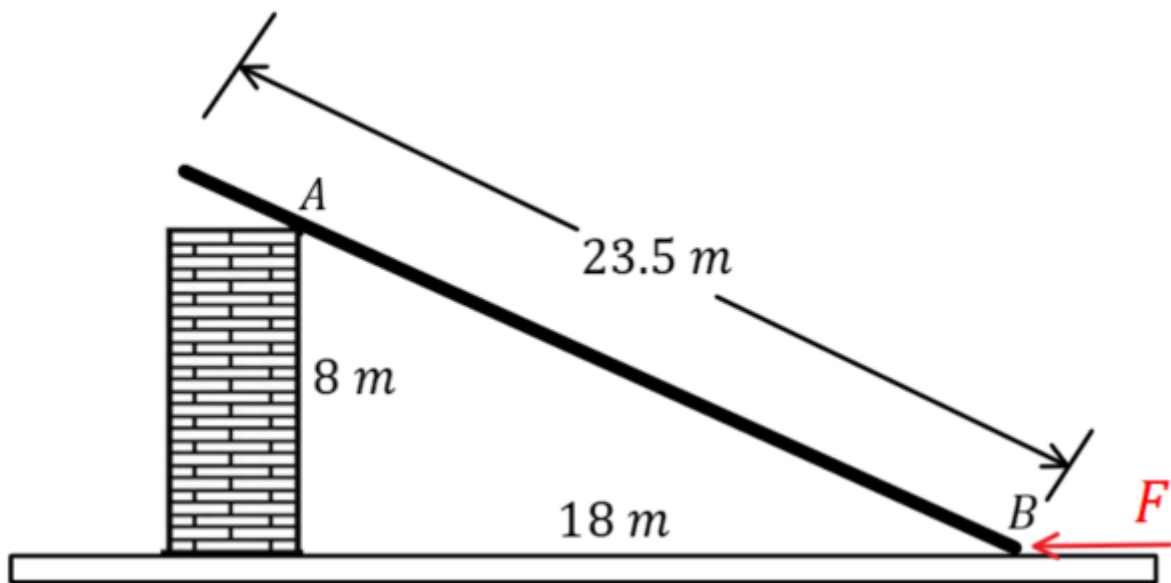
נתונה המערכת שבשרטוט.

רשום את כל הכוחות הפועלים על הדיסקה ומצא את יחס הרדיוסים בין שתי הדסקות.



### תרגיל-קורה על קיר אנכי

באיור לשאלה זו מתוארת קורה אחידה שאורכה הכולל הוא  $23.5\text{ m}$ . מסת הקורה היא  $140\text{ kg}$ . הקורה נשענת בנקודה  $A$  על קיר אנכי שגובהו  $8\text{ m}$ . קצה הקורה מונח על הרצפה בנקודה  $B$  במרחק  $18\text{ m}$  מהקיר ובקצה הזה פועל כוח אופקי  $F$ , כמתואר באיור. מקדם החיכוך הסטטי שבין הקורה הרצפה הוא  $\mu_s = 0.3$ . מהו  $F$  המקסימלי הניתן להפעיל כך שהקורה תישאר במנוחה?

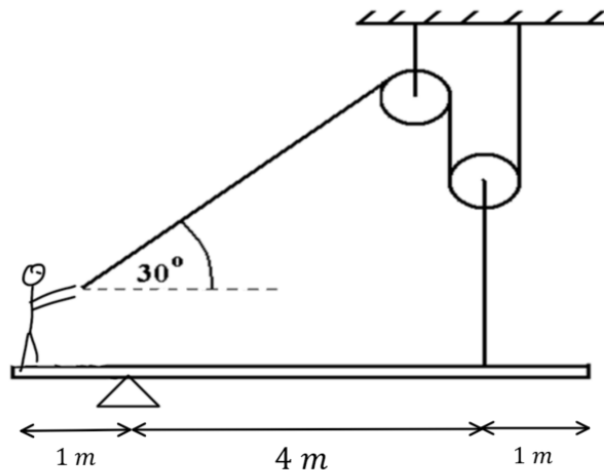


תשובה:  $F=521\text{ N}$

### תרגיל - אדם על קורה מחזיק בחוט ושני גלגלות

אדם שמסתו  $65\text{ kg}$  עומד בקצה קורה שמסתה  $40\text{ kg}$ . הקורה מונחת על ציר הנמצא במרחק  $1\text{ m}$  מהאדם. האורך הכולל של הקורה הוא  $6\text{ m}$  האדם מחזיק בחוט העובר דרך שתי גלגלות כפי שמתואר באיור. הגלגלת השמאלית מחוברת לתקרה, הגלגלת הימנית לקורה במרחק  $1\text{ m}$  מהקצה השני.

- מהו הכוח בו האדם צריך למשוך את החבל כדי לשמור על מצב של שווי משקל?
- מהם רכיבי הכוח שהציב מפעיל על הקורה?
- מהו מקדם החיכוך הסטטי המינימאלי בין האדם לקורה כדי שהאדם לא יחליק מהקורה?



תשובה:

↑ נעשה!

1)  $20N$

2)  $F_x = 10\sqrt{3}N$   $F_y = 1000N$

3)  $\mu_{smin} = 0.027$

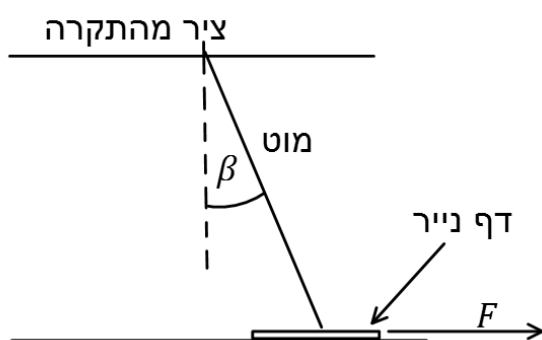
### תרגיל- מוט נעשן על דף נייר

מוט בעל אורך  $L$  ומסה  $M$  מחובר לתקרה באמצעות ציר. בקצהו השני המוט מונח על דף נייר המונח על הרצפה. מסת דף הנייר זניחה. הזווית בין המוט לאנך היא  $\beta$  ומקדם החיכוך הסטטי בין המוט לנייר ובין הנייר לרצפה הוא

$\mu_s$ .

א. מושכים את הנייר ימינה בכוח  $F$ . מהו הכוח המינימלי הדרוש בשביל להוציא את הנייר מתחת למוט? הנח שהמוט נשאר במנוחה.

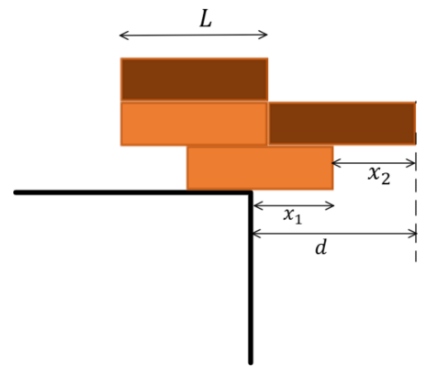
ב. חזור על סעיף א' אם הכוח פועל שמאלה.



### ערימת קוביות 1

ערימת קוביות מורכבת מ-4 קוביות זהות באורך  $L$ . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק  $d$  המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם  $x_1$  ו-  $x_2$  במצב זה?



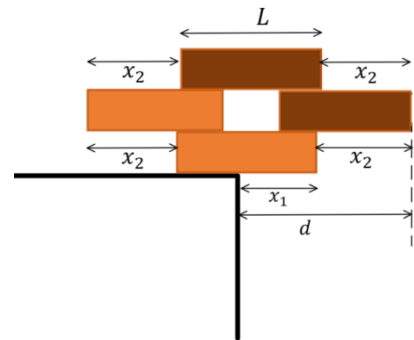


תשובות:

$$x_1 = \frac{5L}{8} \quad x_2 = \frac{L}{2} \quad d = \frac{9L}{8}$$

## ערימת קוביות 2

ערימת קוביות מורכבת מ 4 קוביות זהות באורך  $L$ . הקוביות מסודרות באופן שמתואר באיור. מהו המרחק  $d$  המקסימאלי האפשרי כך שהערימה לא תיפול מהשולחן. מהם  $x_1$  ו  $x_2$  במצב זה?



תשובות:

$$x_1 = \frac{L}{2} \quad x_2 = \frac{2L}{3} \quad d = \frac{7L}{6}$$

## פרק 16 - תנע זוויתי

### נוסחאות וחוקי שימור

#### תנ"ז בזריקה משופעת

- אבן נזרקת בזריקה משופעת במהירות  $v_0$  ובזווית  $\alpha$ , כוח הכובד פועל על האבן  $\vec{F} = -mg\hat{y}$ .
- א. מהו התנ"ז של האבן ביחס לנקודת המוצא כתלות בזמן?  
ב. מהו מומנט הכוח של כוח הכובד?  
ג. הראה כי השינוי של התנ"ז בזמן שווה למומנט הכוח של כוח הכובד.

תשובות

$$1) -\frac{1}{2}gt^2 v_0 m \cos\alpha \hat{z}$$

$$2) -mg v_0 \cos\alpha \cdot t \hat{z}$$

#### גוף מסתובב על שולחן ונמשך למרכז

מסה  $m_1$  מחוברת לחוט המחובר למרכז שולחן. המסה נעה במסלול מעגלי ברדיוס קבוע  $r_1$  ובמהירות רבועה  $v_0$ . ברגע מסוים מושכים את המסה למרכז המעגל (מקצרים את אורך החוט) ומפסיקים כאשר אורך החוט שווה  $r_2$  והמסה מסתובבת שוב בתנועה מעגלית קבועה. רגע לאחר מכן מניחים מסה נוספת  $m_2$  במסלול של  $m_1$  והמסות מתנגשות התנגשות פלסטית. מצא את מהירות המסות לאחר ההתנגשות.

#### שתי מחליקות על הקרח

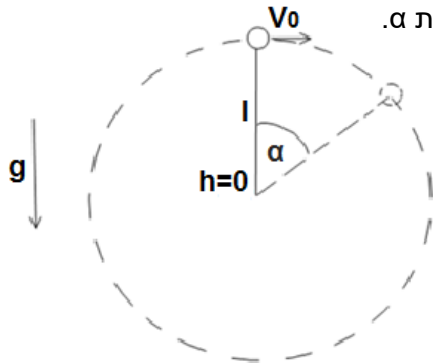
- שתי מחליקות תאומות בעלות מסה  $m$  מחליקות בכיוונים מנוגדים ובמהירות  $v_0$ . המחליקות נעות על קווים ישרים והמרחק בין הקווים הוא  $d$ . באמצע ביניהם שמים חבל. כאשר הם מגיעות לחבל שתיהן תופסות את החבל ומתחילות להסתובב סביב המרכז ביניהן.
- א. מה המהירות הזוויתית שהן מסתובבות?  
ב. כעת המחליקות מושכות את החבל ומתקרבות זו לזו עד אשר המרחק ביניהן הוא  $\frac{d}{2}$ . מצא את המהירות הזוויתית החדשה של המחליקות.



### כדור מסתובב אנכית

כדור בעל מסה  $m$  מחובר לחוט בעל אורך  $l$  ומסתובב במעגל אנכי. נתון כי מהירות הכדור בשיא הגובה היא  $v_0$ .

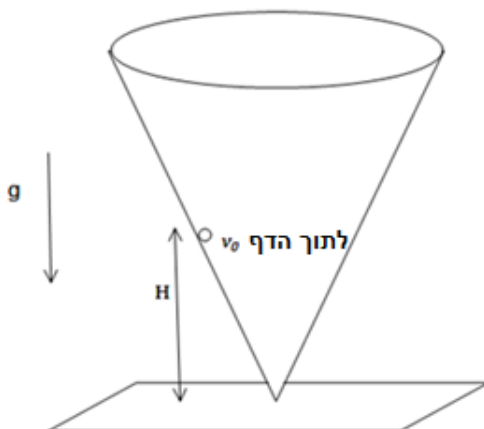
- (א) מצא את מומנט הכוח הפועל על הכדור כפונקציה של הזווית  $\alpha$ .  
 (ב) מצא את התנע הזוויתי של הכדור כפונקציה של הזווית  $\alpha$ .



### כדור בתוך חרוט

כדור קטן נע בתוך חרוט המחובר הפוך למשטח. נתון כי מהירות הכדור ההתחלתית היא  $v_0$  בכיוון אופקי ומשיק לדופן החרוט. גובה ההתחלתי  $H$ .

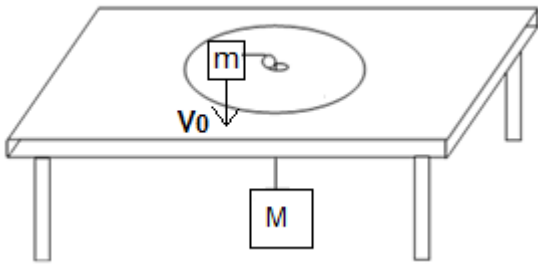
מצא את הגובה המקסימאלי אליו יגיע הכדור (החרוט אינו זז). הנחיות: מספיק להגיע למשוואה ממעלה שלישית על  $h$  אין צורך לפתור אותה.



**כדור מסתובב מחובר למסה תלויה**

מסה  $m$  נעה על שולחן חסר חיכוך ומחובר באמצעות חוט העובר דרך מרכז השולחן למסה  $M$  התלויה באוויר. אורך החוט הוא  $L$ . נתון כי ב  $t=0$  המסה  $M$  נמצאת במנוחה והמסה  $m$  נמצאת במרחק  $R$  ממרכז הלוח, במהירות התחלתית  $v_0$ , בכיוון מאונך לרדיוס.

רשום את משוואת שימור האנרגיה והתנע הזוויתי ומצא משוואה דיפרנציאלית התלויה רק בגודל  $z$ , מרחק המסה  $m$  ממרכז השולחן.



**תנע זוויתי לא תלוי בנקודת ייחוס**

הוכיחו כי אם התנע הקווי של קבוצת גופים מתאפס אז התנע הזוויתי שלהם לא תלוי בנקודת הייחוס.

**מומנט הכוח לא תלוי בנקודת הייחוס**

הוכיחו כי אם הכוח השקול על קבוצת גופים מתאפס אז מומנט הכוח על קבוצת הגופים אינו תלוי בנקודת הייחוס

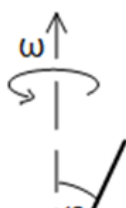
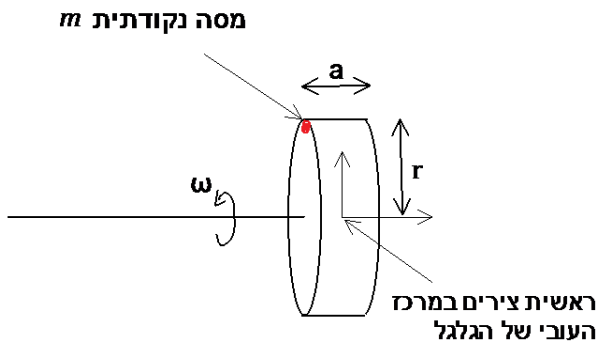
**תרגילים בפרסציה**

**נקודה על גלגל**

נתון גלגל בעל רדיוס  $r$  המסתובב במהירות זוויתית  $\omega$  קבועה. לגלגל עובי  $a$  וראשית הצירים נמצאת במרכז העובי של הגלגל. אל הקצה העליון של הגלגל מחוברת מסה נקודתית  $m$  (ראה ציור) המסתובבת ביחד עם הגלגל.

(א) הראה כי התנע הזוויתי של המסה תלוי בזמן.

(ב) הראה כי שינוי התנע הזוויתי ניתן ע"י מומנט הכוח של הכוח הצנטריפטלי.



**מוט מסתובב בזווית עם הציר האנכי**  
מוט בעל אורך  $l$  ומסה  $M$  מונח בזווית  $\varphi$  ביחס לציר ה  $z$ .  
המוט מסתובב סביב ציר ה  $z$  במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ .

מצא את מומנט הכוח שפועל על המוט.



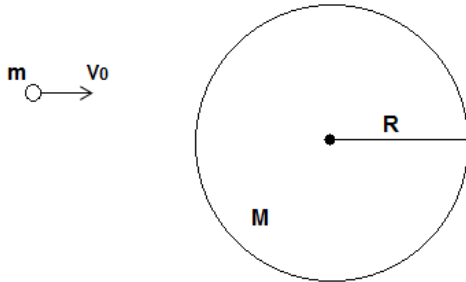
## פרק 17 - גוף קשיח

### תנע זוויתי של גוף קשיח

#### כדור מתנגש בדיסקה

דסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$  מחוברת באמצעות ציר העובר במרכזה לשולחן אופקי חסר חיכוך. כדור פלסטלינה בעל מסה  $m$  נע במהירות  $v_0$  לעבר הדסקה. הכדור פוגע בדסקה משמאלה, ובמרחק  $d$  ממרכזה. הכדור נדבק לדסקה ושניהם מתחילים להסתובב יחדיו (סביב הציר במרכז הדסקה). הדסקה נמצאת במנוחה לפני הפגיעה וכוח הכובד אינו משפיע על הגופים (המערכת אופקית).

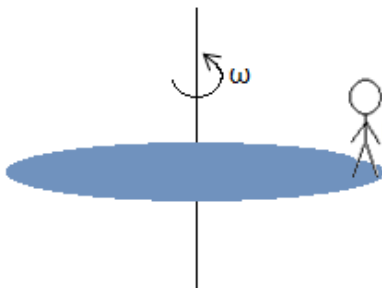
מצא את המהירות הזוויתית בה יסתובבו הגופים לאחר הפגיעה.



#### אדם קופץ מדיסקה

נתונה דסקה בעלת רדיוס  $R$  המסתובבת סביב מרכזה במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . בקצה הדסקה עומד איש נקודתי ומסתובב ביחד עם הדסקה. ברגע מסוים האיש קופץ מהדסקה ונתון כי מהירותו מיד לאחר הקפיצה היא  $v_0$  בכיוון הראדיאלי, ביחס לקרקע.

מצא את המהירות הזוויתית של הדסקה לאחר הקפיצה אם נתונים מסת האיש  $m$  ומסת הדסקה  $M$ .

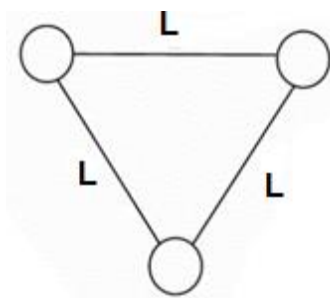


#### שלושה כדורים - תנע זוויתי

שלושה כדורים זהים בעלי מסה  $m$  נמצאים בפינותיו של משולש שווה צלעות. הכדורים מחוברים באמצעות שלושה מוטות חסרי מסה ואורך  $L$  (צלעות המשולש).

(א) חשב את מיקום מרכז המסה של המערכת.

כעת, נתון כי הגוף מסתובב במהירות זוויתית  $\omega$  נתונה, סביב מרכז המסה שלו. ברגע מסוים, כאשר הגוף נמצא במצב המתואר בצירוף, הכדור התחתון ניתק מהגוף.

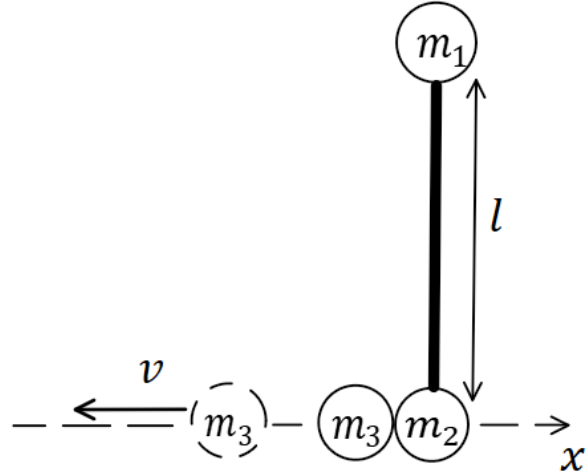


- (ב) מצא את מהירות הכדור שניתק לאחר הניתוק.
- (ג) מצא את מהירות מרכז המסה של החלק הנותר.
- (ד) מצא את המהירות הזוויתית של החלק הנותר סביב מרכז המסה שלו.

**מסה נפרדת ממוט עם שני מסות**

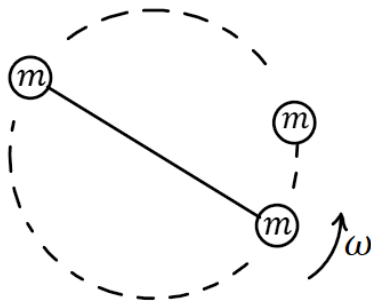
שלוש מסות  $m_3, m_2, m_1$  נתונות ומחוברות לקצה של מוט באורך  $l$ . המסות  $m_3, m_2$  מחוברות בקצה התחתון באיור והמסה  $m_1$  בקצה העליון. המוט נמצא על שולחן חסר חיכוך (באיור המבט מלמעלה) ובמנוחה. ברגע מסוים יש פיצוץ בין המסות  $m_3, m_2$  והמסה  $m_3$  מתנתקת מהמוט וממשיכה במהירות  $v$  נתונה (ביחס לשולחן) ובמאונך למוט. המסה  $m_2$  נשארת מחוברת למוט. נתון כי  $m_3 = M$ ,  $m_2, m_1 = 3M$

- א. מצא את מהירות מרכז המסה של המוט (עם המסות המחוברות).
- ב. מצא את המהירות הזוויתית של המוט סביב מרכז המסה שלו.

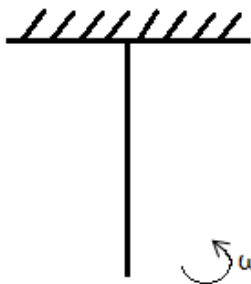


**תרגיל- שתי מסות מחוברות מסתובבות ומתנגשות בשלישית**

שתי מסות זהות  $m$  מחוברות במוט חסר מסה באורך  $d$  ומסתובבות סביב מרכז המסה שלהן במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . אחת המסות מתנגשת התנגשות פלסטית במסה זהה נוספת הנמצאת במנוחה. מצא את מהירות מרכז המסה של שלושת המסות המחוברות לאחר ההתנגשות ואת המהירות הזוויתית שלהן סביב מרכז המסה של שלושתן.



**אנרגיה סיבובית של גוף קשיח**



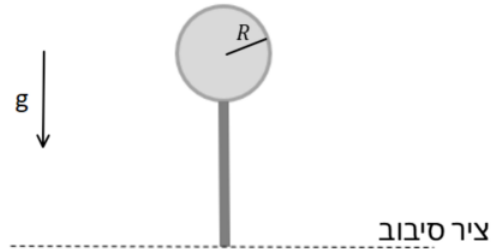
**מוט מסתובב**

מוט באורך  $L$  ומסה  $M$  מחובר לתקרה באמצעות ציר ויכול להסתובב. למוט מהירות זוויתית התחלתית  $\omega$ .

מהי הזווית המקסימאלית אליה יגיע המוט?

**תרגיל-דיסקה מחוברת למוט נופלת ממצב אנכי**

גוף קשיח מורכב ממוט בעל אורך  $L$  ומסה  $M$  המחובר בקצה אחד לדיסקה מלאה בעלת מסה  $m$  המפולגת באופן אחיד ורדיוס  $R$ . בקצה השני, המוט מחובר לציר אופקי. המוט חופשי להסתובב סביב הציר (כלומר הגוף יכול לעשות סיבוב אנכי סביב הציר). (הגוף מתחיל מהמצב המתואר באיור) מצב אנכי לא יציב) ומקבל דחיפה קטנה לתוך הדף. מה תהיה המהירות הזוויתית של הגוף כאשר יגיע לנקודה הנמוכה ביותר?

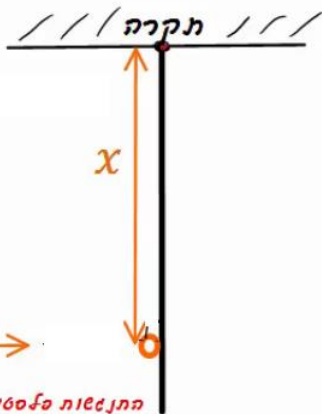


**תשובות:**

$$\omega = \sqrt{\frac{2MgL + 2mg(L+R)}{\frac{ML^2}{3} + \frac{1}{4}mR^2 + m(L+R)^2}}$$

**כדור פוגע במוט שתלוי מהתקרה**

כדור בעל מסה  $m$  פוגע במוט שתלוי מהתקרה במרחק  $X$  מציר הסיבוב של המוט. המוט בעל אורך  $L$  בעל מסה  $M$ . מהירותו ההתחלתית של הכדור היא  $u_0$  והוא מתנגש פלסטית עם המוט.



- (א) מהי המהירות הזוויתית של המערכת מיד לאחר ההתנגשות?
- (ב) מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט?
- (ג) מצא  $X$  כך שהכוח שמפעילה התקרה על המוט יתאפס

**תרגיל- מסה מתנגשת בשתי מסות המחוברות במוט**

שני גופים נקודתיים בעלי מסה  $M$  כל אחד מחוברים בשני קצותיו של מוט דק חסר מסה באורך  $l$ . המערכת נמצאת במנוחה על גבי משטח אופקי חלק לאורך ציר  $y$ . כדור נוסף שמסתו  $m$  פוגע במוט במאונך למוט ובמרחק  $d$  ממרכז המוט. מהירות הכדור הנוסף היא  $v$  וההתנגשות עם המוט היא אלסטית. מה צריכה להיות גודלה של  $m$  כך שהכדור הנוסף יישאר במנוחה לאחר ההתנגשות.

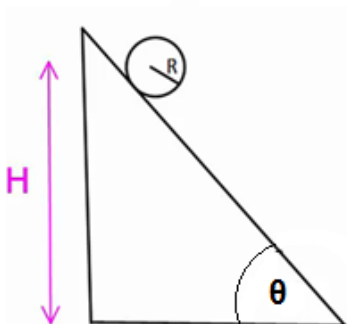


## ניתוח לפי כוחות, מומנטים וגלגול ללא החלקה

### כדור על מדרון משופע

כדור בעל רדיוס  $R$  מונח בגובה  $H$  על מדרון משופע בעל זווית  $\theta$ . הכדור מתחיל להתגלגל ללא החלקה.

- (א) מצא את מהירות הכדור בתחתית המדרון.
- (ב) מצא את תאוצת הכדור.

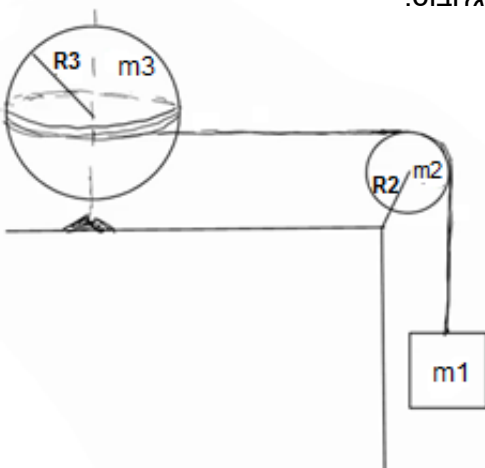


### גלובוס

גלובוס (כדור) מונח ומקובע לשולחן ויכול להסתובב סביב ציר המאונך לשולחן.

מלפפים חוט סביב מרכז הגלובוס (סביב קו המשווה) והחוט ממשיך מהגלובוס דרך גלגלת לא אידיאלית למסה תלוי  $m_1$ .

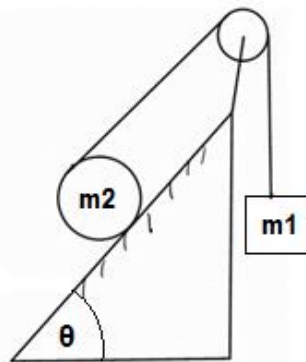
נתונים גם:  $R_2$  ו  $m_2$  מסה ורדיוס הגלגלת,  $R_3$  ו  $m_3$  מסה ורדיוס הגלובוס. המערכת מתחילה ממנוחה.



מצא את תאוצת כל הגופים, קווית וזוויתית ואת המתיחות בחוט.

### יויו במישור משופע מחובר למסה

יויו (כדור שמלופף סביבו חוט) בעל מסה  $m_2$  ורדיוס  $R$  מונח על מישור משופע בעל זווית  $\theta$ . החוט של היויו מחובר דרך גלגלת אידיאלית למסה  $m_1$ . נתון כי היויו מתגלגל ללא החלקה על המישור וכי קיים חיכוך בין היויו למישור.



(א) מצא את כיוון התנועה של המערכת וכיוון החיכוך הסטטי.  
(ב) מצא את תאוצת הגופים וגודל כוח החיכוך.

### מוט אופקי נופל

מוט בעל מסה  $M$  (צפיפות אחידה) ואורך  $L$  תלוי בקצהו לקיר וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה. משחררים את המוט ממצב אופקי.

(א) מצא את התאוצה הזוויתית ואת תאוצת מרכז המסה של המוט ברגע השחרור.  
(ב) מצא את הכוח שמפעיל הציר שמחבר את המוט לקיר על המוט, ברגע השחרור.

כעת המוט נופל עד להגיעו למצב מאונך לקרקע.

(ג) מצא את המהירות הזוויתית של המוט ברגע זה (כשהוא מאונך לקרקע).

(ד) חזור על סעיפים א' ו ב' עבור רגע זה.



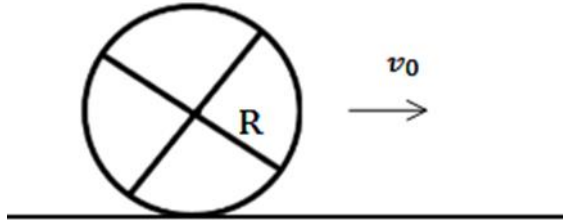


## גלגול עם החלקה

### כדור מחליק ללא סיבוב

כדור הומוגני בעל מסה  $M$  מתחיל תנועתו עם מהירות  $v_0$  ללא סיבוב (מהירות זוויתית).

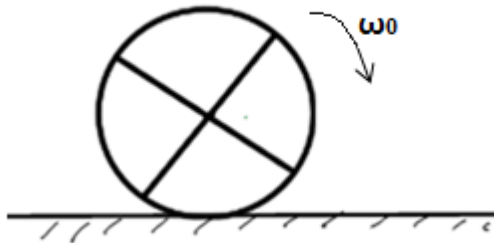
מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי.



### כדור מסתובב מונח על הרצפה

כדור הומוגני בעל מסה  $M$  מוחזק באוויר ומסתובב סביב מרכז המסה שלו במהירות זוויתית  $\omega_0$ . הכדור מונח על הרצפה בעודו מסתובב.

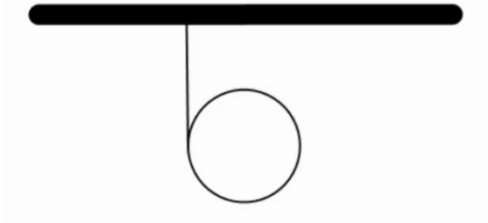
מצא את מהירותו הסופית אם נתון מקדם החיכוך הקינטי  $\mu_k$ .



## תרגילים מסכמים

### חישוק מתגלגל מחבל

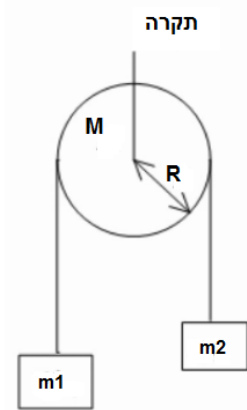
חבל מלופף סביב חישוק בעל רדיוס  $R$  ומסה  $m$ . (החבל מחובר לתקרה)



- (א) מהי תאוצת מרכז המסה של החישוק?  
 (ב) לאחר כמה זמן ירד החישוק לגובה של  $h$ ?

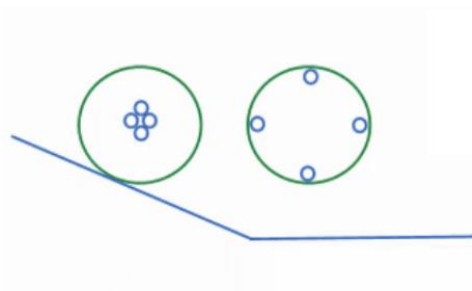
### מסות וגלגלת

שתי מסות שונות  $m_1$   $m_2$ , תלויות משני הצדדים של גלגלת לא אידיאלית המקובעת במרכזה. המסות משוחררות ממנוחה והחוט אינו מחליק על הגלגלת. מצא את תאוצת המסות אם בנוסף למסות נתונה גם מסת הגלגלת  $M$  ורדיוס הגלגלת  $R$ .



### שתי דיסקות שונות במדרון

בגן המדע שבמכון ויצמן יש שתי דיסקות קלות אליהן מודבקות 4 מסות כבדות כמתאור בשרטוט. את הדיסקות מניחים על שני מדרונים ובודקים מי תנוע בהגיעה למישור מהר יותר.



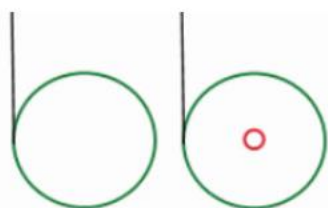
הסבר כיצד ניתן לחשב מהירות זו על פי נתוני המערכת.

### שני חישוקים מתגלגלים מחבל

חישוק בעל מסה  $m$  ורדיוס  $R$  תלוי מחבל המלופף סביבו.

- (א) מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה  $h$ ? מה תהיה תאוצתו? כמה זמן תארך הנפילה?

חישוק אחר חסר מסה בעל רדיוס  $R$  מכיל מסה נקודתית במרכזו בעלת מסה  $m$ .

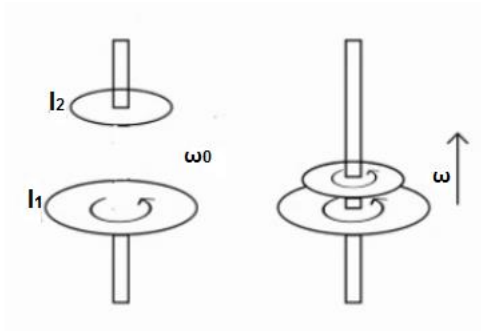


- (ב) מה תהיה מהירותו לאחר שנפל מגובה  $h$ ?  
 (ג) מה תהיה מהירותו אם החבל יהיה ללא חיכוך?

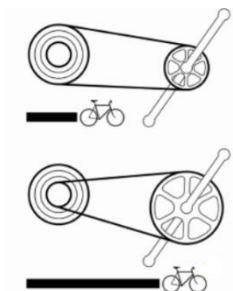
### מצמד

בכלי עבודה רבים קיים מנגנון הקרוי מצמד (קלאץ'). תפקיד המצמד הוא להעביר את הכוח המניע אל החלק המונע בצורה הדרגתית (למשל להעביר את כוח המנוע ברכב אל הגלגלים מבלי לגרום לתנועה פתאומית בגלגלים). המצמד מופעל ע"י הצמדת דיסקה מסתובבת אל דיסקה נייחת והעברת אנרגיה מזו לזו בעזרת כוח החיכוך.

לפנייך מצמד הבנוי משתי דיסקות בעלות מומנט התמד שונה. הדיסקה התחתונה מסתובבת במהירות התחלתית נתונה. בשלב מסוים הדיסקה העליונה מונחת על הדיסקה התחתונה ובעזרת כוח המשיכה וכוח החיכוך מתחילה לנוע בעצמה עד ששתי הדיסקות ינועו ביחד.



- (א) מצא את המהירות הסופית של הדיסקות.  
 (ב) כמה אנרגיה אבדה בתהליך זה?



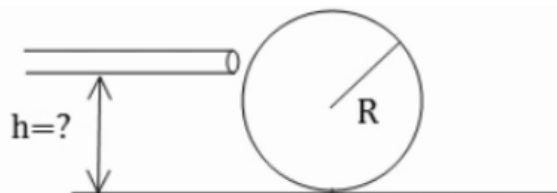
### הילוכי אופניים

מצא את יחס התאוצות בהילוכי אופניים.

### מכה בכדור ללא החלקה

כדור סנוקר ברדיוס  $R$  נמצא במנוח על שולחן ללא חיכוך (חיכוך נמוך מאוד).

מצא באיזה גובה מעל תחתית הכדור יש לתת מכה אופקית עם המקל כך שהכדור יתגלגל ללא החלקה. ממונט ההתמד של הכדור הוא:  $I_{c.m} = \frac{2}{5}mR^2$ .  
 הדרכה: ערוך תרשים כוחות ונתח את הבעיה בשלב המכה עצמה.



**חוט מושך דיסקה ללא החלקה – תרגיל פשוט**

חוט מלוכף מסביב לגליל המונח על מישור שאינו חלק. רדיוס הגליל הוא  $R$  ומסתו  $M$ . כוח  $F$  נתון מושך את הגליל.

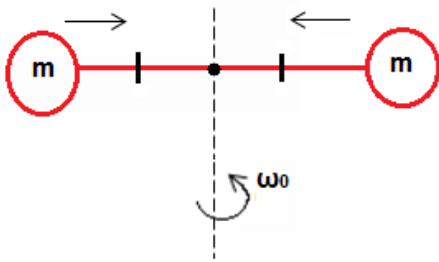
מצא את תאוצת הגליל במקרים הבאים אם ידוע שהגליל מתגלגל ללא החלקה:

- (א) הכוח פועל בכיוון אופקי
- (ב) הכוח פועל בזווית  $\theta$  ביחס לאופק וידוע שהגליל אינו מתרומם.
- (ג) מה כיוון החיכוך בכל מקרה.



**מחליקה על קרח סוגרת ידיים**

מחליקה על הקרח מסתובבת במהירות  $\omega_0$ . המחליקה בעלת מסה  $m$  זניחה אך היא מחזיקה מסה  $m$  בכל יד. הידיים פרוסות לצדדים ואורך כל יד  $L$ . לפתע המחליקה סוגרת את ידיה לחצי מאורכן המקורי.

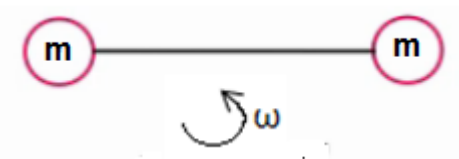


- (א) מה תהיה מהירות הסיבוב החדש?
- (ב) כמה אנרגיה הושקעה בתהליך?

**מחליקות על קרח – תרגיל פשוט**

שתי מחליקות על הקרח בעלות מסה  $m$  אוחזות בחבל בעך אורך  $l$ . הן מסתובבות סביב מרכז המסה של המערכת במהירות זוויתית נתונה.

- (א) מצא את המתוחות בחבל.



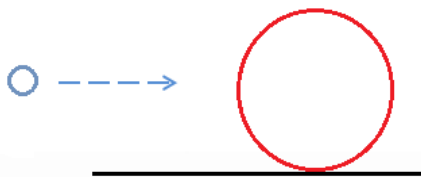
בשלב מסוים המחליקות מושכות את עצמן בעזרת החבל ומתקרבות אחת לשניה עד לחצי מהמרחק המקורי.

- (ב) מה האנרגיה שהשקיעו המחליקות?
- (ג) מה המתוחות בחבל כעת?

**גלגול עם החלקה**

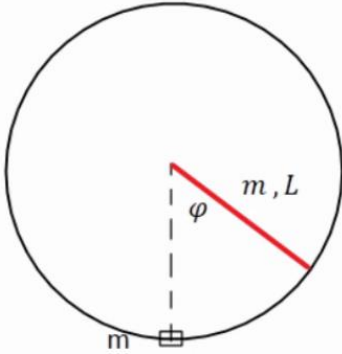
אל עבר דיסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$  נורה קליע בעל מסה  $m$  במהירות  $v$ . הדיסקה מונחת על מישור בעל מקדם חיכוך נתון.

מצא כמה זמן תימשך ההחלקה.



**מוט משוחרר בזווית פוגע במסה**

מוט המחובר לציר משוחרר ממנוחה מזווית נתונה. כשהמוט מגיע לנקודה הנמוכה ביותר הוא פוגע במסה ודוחף אותה במהירות לא ידועה לעבר מסילה מעגלית. נתון כי הקצה התחתון של המוט נע מיד לאחר ההתנגשות במהירות משיקית  $u$ .



- (א) מהי הזווית המקסימלית אליה יגיע המוט לאחר הפגיעה?
- (ב) מהי מהירות המסה מיד לאחר הפגיעה?
- (ג) מהו הכוח אותו מפעילה המסילה על המסה מיד לאחר ההתנגשות?

**עפרון נופל**

עפרון ניצב אנכית על משטח. ברגע מסוים הוא מתחיל ליפול ימינה. כאשר הזווית בינו לבין האנך למשטח מגיעה ל  $\theta_1$  העיפרון מתחיל להחליק.



- (א) עבור זווית  $\theta$  שבהן עדיין אין החלקה  $\theta < \theta_1$ .
  - מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון,  $\omega$ .
  - מצאו את המהירות הזוויתית של העיפרון -  $\alpha$ .
  - מצאו את התאוצה הזוויתית של מרכז המסה של העיפרון.
  - מצאו את גודלו וכיוונו של כוח החיכוך.
  - מצאו את הכוח הנורמלי.

(ב) מצאו את מקדם החיכוך הסטטי  $\mu_s$ .

**מוט מכופף וממוסמר**

מוט בעל אורך וצפיפות אחידה כמתואר בציור. המוט ממוסמר לקיר ויכול להסתובב סביב המסמר.

- (א) מהו מרכז המסה של המוט?
- (ב) מהו מומנט ההתמד של המוט סביב ציר הסיבוב שלו?
- (ג) מהי מהירות הסיבוב כפונקציה של זווית הנפילה?
- (ד) מהי מהירות מרכז המסה כפונקציה של זווית הנפילה?
- (ה) מהן תאוצות מרכז המסה (רדיאלי ומשיקי) במצב מאוזן ובמצב מאונך?



**צמד לוליינים בטרפז**

בקרקס ישנו מכשיר הקרוי טרפז. על הטרפז נתלה לולייין המחזיק בידיו לולייין אחר. נתון כי צמד הלוליינים התחילו את תנועתם במצב מאוזן וניתקו ידיהם במצב מאונך. הניחו כי אורך כל לולייין ומסתו  $m$ . לאחר הניתוק הלולייין המנותק סוגר את גופו לחצי מאורכו.

- (א) מהי המהירות הזוויתית ברגע הניתוק?
- (ב) מהי המהירות הזוויתית של הלולייין המנותק מיד לאחר הניתוק ולפני שסגר את גופו?
- (ג) מהי המהירות הזוויתית לאחר שסגר את גופו?





### מוט מתגלש – מציאת מהירות

מוט בעל מסה  $m$  ואורך  $l$  מונח על רצפה וקיר חלקים בזווית נתונה. מיד לאחר שהניחו את המוט, המוט מתחיל להחליק עד הפגיעה ברצפה.



מצא את מהירות מרכז המסה של המוט בזמן פגיעתו ברצפה.

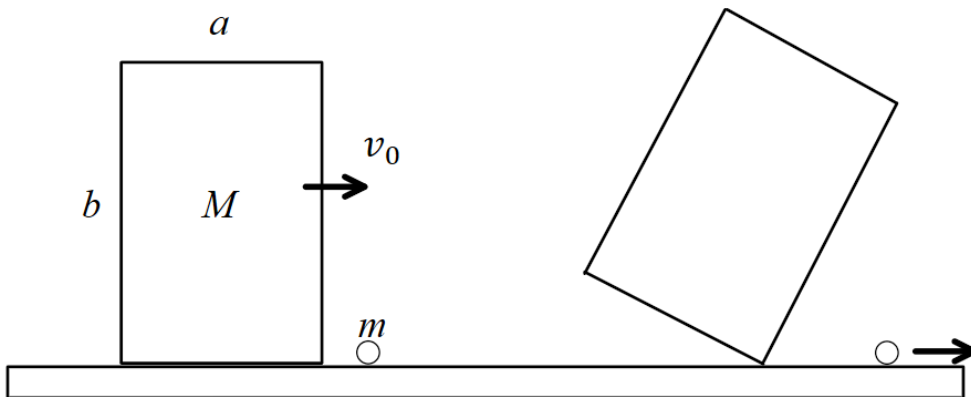
### תיבה מתנגשת באבן

תיבה דו ממדית בגודל  $a \times b$  ומסה  $M$  נעה על משטח אופקי חלק במהירות  $v_0$ . ברגע מסוים התיבה מתנגשת התנגשות אלסטית באבן עם מסה  $m$  הנמצאת במנוחה על המשטח. כתוצאה מההתנגשות התיבה ממשיכה בתנועה ימינה אך גם מתחילה להסתובב. ניתן להניח שהפינה הימנית תחתונה של התיבה כל הזמן נוגעת בקרקע.

- א. מה התנאי על  $v_0$  כך שהתיבה לא תתהפך? (צריך להגיע ל-5 משוואות עם 5 נעלמים, האלגברה מאוד ארוכה מסובכת ומיותרת, מומלץ לדלג עליה ורק לוודא שהגעתם למשוואות הנכונות מהסרטון ולקחת את הפתרון שלהן משם)
- ב. מה קורה לתנאי של סעיף א אם  $a \ll b$

לפני ההתנגשות

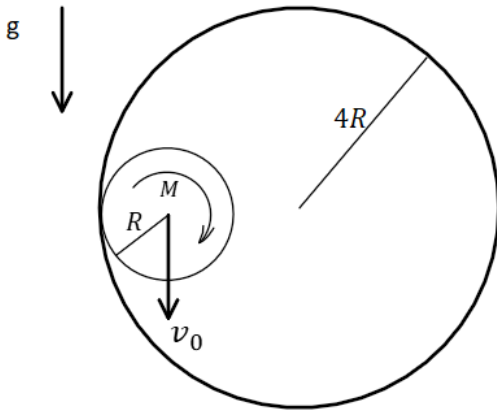
אחרי



### תרגיל- גליל בתוך גליל מקובע

גליל מלא ברדיוס  $R$  ומסה  $M$  המפולגת אחידה מתגלגל ללא החלקה בתוך גליל גדול ודק שרדיוסו  $4R$ . הגליל הגדול מקובע במקומו.

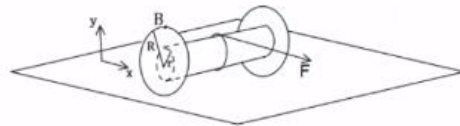
- א. נתון שמהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בגובה מרכז הגליל הגדול ובדרכו מטה היא  $v_0$ . מהו גודלו וכיוונו של כוח החיכוך הפועל על הגליל בנקודה זו? ומהו התנאי על  $v_0$  כך שיתאפשר לגלול ללא החלקה אם מקדם החיכוך  $\mu_s$  נתון?
- ב. מהי מהירות מרכז המסה של הגליל הקטן כאשר הוא בתחתית הגליל הגדול?
- ג. כאשר הגליל הקטן נמצא בתחתית הגדול, פוגע בו קליע נקודתי, גם הוא בעל מסה  $M$  הנע ישר כלפי מטה. הקליע נדבק לשפת הגליל בדיוק מעל מרכזו ונע עמו (זמן ההתנגשות קצר מאוד וניתן להזניח את השפעת החיכוך עם הגליל הגדול בהתנגשות). שים לב שלאחר הפגיעה הגלול כבר לא חייב להיות ללא החלקה. מצא את מהירות מרכז הגליל (לא מרכז המסה!) לאחר הפגיעה.



### יזיו מתגלגל (חוט מלמעלה)

יזיו מורכב מגליל ברדיוס  $r$  ומסה  $m$ , משתי צדי הגליל מחוברות דסקות ברדיוס  $R$  גדולה מ- $r$  ומסה  $M$  כל אחת. סביב הגליל ובמרכזו מלופף חוט. היזיו מונח על משטח לא חלק ומושכים את החוט בכוח  $F$  קבוע בכיוון ציר ה- $x$  נתון כי היזיו מתחיל את תנועות ממנוחה וכי הוא מתגלגל ללא החלקה (היזיו זז בציר ה- $x$ ). כמו כן כל אות בגוף השאלה נתונה.

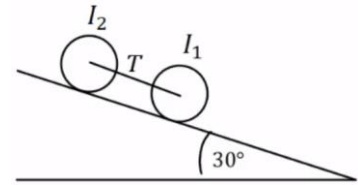
- מהו מומנט ההתמד של היזיו?
- מהי תאוצת מרכז המסה של היזיו?
- מהו מיקום היזיו כפונקציה של הזמן?
- הנקודה  $B$  נמצאת על קצה הגלגל ובדיוק מעל מרכזו ב- $t=0$ . מצא את מיקום הנקודה כתלות בזמן.



שאלה 3:

### שני גלילים מחוברים בחוט על מדרון משופע

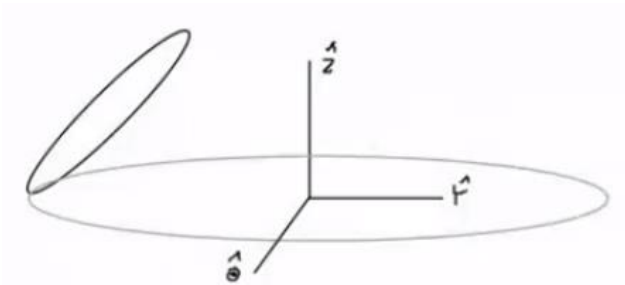
שני גלילים בעלי מסה  $m = 3\text{Kg}$  ורדיוס  $R = 20\text{cm}$  כל אחד, מחוברים בחוט אידיאלי ומתגלגלים יחד ללא החלקה במורד מדרון. זווית המדרון היא  $30^\circ$ . התפלגות המסה של הגלילים אינה אחידה ומומנטי ההתמד שלהם סביב מרכז המסה נתונים:  $I_1 = 50\text{Kg}\cdot\text{cm}^2$ ,  $I_2 = 90\text{Kg}\cdot\text{cm}^2$ . מהי המתיחות בחוט המחבר בין הגלילים?



**מטבע בזווית - פרסציה**

נתונה דיסקה המתגלגלת ללא החלקה במעגל ברדיוס  $R$  במהירות זוויתית  $W$ . נתון גם רדיוס הדיסקה.

מצא את זווית ההטיה של הדיסקה.

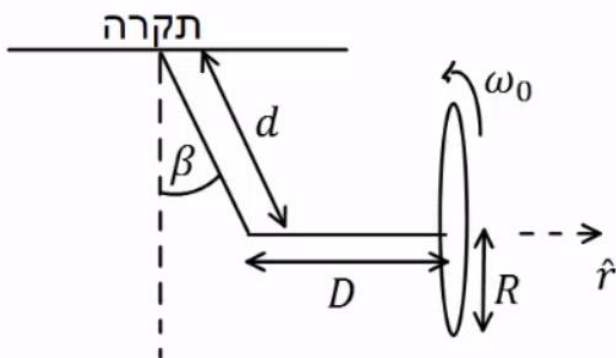


**תרגיל- דסקה קשורה בחוט עם זווית-הוספתי איור**

גלגל ברדיוס  $R$  ומסה  $m$  מחובר במרכזו לציר חסר מסה באורך  $D$ . הציר מחובר בקצהו השני לחוט באורך  $d$  הקשור לתקרה ויוצר זווית  $\beta$  עם האנך לתקרה. מסובבים את הגלגל סביב הציר הרדיאלי העובר במרכזו במהירות זוויתית קבועה  $\vec{\omega} = -\omega_0 \hat{r}$ .

א. לאן ינוע מרכז המסה של הגלגל ברגע הראשון?

ב. מצא את גודלה של הזווית  $\beta$ . הנח שהזווית קטנה וניתן להשתמש בקירוב של זוויות קטנות  $\sin \beta \approx \beta, \cos \beta \approx 1$ . התייחס לגלגל כחישוק.

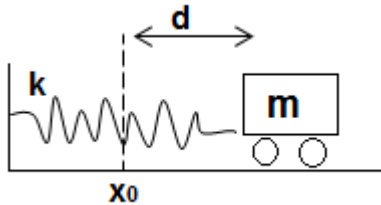


## פרק 18 - תנועה הרמונית

### תנועה הרמונית פשוטה

#### מסה מתנגשת במסה

מסה  $m$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע קפיץ  $k$ . מותחים את המסה מרחק  $d$  מהמיקום בו הקפיץ רפוי ומשחררים ממנוחה.



מצא את  $x(t)$  של המסה.

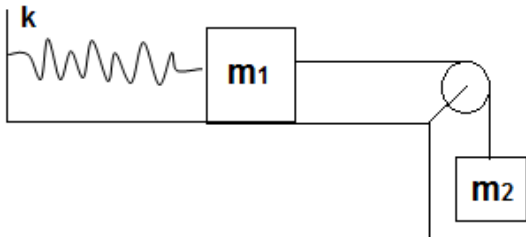
#### מסה על שולחן מחוברת למסה תלויה

מסה  $m_1$  מונחת על שולחן ללא חיכוך ומחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ . מהמסה יוצא חוט העובר דרך גלגלת אידיאלית וקשור למסה נוספת התלויה באוויר  $m_2$ .

(א) מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת (קבע את הראשית בנקודה שבה הקפיץ רפוי).

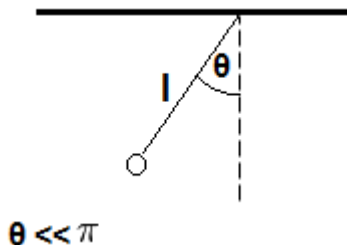
(ב) מצא את תדירות התנודה של המערכת.

(ג) מהי האמפליטודה המקסימלית האפשרית לתנועה כך שהמתיחות בחוט לא תתאפס במהלך התנועה?



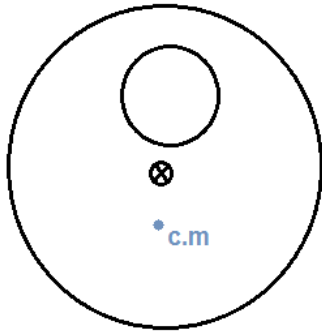
#### מטוטלת מתמטית (עם מומנטים)

נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה. אורך החוט של המטוטלת הוא  $l$ . מצא את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה  $\theta$  (דרך מומנטים).



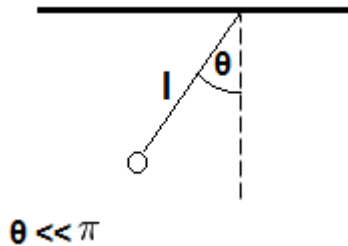
#### דיסקה עם חור

מצא את תדירות התנודות הקטנות של דיסקה בעלת מסה  $M$  ורדיוס  $R$  אם ידוע כי במרחק  $R$  ממרכז הדיסקה קדחו חור ברדיוס  $R$  (הדיסקה מחוברת במסמר במרכזה אל הקיר).



### מטוטלת מתמטית (עם אנרגיה)

נתונה מטוטלת (מתמטית) התלויה מהתקרה. אורך החוט של המטוטלת הוא  $l$ . מצא את תדירות התנודות הקטנות ואת הזווית כפונקציה של הזמן. הנח כי המטוטלת מתחילה את תנועתה ממנוחה בזווית ידועה  $\theta$  (דרך אנרגיה).



### גליל מחובר לקפיץ מתגלגל ללא החלקה

גליל בעל מסה  $m$  ורדיוס  $R$  נמצא על משטח אופקי לא חלק ומחובר באמצעות קפיץ אל הקיר. קבוע הקפיץ הוא  $k$  והוא מחובר למרכז הגליל. הנח שתנועת הגליל אופקית בלבד ושהוא מתגלגל ללא החלקה על המשטח. מצא את תדירות התנודות הקטנות. פתור פעם אחת באמצעות אנרגיה ופעם נוספת באמצעות כוחות ומומנטים.

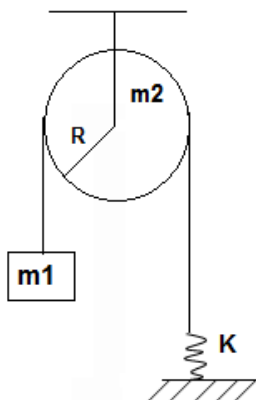


תשובה:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{2k}{3m}}$$

### גלגלת מסה וקפיץ

במערכת הבאה, המסה  $m_1$  קשורה בחוט דרך גלגלת אל קפיץ המחובר לקרקע. הגלגלת אינה אידאלית. נתון: רדיוס הגלגלת,  $m_2$  מסת הגלגלת,  $k$  קבוע הקפיץ. הנח כי החוט לא מחליק על הגלגלת.



(א) מצא את נקודת שיווי המשקל.

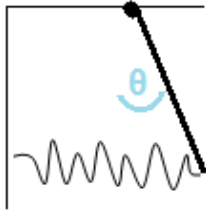
(ב) מצא את תדירות התנודה.

(ג) מושכים את המסה אורך  $d$  מנקודת שיווי המשקל. מהו  $d_{max}$  המרחק המקסימלי שניתן למשוך את המסה מבלי שהמתיחות בחוט תתאפס במהלך התנועה?

### מוט תלוי מחובר עם קפיץ לקיר

מוט בעל אורך  $L$  ומסה  $M$  (התפלגות אחידה) תלוי מהתקרה וחופשי להסתובב סביב נקודת התלייה. קצהו השני של המוט מחובר בקפיץ, בעל קבוע  $k$ , לקיר. הקפיץ רפוי כאשר המוט נמצא מאונך לתקרה.

- (א) הראה כי תנועת המוט בזוויות קטנות היא תנועה הרמונית ומצא את תדירות התנועה.  
 (ב) מצא את הזווית של המוט כפונקציה של הזמן אם המוט משוחרר ממנוחה בזווית נתונה  $\theta_0$ .



### בור פוטנציאל

#### תרגיל - פוטנציאל לנארד-ג'ונס

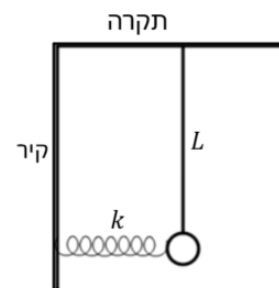
פונקציית הפוטנציאל של לנארד ג'ונס מתארת את האינטראקציה בין אטומים או מולקולות בתוך סריג והיא נתונה לפי הנוסחה

$$U(r) = \varepsilon \left[ \left( \frac{r_0}{r} \right)^{12} - 2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^6 \right]$$

כאשר  $\varepsilon$  ו  $r_0$  קבועים ו  $r$  הוא המרחק בין המולקולות. מצא את התדירות של תנודות קטנות סביב שיווי משקל של המערכת. ניתן להניח שמדובר בחלקיק אחד במסה  $m$  המרגיש את הפוטנציאל מחלקיק שני במסה  $M$  הנשאר נייח ( $m \ll M$ ).

#### תרגיל - מטוטלת מתמטית וקפיץ עם אנרגיות

מטוטלת עם מסה  $m$  תלויה מהתקרה באמצעות חוט באורך  $L$ . קושרים למסה קפיץ בעל קבוע  $k$  המחובר אופקית לקיר. הקפיץ במצב רפוי כאשר החוט מאונך לתקרה. מזיזים את המסה זווית קטנה  $\theta_0$  ימינה ומשחררים ממנוחה.  
 א. מצאו את הזווית של המסה כתלות בזמן.  
 ב. מהי המתיחות בחוט כאשר המוט נמצא במצב אנכי תוך כדי תנועה.



תשובות

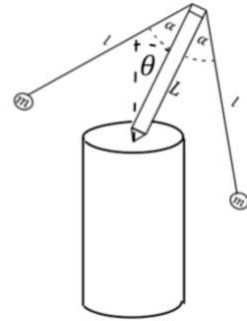
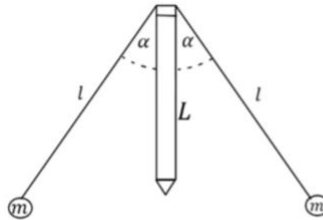
$$1) \theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{mg+kL}{mL}} \cdot t\right)$$

$$2) T = mg + (mg+kL)\theta_0^2$$

### תרגיל-עיפרון עם מוטות בשיווי משקל

הגוף שבאיור מורכב מעיפרון בעל מסה זניחה ואורך  $L$ . לקצה של העיפרון מחוברים שני כדורים בעלי מסה  $m$  באמצעות מקלות דקים חסרי מסה באורך  $l$  ובזווית  $\alpha$ . מניחים את הגוף על מעמד ומטים אותו בזווית  $\theta$  במישור הדיף.

- רשמו את האנרגיה הפוטנציאלית של הגוף כתלות בזווית  $\theta$ .
- באיזו זווית  $\theta$  יהיה הגוף בשיווי משקל?
- מה התנאי לכך ששיווי המשקל יהיה יציב?
- מהו זמן המחזור של התנודות סביב נקודת שיווי המשקל?



$$1) U = 2mg(L - l \cos \alpha) \cos \theta$$

$$2) \theta = 0$$

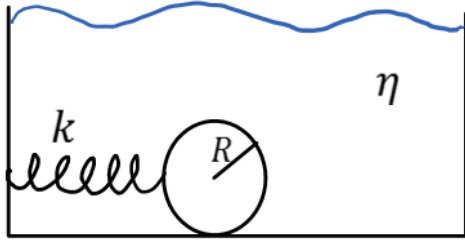
$$3) L < l \cos \alpha$$

$$3) T = 2\pi \sqrt{\frac{L^2 + l^2 - 2Ll \cos \alpha}{l \cos \alpha - L}}$$

## תנועה הרמונית מרוסנת

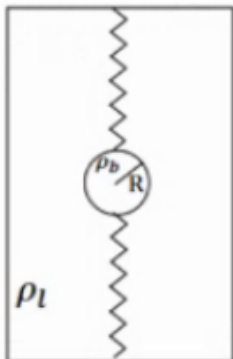
### כדור במיכל מים

כדור בעל מסה  $m$  ורדיוס  $R$  נמצא בתוך מיכל מים ומחובר באמצעות קפיץ אופקי לדופן המיכל. קבוע הקפיץ הוא  $k$ . בתנועת הגוף במים, מפעילים המים על הכדור כוח התנגדות המתכונתי והפוך למהירות. כוח זה נקרא כוח סטוקס וגודלו הוא  $\vec{F} = -6\pi R\eta\vec{v}$ . כאשר  $\eta$  היא צמיגות המים  $R$  הוא רדיוס הכדור. התייחס ל  $R, \eta, k, m$  כנתונים ומצא את תדירות התנודות של הכדור בהנחה ש  $R < \frac{\sqrt{mk}}{3\pi\eta}$ . הזנח את החיכוך בין הכדור לתחתית המיכל.



### שני קפיצים בנוזל

כדור נמצא בתוך תיבה מלאה במים ומחובר עם קפיץ אידיאלי לקצה העליון של התיבה ועם קפיץ אידיאלי נוסף זהה לקצה התחתון של התיבה. נתון:  $R$  - רדיוס הכדור,  $\rho_b$  - צפיפות המסה של הכדור,  $\rho_l$  - צפיפות המסה של המים.  $K$  קבוע שני הקפיצים ו  $\eta$  - צמיגות המים. (תזכורת: כאשר כדור נמצא בתוך נוזל פועלים עליו כוח ציפה  $F = \rho_l V g$  וכוח סטוקס  $F = -6\pi\eta R v$ )



- מצא את נקודת שיווי המשקל של המערכת.
- מה התנאי שיהיו תנודות הרמוניות? מצא את התדירות בהנחה שתנודות אלו מתקיימות
- מצא את התנאי בו יחזור הכדור הכי מהר לנקודת שיווי המשקל



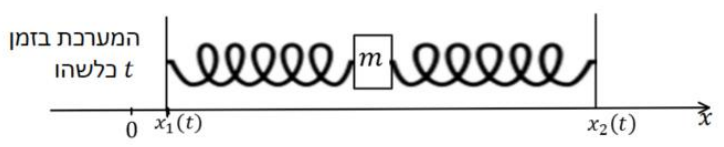
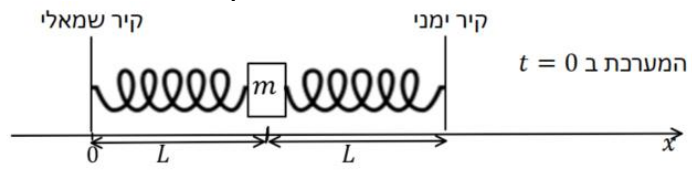
## תנועה הרמונית מאולצת

### מסה בין קירות זזים

מסה  $m$  מחוברת לשני קפיצים זהים בעלי קבוע  $k$  ואורך רפוי  $L$  משני צידיה. הקפיצים מחוברים לקירות הנמצאים במרחק  $L$  מהמסה משמאלה ומימינה והמערכת כולה מונחת על שולחן חלק (כוח הכובד לתוך הדף). על המסה פועל כוח גרר  $F = -bv$ . ב  $t = 0$  הקירות מתחילים לזוז. ראשית הצירים ממוקמת במרכז התנועה של הקיר השמאלי והכיוון החיובי ימינה. מיקום הקירות כתלות בזמן הוא:

$$x_1(t) = d \sin(\omega t), \quad x_2(t) = 2L + 2d \sin(\omega t)$$

א. מהי תדירות התנועה ומהי האמפליטודה?  
 ב. מה התנאי לתהודה בהנחה כי הריסון חלש מאוד?



תשובות:

$$1) \frac{3kd}{m \sqrt{\left(\frac{2k}{m} - \omega^2\right)^2 + \left(\frac{b}{m}\right)^2 \omega^4}}$$

$$2) \sqrt{\frac{2k}{m}}$$

### מציאת תדירות ברבע אמפליטודה

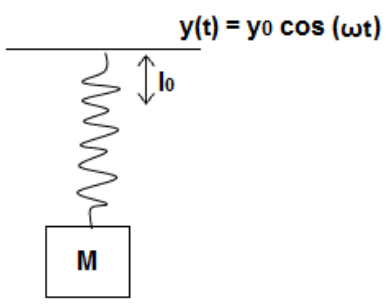
מסה  $m$  מחוברת לקפיץ אופקי בעל קבוע  $k$ , המסה נעה על מישור חלק ללא חיכוך. על המסה פועל כוח גרר  $f = -bv$  וכוח מאלץ  $F(t) = d \cdot \cos(\omega t)$ . מצא את תדירות הכוח בה אמפליטודת התנועה במצב העמיד תהיה רבע מהאמפליטודה המקסימלית. הנח כי  $\omega, b, k, m, d$  נתונים וכי  $b \ll \sqrt{mk}$

תשובה:

$$\frac{B \pm \sqrt{B^2 - 4C}}{2}$$

### מסה תלויה על קרש נע

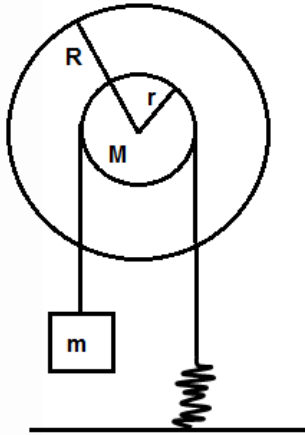
מסה  $M$  מחוברת באמצעות קפיץ אנכי לקרש אופקי הנע בציר ה  $Y$  לפי  $y(t) = y_0 \cos(\omega t)$ . קבוע הקפיץ  $k$  ואורכו הרפוי  $l_0$  נתונים. מצא את מיקום המסה כפונקציה של הזמן.



## תרגילים מסכמים

### דיסקה כפולה מסה וקפיץ

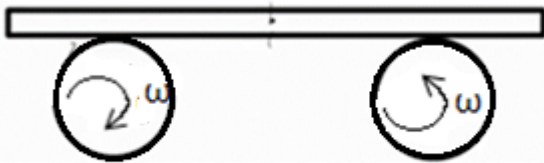
נתונה דיסקה ממוסמרת במרכזה לקיר (כלומר הדיסקה יכולה להסתובב אך לא לנוע מעלה ומטה). הדיסקה בנויה משתי דיסקות מודבקות בעלות רדיוס  $r$  לדיסקה הקטנה ו-  $R$  לדיסקה הגדולה. סביב הדיסקות מלופפים חוטים כמתואר בשרטוט. עוד נתון כי אין החלקה לחוטים.



- (א) מצא את תדירות התנודות.  
 (ב) מהי האנרגיה הכוללת של המערכת?

### מוט על שני גלגלים\*

מוט בעל מסה  $M$  מונח על שני גלגלים המקובעים במרכזם. הגלגלים מסתובבים במהירות זוויתית  $\omega$  כך שהגלגל הימני מסתובב נגד כיוון השעון והשמאלי עם כיוון השעון. בין המוט והגלגלים קיים חיכוך ומקדם החיכוך הקינטי נתון. מניחים את המוט כך שמרכזו נמצא במרחק  $A$  מהמרכז בין הגלגלים.

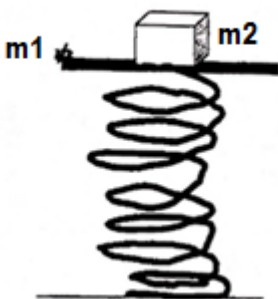


מצא את תדירות התנודה של המוט.

### מסה על משטח על קפיץ אנכי

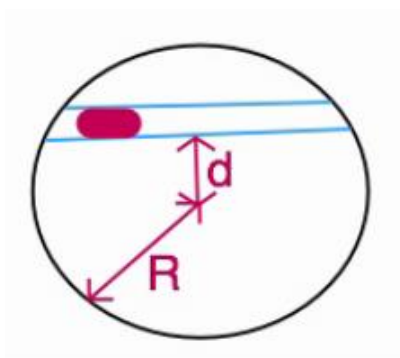
על קפיץ שקבועו  $k$  מונח משטח שמסתו  $m_1$ , המשטח צמוד לקצהו של הקפיץ. על המשטח מונח גוף שמסתו  $m_2$ . מכווצים את הקפיץ בשיעור  $\Delta y$  ומשחררים.

- א. מה צריך להיות  $\Delta y_{\min}$  כדי שהגוף יתנתק מן המשטח באיזשהו שלב?  
 ב. הניחו  $\Delta y = 2\Delta y_{\min}$ ,  $k = 10 \frac{N}{m}$ ,  $m_1 = 0.04 \text{ kg}$ ,  $m_2 = 0.06 \text{ kg}$  ומצאו את רגע הניתוק.  
 ג. באמצעות הנתונים המספריים מסעיף ב', מהו מקומו ומהירותו של המשטח ברגע שהגוף ניתק מן המשטח?





**משטח על דיסקה מחובר לקפיץ**  
 נתונה מערכת כבשרטוט (אין החלקה במערכת).  
 מהי התדירות?



**תנועה בתעלה בכדור הארץ**  
 בתוך כדור הארץ נחפרה תעלה כבשרטוט. מסת כדור הארץ M.  
 מהי תדירות התנודות הקטנות של מסה החופשיה לנוע בתעלה?

## תרגילים מסכמים (מטוטלות שונות)

### שני חצאי דיסקה



נתונות שתי חצאי דיסקות תלויות על מסמר כמתואר בשרטוט. מסה הדיסקה ורדיוסה נתון.

מצא את התדירות של כל אחת מחצאי הדיסקה.

### חצי חישוק ושתי מסות

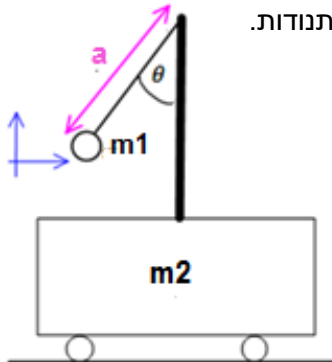


מצא את תדירות חצי החישוק שבתמונה. רדיוס  $R$  ומסתו  $M$ . בקצוותיו חוברו שתי מסות  $m$ . החישוק תלוי ממסמר בקודקודו.

### מטוטלת על עגלה נעה\*

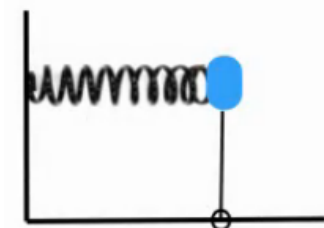
עגלה בעלת מסה  $m_2$  חופשיה לנוע על משטח אופקי ללא חיכוך. אל העגלה מחובר מוט אנכי עליו תלויה מטוטלת מתמטית עם מסה  $m_1$  ואורך חוט  $a$ . משחררים את המסה (של המטוטלת) בזווית  $\theta_0$  נתונה כאשר כל המערכת נמצאת במנוחה.

- (א) רשמו את מהירות המטוטלת במערכת העגלה כפונקציה של  $\theta$  ו  $\dot{\theta}$ .  
 (ב) רשמו את מהירות העגלה והמטוטלת כפונקציה של  $\theta$  ו  $\dot{\theta}$ .  
 (ג) רשמו את משוואת שימור האנרגיה המכאנית של המערכת.  
 (ד) רשמו את משוואת שימור האנרגיה בתנודות קטנות ומצאו את תדירות התנודות.



### קפיץ מוט ומסה

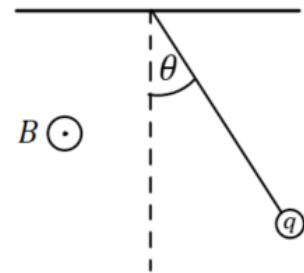
נתונה מסה  $m$  המחוברת לקפיץ בעל קבוע  $k$ . המסה גם מחוברת למוט חסר מסה בעל אורך  $l$ . המוט מחובר לרצפה בציר המאפשר לו להסתובב. המערכת בשרטוט נמצאת במצב שיווי משקל.



- (א) מהי תדירות התנודות הקטנות של המערכת?  
 (ב) מהי המסה המקסימלית שתאפשר תדירות זו?

### מטוטלת בשדה מגנטי

- מטוטלת מתמטית שאורכה  $L$  מסתה  $m$  ומטענה  $q$  נתונה בשדה מגנטי אופקי  $B$  היוצא מהדף. השדה המגנטי יוצר כוח מגנטי על המטוטלת כאשר היא בתנועה לפי הנוסחה  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ .
- מצא את הכוחות הפועלים על המטוטלת במהלך התנועה כתלות בזווית  $\theta$  ובמהירות  $v$ .
  - מסיטים את המטוטלת זווית קטנה  $\theta_0$  ומשחררים במנוחה. מצא את משואת התנועה של המטוטלת ומשם את מיקום המטוטלת כתלות בזמן עבור זווית קטנות.
  - מהי המתחית בחוט כתלות בזמן.
  - מהי המתחית המקסימלית בחוט ובאיזו זווית ומהירות מצב זה מתרחש?



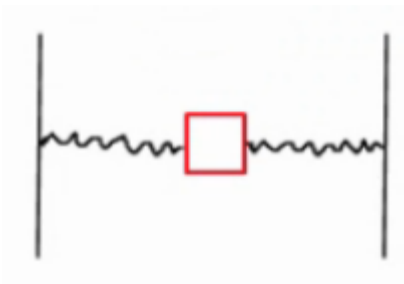
תשובות:

$$\begin{aligned}
 \text{א) } & \text{המזהה } \vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \\
 \text{ב) } & \theta(t) = \theta_0 \cos\left(\sqrt{\frac{g}{L}} t\right) \\
 \text{ג) } & T(t) = -qB\sqrt{gL} \theta_0 \sin\left(\sqrt{\frac{g}{L}} t\right) + mg \\
 & \theta_0 \ll \frac{2qB}{m} \sqrt{\frac{L}{g}} \\
 \text{ד) } & T_{\max} = mg + qB\theta_0 \sqrt{gL}
 \end{aligned}$$

### תרגילים למתקדמים

#### מסה בין שני קפיצים עם אורך זניח

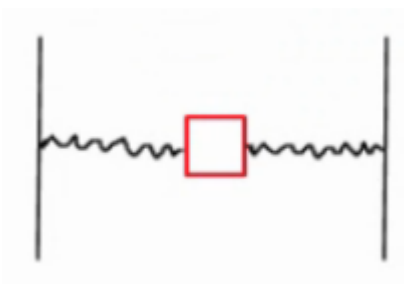
בין שני קירות במרחק  $2L$  נמצאת מסה  $m$  המחוברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם  $k$  ואורך רפוי זניח.



- מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה-X.
- מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה-Y.

#### מסה בין שני קפיצים (אורך רפוי לא זניח) \*\*

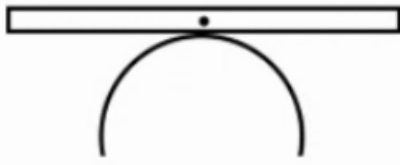
בין שני קירות במרחק  $2L$  נמצאת מסה  $m$  המחוברת לקירות בקפיצים בעלי מקדם  $k$  ואורך רפוי  $l_0$ .



מצא את תדירויות התנודות הקטנות בציר ה-Y.

### מוט על חצי כדור \*\*

מוט בעל אורך  $l$  ומסה  $m$  מונח על כדור בעל רדיוס  $R$ .



- (א) מצא את תדירות התנודות הקטנות של המוט.  
(ב) מצא את גובה מרכז המסה של המוט כפונקציה של זווית ההטיה.

### עכביש בשווי משקל יציב \*

מוט בעל מסה  $M$  ואורך  $l$  מחובר ברבע מגובהו לציר.

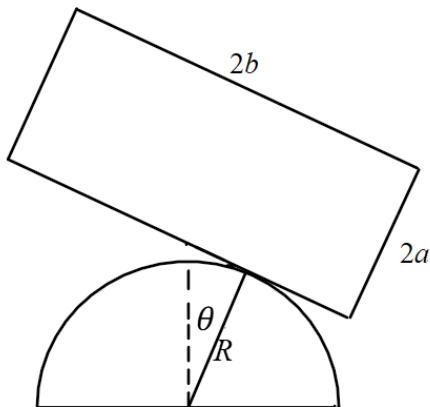
מתחתית המוט עכביש בעל מסה  $m$  מטפס כלפי מעלה.

מצא את תדירות המערכת כפונקציה של מיקום העכביש ומצא את משקל העכביש המקסימלי שישאיר את המערכת בשיווי משקל יציב.



### תיבה על כיפה חצי כדורית \*\*

תיבה מלבנית מונחת על כיפה גלילית חצי עגולה ברדיוס  $R$ . גודל התיבה הוא  $2a \times 2b$ . מניחים את התיבה על ראש הכיפה כך שמרכז בדיוק מעל מרכז הכיפה. לאחר מכן מטים את התיבה מעט הצידה כך שהיא מתגלגלת ללא החלקה על הכיפה. מצא את תדירות התנודות הקטנות של התיבה על ראש הכיפה. מה התנאי שיהיו תנודות?

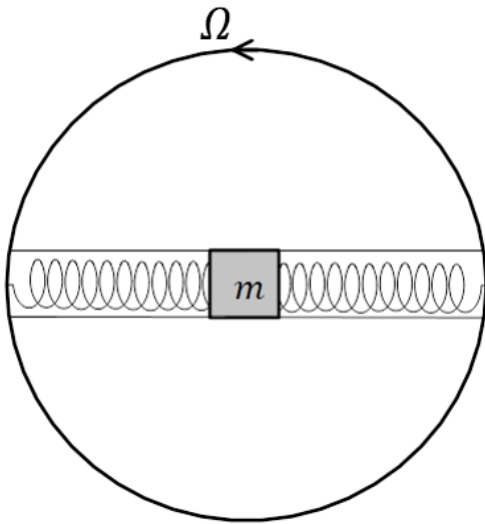


### מסה בתוך חישוב מסתובב (כולל קוריאוליס וקורדינטות פולריות)

גוף שמסתו  $m$  נמצא במרכז תעלה הנמצאת לאורך קוטרו של חישוב. המערכת מונחת על השולחן כך שבוח הכובד לתוך הדף. הגוף מחובר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפוי כאשר הגוף במרכז החישוב. קבוע הקפיצים הוא  $k$ . מסובבים את החישוב במהירות זוויתית  $\Omega$  ומרחיקים את המסה מעט מהמרכז.

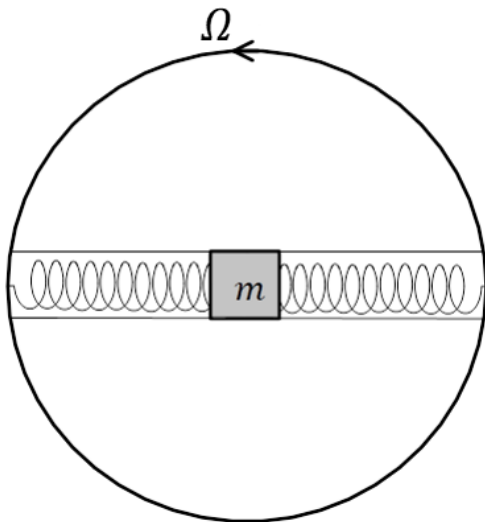
רשום משוואת כוחות במערכת החישוב, מה התנאי לתנועה הרמונית ומהי תדירות התנועה אם התנאי מתקיים?

(מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות)



**מסה בתוך חישוב מסתובב עם חיכוך (כולל קוריאוליס, קואורדינטות פולריות ותנועה מרוסנת)**  
 גוף שמסתו  $m$  נמצא במרכז תעלה הנמצאת לאורך קוטרו של חישוב. המערכת מונחת על השולחן כך שבוח הכובד לתוך הדף. הגוף מחובר לשני קפיצים זהים אחד מכל צד המצויים במצב הרפוי כאשר הגוף במרכז החישוב. קבוע הקפיצים הוא  $k$ . מסובבים את החישוב במהירות זוויתית  $\Omega$  ומשחררים את המסה ממנוחה במרחק  $d$  מהמרכז. בין המסה והדופן של התעלה קיים חיכוך (אין חיכוך עם הבסיס). מקדמי החיכוך הסטטי והקינטי הם  $\mu_s, \mu_k$ .  
 א. רשום משוואת כוחות במערכת החישוב, מהם התנאים לתנועה הרמונית? האם צריך את מקדם החיכוך הסטטי?

ב. מצא את המיקום כתלות בזמן בהנחת התנאים של סעיף א', מהו מקדם האיכות של המערכת? (מומלץ לפתור גם באמצעות ק. פולריות)

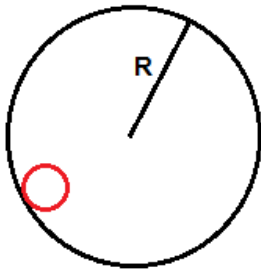


### תרגילים לבקשת סטודנטים

#### כדור מתגלגל בצינור

דיסקה בעלת רדיוס  $r$  מתגלגלת בתוך צינור מקובע לרצפה בעלת רדיוס  $R$ . מותר להשתמש בקירוב זוויות קטנות ומותר להזניח את הרדיוס הקטן ביחד לגדול.

- (א) מה תהיה תדירות התנודות הקטנות של הדיסקה, בהנחה שאין חיכוך?  
 (ב) מה תהיה התשובה לסעיף א' אם יוסיפו חיכוך עם הרצפה והגלגול יהיה ללא החלקה?  
 (ג) מה תהיה התדירות עם בנוסף לחיכוך עם הרצפה יתווסף כוח חיכוך  $F = -bv$ ?



### קפיץ נמתח להתארכות מקסימלית

קליע בעל מסה זניחה נע במהירות לא ידועה לעבר מסה  $m_2$  שמחוברת למסה  $m_1$  דרך קפיץ בעל מקדם אלסטי  $K$ . המסה  $m_1$  ניצבת בצמוד לקיר כמתואר בשרטוט.

- (א) לאחר פגיעת הקליע במרכז המסה  $m_2$  מתכווץ במצב המקסימלי ומאבד  $d$  מאורכו. מהי מהירות מרכז המסה מייד לאחר שהמערכת מתנתקת מהקיר?  
 (ב) על מערכת בעלת נתונים זהים ואורך קפיץ רפוי  $l$  מופעל כוח קבוע ואופקי  $F$  לכיוון המסומן בציור. מה ההתארכות המקסימלית של הקפיץ?





## פרק 19 – כבידה וכוח מרכזי

### תנועה תחת כוח מרכזי וכוח הכובד



#### טיל יוצא מכדה"א וחוזר

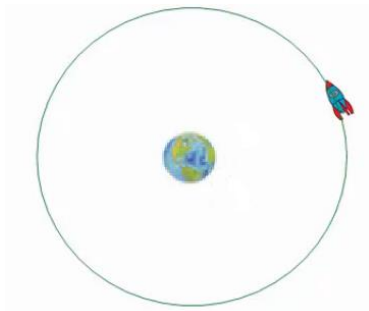
טיל נורה מכדור הארץ. הטיל מתרחק מכדור הארץ וחוזר אליו בחזרה. נתון שבאיזושהי נקודה במסלול המרחק של הטיל מכדה"א הוא  $R_1$ . נתונה הזווית בין  $R_1$  למהירות באותו הרגע ( $V_1$ ) היא 30 מעלות. רדיוס כדה"א הוא  $R_E$  וזווית הפגיעה של הטיל בכדה"א היא  $\theta$ .

(א) חשב את  $\theta_0, V_0, V_1, V_2$  (מהירות פגיעת הטיל בכדה"א)

(ב) חשב את  $R_{max}, V_{min}$  (המרחק המקסימלי של הטיל מכדה"א,  $V_{min}$  – המהירות באותה הנקודה).

#### חלק עף במהירות מילוט

חללית בעלת מסה  $m$  סובבת את כדה"א במסלול מעגלי ברדיוס  $R$ . ברגע מסוים החללית מתפצלת לשני חלקים. אחד החלקים בעל מסה של שליש  $m$  עף בכיוון הרדיאלי במהירות המילוט.



מצא את הרדיוס המינימלי והמקסימלי של החלק השני.

#### תרגיל בפוטנציאל אפקטיבי

גוף בעל מסה  $m$  נע בתנועה מעגלית תחת השפעת הפוטנציאל  $U(r) = -\frac{A}{\sqrt{r}}$  כאשר  $A$  קבוע ונתון. נתון גם התנע הזוויתי של הגוף  $L$ .

(א) מצא את רדיוס המעגל  
(ב) מצא את מהירות הגוף.

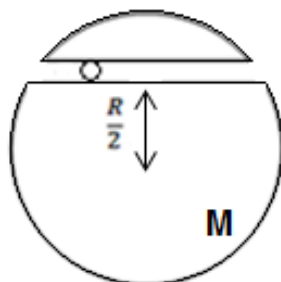
#### זמן מחזור

גוף בעל מסה  $m$  נע בקו ישר (מימד אחד) תחת הפוטנציאל  $U(x) = B|x|$  נתון כי המרחק המקסימלי אליו מגיע הגוף הוא  $A$ .

(א) מצא את ערך האנרגיה הכללית של הגוף.  
(ב) מצא את זמן המחזור

#### גוף זז במנהרה במרחק מהמרכז

גוף נע במנהרה הנמצאת במרחק  $\frac{R}{2}$  ממרכז כדור בעל מסה  $M$ . הגוף מתחיל ממנוחה בקצה המנהרה ואין חיכוך.



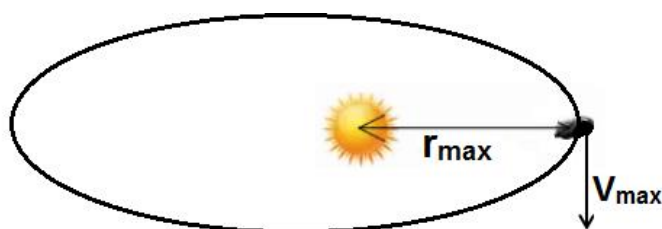
מצא את מיקום הגוף כפונקציה של הזמן.

## חוקי קפלר

### מציאת זמן מחזור

גוף נע סביב השמש במסלול אליפטי כך שמהירותו המקסימאלית ומרחקו המינימלי מהשמש נתונים. נתון גם שטח האליפסה שעושה הגוף.

מצא את זמן המחזור של הגוף.

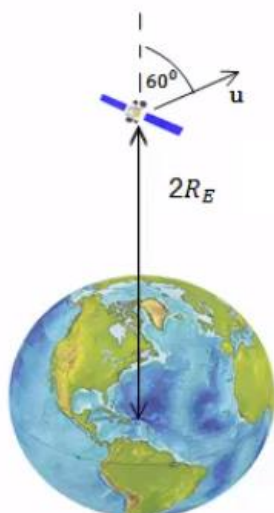


### תרגילים נוספים

#### לווין נכנס למסלול אליפטי

לווין נורה אנכית מפני כדה"א. הלווין מגיע לשיא גובה של  $2R_E$  ברגע זה ניתנת לו מהירות בכיוון 60 מעלות עם האנך לכדור הארץ שגודלה  $u$ . (התעלם מסיבוב ותנועת כדור הארץ).

- (א) מצא תנאי על המהירות  $u$  כך שהלווין ישאר במסלול סגור.  
 (ב) מצא תנאי נוסף על  $u$  כך שהלווין לא יפגע בכדור הארץ.



#### מידת מסה של חור שחור

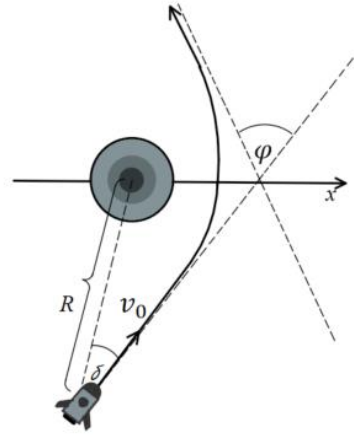
חור שחור הינו גוף שמימי כבד מאוד. כדי למדוד את המסה  $M$  של חור שחור הנמצא במרחק גדול מאוד  $R$  מאתנו ובמנוחה ביחס אלינו, יורים לעברו טיל בעל מסה  $m$  הקטנה מאוד ביחס למסת החור. המהירות ההתחלתית של הטיל היא  $v_0$  והיא מוסטת בזווית  $\delta$  ביחס לכיוון המדויק אל החור. מכשור שנמצא על הטיל יכול להורות לנו מה הזווית  $\varphi$  אליו הוסט הטיל לאחר זמן רב ביחס לזווית ממנה התחיל.

ניתן להניח כי האנרגיה הפוטנציאלית במרחק  $R$  זניחה.

א. מהי האקסצנטריות של מסלול הטיל סביב החור השחור? מהו סוג המסלול (מעגל אליפסה או היפרבולה)

ב. מהי הזווית של מהירות הטיל לאחר שהתרחק מאוד מהחור ביחס לציר ה  $X$  ?

ג. מצא קשר בין הזווית של סעיף ב ל  $\varphi$  ובטא את מסת החור באמצעות  $\varphi, \delta, v_0, R, m$ .



1)  $\epsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{v_0^2 R \sin \delta}{GM}\right)^2}$  היטטרונה

2)  $\cos \theta = -\frac{1}{\epsilon}$

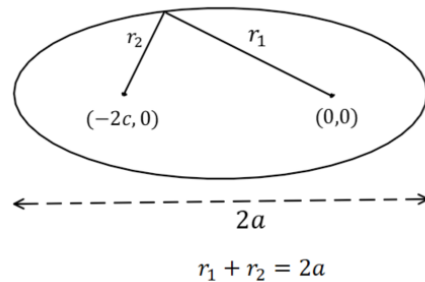
3)  $M = \frac{1}{G} v_0^2 R \sin \delta \tan \frac{\theta}{2}$

### פיתוח משוואת האליפסה

באליפסה סכום המרחקים של כל נקודה משני המוקדים של האליפסה הוא קבוע ושווה ל  $2a$  (רוחב האליפסה). נתונה אליפסה שהמוקדים שלה נמצאים בנקודות  $(0,0)$  ו-  $(-2c,0)$ . הראו כי משוואת האליפסה היא:

$$r(\theta) = \frac{r_0}{1 + \epsilon \cos \theta}$$

כאשר:  $r_0 = (a^2 - c^2)/a$  ו-  $\epsilon = c/a$



### יקום דו מימדי

ביקום דו מימדי פועל כוח שמרכזו בנקודה  $(x_0, y_0)$  וגודלו  $\frac{k}{((x-x_0)^2 + (y-y_0)^2)^{3/2}}$ . כיוון הכוח הוא תמיד לכיוון

מרכזו.

א. האם הכוח הוא כוח משמר? אם כן, מצא את האנרגיה הפוטנציאלית של הכוח. חשב את העבודה שמבצע הכוח על מסה  $M$  אשר נעה בין הנקודה  $(x_1, y_1)$  לבין הנקודה  $(x_2, y_2)$ .

- ב. מסה  $M$  נמצאת במיקום  $(Bx_0, By_0)$  ויש לה מהירות  $\vec{v} = A(\hat{x} + \hat{y})$ . מה תהיה מהירות המסה כשהמרחק בינה לבין מרכז הכוח יהיה  $d$  ( $d, B, dA$  גדולים מאפס).
- ג. מסה  $M$  נמצאת במרחק  $r_1$  ממרכז הכוח. למסה מהירות  $v_1$  וידוע שהמסה נמצאת בשיווי משקל בכל זמן. מצא קשר בין  $v_1$  לבין  $r_1$ .
- ד. פצצה בעלת מסה  $M$  מסתובבת סביב מרכז הכוח וברגע שגודל המהירות שלה הוא  $v_2$  והמרחק שלה הוא  $r_2$ , כיוון המהירות מאונך לכיוון המיקום שלה ביחס למרכז הכוח. באותו הרגע הפצצה מתפוצצת לשני חלקים אחד בגודל  $m$  והשני בגודל  $M - m$ . החלק  $M - m$  ממשיך באותו כיוון מהירות כמו לפני הפיצוץ. מה צריכה להיות מהירות החלק  $m$  על מנת שהחלק  $M - m$  יהיה במרחק קבוע ממרכז הכוח לאחר הפיצוץ והלאה.

1c)  $U(r')$

$$U(r') = -2k r'^{-\frac{1}{2}}$$

$$r' = \left( (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad \text{כאן}$$

$$W = 2k \left[ \left( (x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} - \left( (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 \right)^{-\frac{1}{4}} \right]$$

$$2) \quad V = \left( 2A^2 - \frac{4k}{m} \left[ d^{-\frac{1}{2}} - (B-1)^{-\frac{1}{2}} (x_0^2 + y_0^2)^{-\frac{1}{4}} \right] \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$c) \quad v_1 = \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}}$$

$$3) \quad U_2 = \frac{1}{m} (M-m) \sqrt{\frac{k}{m}} r_1^{-\frac{1}{4}} - \frac{M}{m} v_1 \quad \text{שמירה}$$

## פרק 20 - יחסות פרטית

### דינמיקה יחסותית

#### הגעת נויטרון ממרחקים

מצא את האנרגיה הדרושה לנויטרון להגיע לכדור הארץ ממרחק של 5 שנות אור בהינתן שזמן החיים של נויטרון הוא 881 שניות והמסה שלו היא:  $M_n = 940 MeV/c^2$ .

### התנגשות בסיסית

חלקיק בעל מסה  $m$  מתנגש בחלקיק בעל מסה  $3m$ . לחלקיק הראשון אנרגיה כוללת לפני ההתנגשות  $5mc^2$  ונתון כי התנע הכולל שלהם במערכת המעבדה הוא אפס. כתוצאה מההתנגשות שני החלקיקים מושמדים ונוצר חלקיק חדש הנמצא במנוחה.

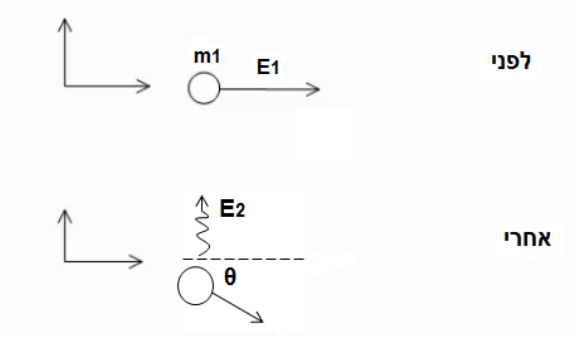
- (א) מצאו את האנרגיה הקינטית של החלקיק הראשון.  
 (ב) מצאו את פקטור לורנץ של החלקיקים לפני ההתנגשות ואת האנרגיה הקינטית של החלקיק השני.  
 (ג) מצאו את מסת החלקיק הנוצר לאחר ההתנגשות.



### חלקיק מתפרק לפוטון וחלקיק נוסף

חלקיק בעל אנרגיה כוללת  $E_1$  ומסת מנוחה  $m_1$  נע במעבדה בכיוון החיובי של ציר ה- $x$ . ברגע מסוים מתפרק החלקיק לפוטון ולחלקיק נוסף. אנרגיית הפוטון נתונה  $E_\gamma$  וידוע כי הפוטון נע בציר ה- $y$ , בכיוון החיובי.

- (א) מהו התנע של החלקיק הראשון לפני ההתפרקות?  
 (ב) מהי הזווית של התנע של חלקיק 2 ביחס לציר ה- $x$ ?  
 (ג) מצא מערכת ייחוס חדשה 'S' שבה הפוטון יפלט בכיוון נגדי לכיוון תנועתו של חלקיק מס' 2. מה מהירותה של מערכת זו ביחס למערכת המעבדה?



### פוטון פוגע בפוטון ויוצר פיון

פוטון פוגע בפוטון הנמצא במנוחה במערכת המעבדה. נתונות מסת הפרוטון והפיון  $M_p, M_\pi$ .

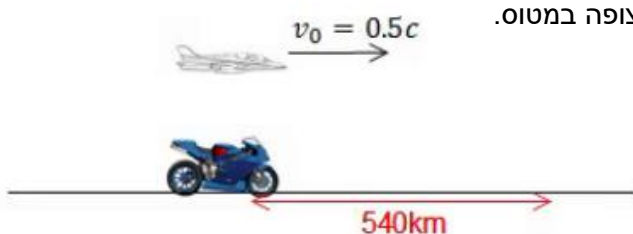
מהי האנרגיה המינימלית הדרושה לפוטון על מנת שלאחר ההתנגשות יוצרו פרוטון ופיון ( $\pi$ )?

### טרנספרמציית לורנץ למיקום והזמן

#### מציאת מהירות ומיקום אופנוע

אופנוע נוסע במהירות קבועה בקו ישר. צופה על הקרקע מודד כי האופנוע נסע מרחק של 540km. צופה הנע במטוס ממש מהיר  $V = 0.5c$ , בכיוון נסיעת האופנוע, מודד כי משך זמן נסיעת האופנוע היה 0.01 שניה.

- (א) מצא את מהירות האופנוע במערכת כדור הארץ.  
 (ב) מצא את המרחק שעבר האופנוע כפי שמדד הצופה במטוס.

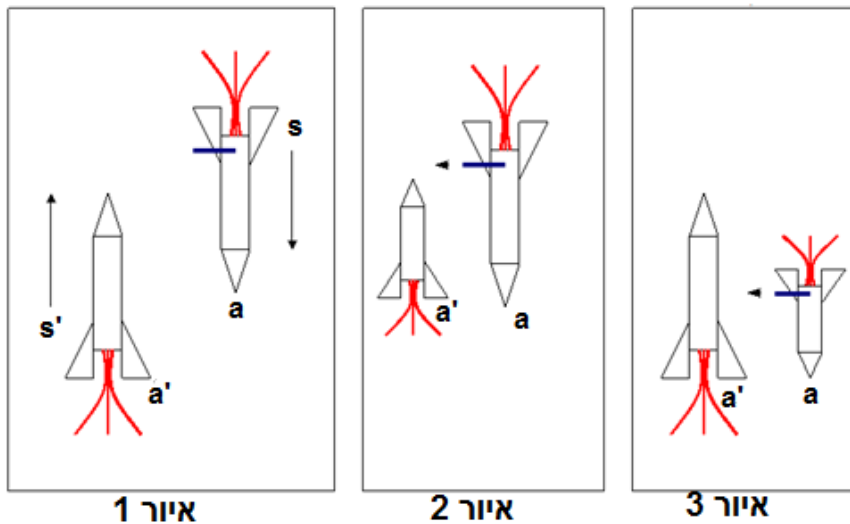


### בדיקת ירי

שתי חלליות בעלות אורך מנוחה זהה, עוברות זו במקביל לזו במהירות גבוהה.

בזנב החללית S מצוי תותח המכוון בניצב לכיוון תנועת החללית ולעבר מסלול התנועה של החללית s' (איור 1). בחללית S מתבצעת בדיקת ירי בתותח ברגע שהנקודה a בראש החללית מתלכדת עם הנקודה a' (זנב s'). מכיוון שאורך החללית s' קצר מהאורך העצמי בחללית s בניחים כי הטיל יפספס את החללית השניה (איור 2). אולם במערכת s' אורך החללית S קצר מהאורך העצמי ולכן כאשר a ו-a' מתלכדות האסטרונאוט S יפגע (איור 3).

ישבי/ את הפרדוקס.



### מוט פולט אור לסירוגין

מוט בעל אורך עצמי  $l_0$  נע במהירות  $V$  נתונה ביחס לכדה"א. נתון כי ב  $t=0$  הקצה השמאלי של המוט נמצא ב:  $x=x'=0$ . ברגע זה המוט פולט אור מקצהו הימני. לאחר זמן  $T$  המוט פולט אור מקצהו הימני.

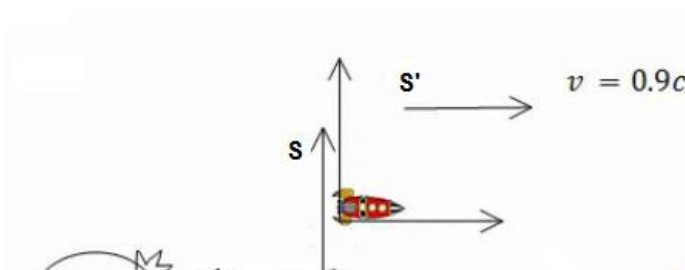
מצא את הפרש הזמנים כפי שרואה אותם צופה מכדה"א (הפרש הזמנים בין הגעת האור משני המאורעות לראשית).



### פיצוץ בכוכב אלפא

החללית אנטרייז יוצאת מכוכב אלפה חזרה לכדה"א. בדרך היא עוברת ליד הירח של כוכב אלפה ורואה פולס אלקטרו מגנטי חזק יוצא לכיוון הכוכב. ידוע שבירח ישנה קבוצת חייזרים תוקפניים בשם ה"קליגונים". 1.3 שניות מאוחר יותר היא רואה פיצוץ בכוכב. המרחק בין הכוכב לירח שלו הוא 500 מיליון מטרים כפי שנמדד במערכת החללית. מהירות החללית ביחס לכוכב ולירח היא  $0.9c$ .

- (א) מהו מרווח הזמן בין גילוי הגל לפיצוץ במערכת הכוכב והירח?
- (ב) מה משמעות הסימן בהפרש הזמן?
- (ג) האם הפולס גרם לפיצוץ או להיפך?

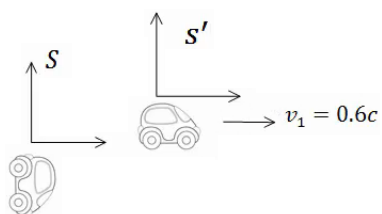


## טרנספורמציית לורנץ למהירות

### מהירת יחסית בין מכוניות

שתי מכוניות נוסעות האחת במאונך לשנייה כך שמהירות המכונית הראשונה היא  $0.6c$  בכיוון ציר ה  $x$  ביחס למעבדה. מהירות המכונית השנייה היא  $0.9c$  בכיוון ציר ה  $y$  השלילי ביחס למעבדה.

מצא את המהירות היחסית (המהירות בה מודדת המכונית השנייה את מהירות המכונית הראשונה).



### **תרגילים לטרנספרמציית מיקום ומהירות**

#### **דודה יוצאת לטיול**

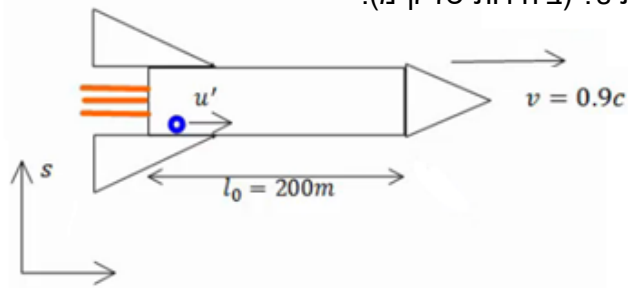
המבחן בפיזיקה התחיל בשעה 9:00 והמשגיחה יצאה לטייל במהירות  $0.8c$  (דודה זריזה במיוחד). לאחר שעה לפי שעונה היא שולחת לסטודנטים אות רדיו לסיים את הבחינה.

כמה זמן ארכה הבחינה עבור הסטודנטים?



### כדור מתגלגל בחללית

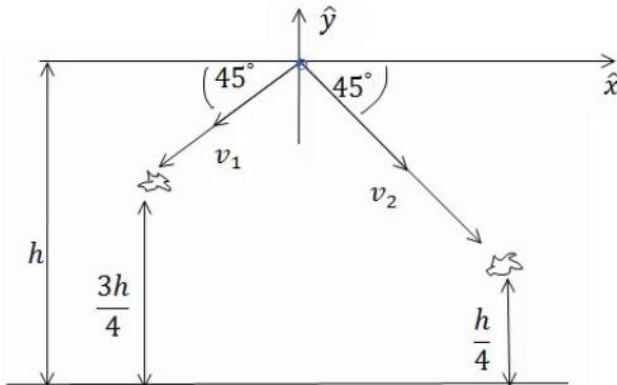
- חללית בעלת אורך עצמי של 200 מטר נעה במהירות  $0.9c$  ביחס  $0.9c$  למערכת אינרציאלית  $s$ . כדור קטן מתגלגל לאורכה במהירות  $u' = 0.04c$  בכיוון ציר  $x$ , כפי שנמדד ע"י צופה בחללית.
- (א) מהי מהירות הכדור כפי שנמדדת ע"י צופה  $s$ ? (הבא את התשובה ביחידות  $c$ .)
- (ב) מהו הזמן שיקח לכדור לעבור מקצה לקצה של החללית כפי שנמדד ב- $s$ ? (הבא את התשובה במליוניות השניה.)
- (ג) איזה מרחק עבר הכדור לפי צופה במערכת  $s$ ? (ביחידות של ק"מ.)



### חלקיקים נוצרים בגובה ומתפרקים

- שני חלקיקים נוצרים בגובה  $h$  מעל הקרקע. אחד נפלט בזווית 225 מעלות עם ציר ה  $x$  והשני בזווית 45- מעלות עם ציר ה  $x$ . החלקיק הראשון מתפרק לאחר זמן  $T$  בגובה  $\frac{3h}{4}$  והחלקיק השני מתפרק לאחר זמן  $T_2$  בגובה  $\frac{h}{4}$ . הנחיות: התעלם מהכבידה.

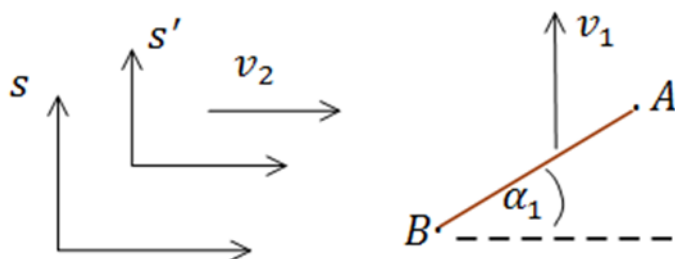
- (א) הבע את מהירויות החלקיקים באמצעות  $h$  ו  $T$ .
- (ב) מצא את זמן החיים העצמי של כל חלקיק (זמן החיים במערכת המנוחה).
- (ג) מצא מערכת  $s'$  הנעה בכיוון החיובי של ציר ה  $x$  בה ההתפרקויות מתרחשות באותו הזמן.
- (ד) מה המרחק בין ההתפרקויות במערכת  $s'$ ?



### זווית של מוט נע

- מוט בעל אורך  $l$  (לא נתון) נע במהירות  $v_1$  בכיוון ציר ה  $y$  ביחס לצופה הנמצא במעבדה. הצופה במעבדה מודד זווית  $\alpha_1$  של המוט ביחס לציר ה  $x$ .

איזו זווית ימדוד צופה הנע במהירות  $\hat{v}_2 \hat{x}$  ביחס למעבדה?

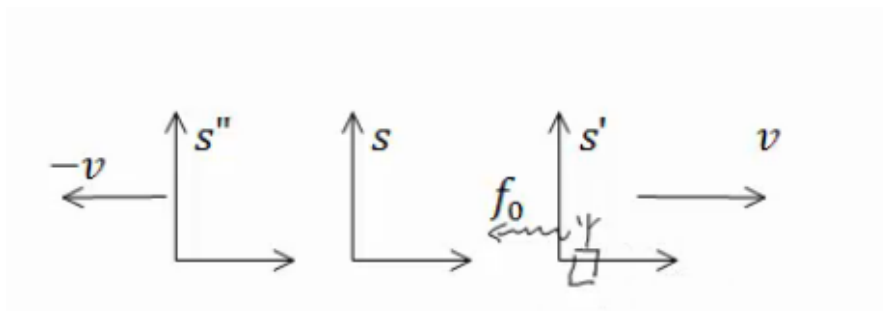


### תדר יחסי

במערכת  $s'$  הנעה במהירות  $v$  ביחס למערכת המעבדה  $S$ , נמצא משדר רדיו הפולט אותות בתדירות  $f_0$ .

(א) מה תהיה התדירות שתיקלט במעבדה?

(ב) מה תהיה התדירות שתיקלט במערכת  $s$  הנעה במהירות  $\vec{v} = -v\hat{x}$  ביחס למעבדה?



### תרגילים לדינמיקה יחסותית

#### חלקיק מתפרק לשני חלקיקים

חלקיק בעל מסה  $m$  הנמצא במנוחה מתפרק לשני חלקיקים בעלי מסות מנוחה  $m_1, m_2$ .

מה יהיו האנרגיה והתנע של החלקיקים שנוצרו? (כל המסות נתונות)

### אלקטרון חופשי פולט פוטון

הראו כי אלקטרון חופשי הנע בואקום אינו יכול לפלוט פוטון בודד.

### התנגשות חלקיקים זהים ויצירת חלקיקים

חלקיק בעל מסת מנוחה  $m$  פוגע בחלקיק זהה לו הנמצא במנוחה. כתוצאה מההתנגשות נוצרים שני חלקיקים בעלי מסות מנוחה  $m_1, m_2$ .

מצא את אנרגיית הסף ליצירת ריאקציה זו. (הנח ש:  $m_1+m_2>2m$ )

### פיון מתפרק

פיון ( $\pi^+$ ) מתפרק למיואון חיובי ( $M_\mu = 106 MeV/c^2$ ) וניטרינו חסר מסה.

מצא את מסת המנוחה של הפיון אם למיואון אנרגיה קינטית של  $5 MeV$ .

### פוטון מתנגש אלסטית באלקטרון

אלקטרון נע במהירות  $v$  ומתנגש בפוטון בעל אנרגיה  $E_\gamma$  הנע לקראתו.

מצא את הערך של  $v$  אם ידוע כי הפוטון מוחזר באותה אנרגיה בה פגע. הנח כי מסת האלקטרון ידועה.



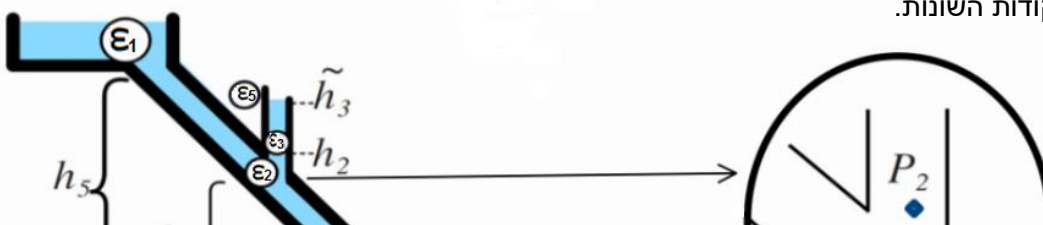
## פרק 21 - הידרו-סטטיקה והידרו-דינמיקה

מבוא להידרו-דינמיקה

מים בנפילה + צינורית מד-לחץ

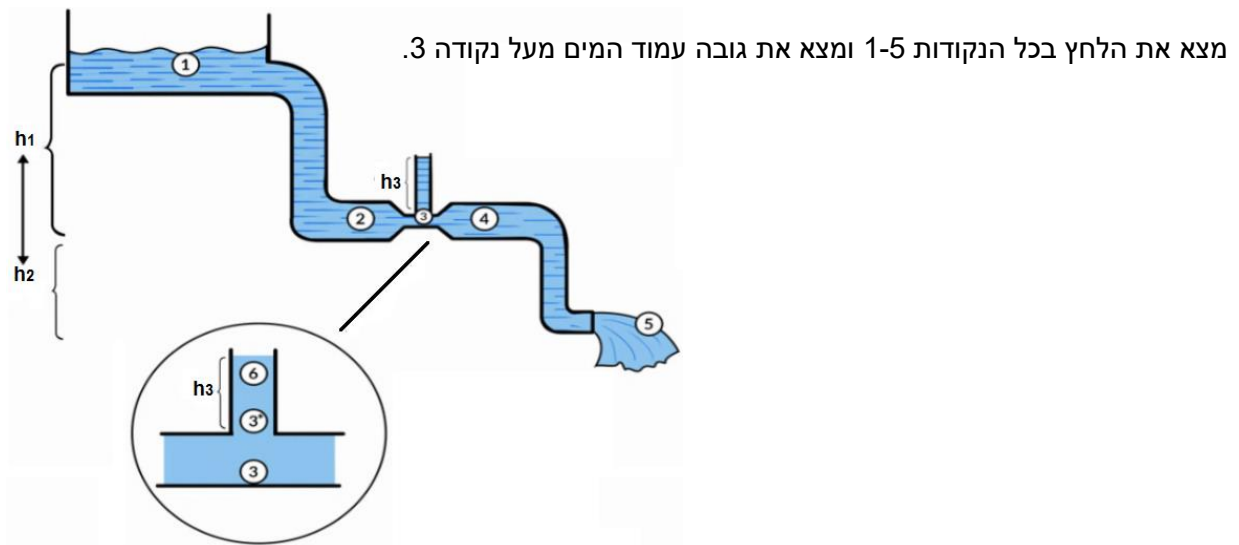
נתונה המערכת שברשטוט.

מצא את הלחצים בנקודות השונות.



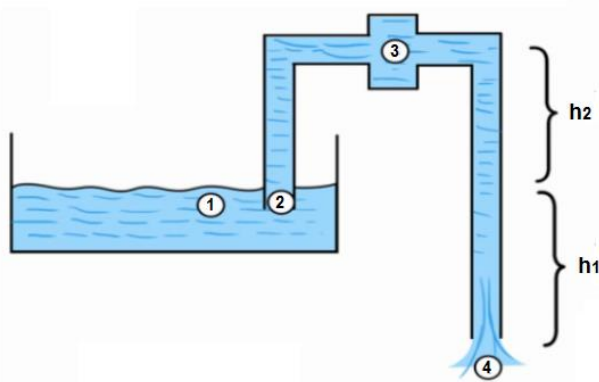
### צינור ונטורי ללא חיכוך

נתונה זרימה על פי השרטוט (מקדם הצמיגות ידוע). בחלק מספר 3 שטח החתך של הצינור הינו שליש מבשאר הצינור.



### צינור ונטורי עם חיכוך

נתונה המערכת שבשרטוט. שטח חתך הצינור בנקודה 3 כפול מבשאר הצינור.

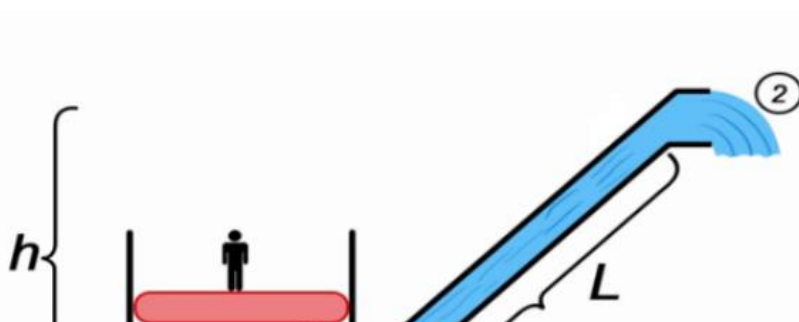


- (א) מהי מהירות הזרימה בהנחה שאין איבוד אנרגיה?  
 (ב) מהי מהירות הזרימה אם נכון מקדם הצמיגות?

### לחץ ממשקל אדם ממלא בריכה

צינורית בקוטר  $d$  ואורך  $L$  מחוברת לתחתית בריכה רדודה. מעלים את הלחץ בבריכה ע"י כך שמניחים אדם בעל מסה  $m$  על משטח בגודל  $S$ , כך שהמשטח לוחץ את האוויר תחתיו מכובד משקל האדם (המשטח בדיוק בגודל הבריכה ויכול לנוע מעלה ומטה אך האזור תחתיו נשאר אטום).

תוך כמה זמן הבריכה תתרוקן אם נתון כי נפל המים בבריכה בתחילה הוא  $K$  וצמיגות המים היא  $\eta$ ?



## טמפרטורה, התפשטות תרמית וחוק הגז האידיאלי

### דוגמה-טמפרטורה שווה

א. גוף נמצא בטמפרטורה של  $37^{\circ}\text{C}$  מה הטמפרטורה של הגוף בפרנהייט?  
ב. מודדים את הטמפרטורה של גוף פעם אחת בצלזיוס ופעם אחת בפרנהייט ומקבלים שכמות הערך הנמדד זהה (כלומר אותו מספר בצלזיוס ובפרנהייט). מהי טמפרטורת הגוף?

תשובה:

$$1c) \quad 98.6^{\circ}\text{F}$$

$$2) \quad -40^{\circ}\text{C}$$

### דוגמה-גשר ברזל

מוטות הברזל שתומכות בגשר הן באורך של 80 מטר כאשר הטמפרטורה היא  $20^{\circ}\text{C}$  מעלות צלזיוס. אם הטמפרטורות בסביבה בו מציבים את הגשר נעות בין  $10^{\circ}\text{C}$  ל  $50^{\circ}\text{C}$  מה האורך המקסימאלי והמינימלי של המוטות?

תשובה:

$$l_{max} = \boxed{80.0288\text{m}}$$

$$l_{min} = \boxed{79.9712\text{m}}$$

### דוגמה - טבעת על מוט

הקוטר של מוט ברזל הנמצא ב  $20^{\circ}\text{C}$  הוא  $5.50\text{ cm}$ . רוצים להלביש טבעת, העשויה ברזל גם כן, על המוט. קוטר הפנימי של הטבעת ב  $20^{\circ}\text{C}$  הוא  $5.48\text{ cm}$ . לאיזה טמפרטורה צריך לחמם את הטבעת אם נרצה שקוטר הפנימי יהיה ב  $0.005\text{ cm}$  גדול מזה של המוט.

תשובה

$$T = 400^{\circ}\text{C}$$

### דוגמה-מיכל מים

מיכל בצורה של גליל ברדיוס  $20\text{ cm}$  ובגובה  $60\text{ cm}$  עשוי מזכוכית רגילה. ממלאים את המיכל במים בבוקר כאשר הטמפרטורה היא  $15^{\circ}\text{C}$  (ניתן להניח שזו טמפ' המיכל והמים). כמה מים ישפכו עד השעה 14:00 בה הטמפ' היא  $40^{\circ}\text{C}$ . הזנח איבוד מים הנגרם מאידוי

תשובה:

$$V_{\text{שפך}} = 0.3563 \cdot \text{C.מ}^3$$

### דוגמה -בלון הליום

- א. מהי המסה האטומית של אטום הליום (He) בעל שני פרוטונים ושני נויטרונים?  
ב. חשב את המסה המולרית של הליום?  
ג. כמה מולים יש בבלון המכיל  $50\text{ גרם}$  הליום?  
ד. כמה אטומים של הליום יש בבלון?

1)  $m_a \approx 4u$

2)  $M \approx 4\text{gr}$

3)  $12.5\text{ mol}$

4)  $7.53 \cdot 10^{24}$   
אטומים

### דוגמה-ערבוב הליום ומימן

ערבבו  $50\text{ מול}$  של מימן עם  $30\text{ מול}$  של הליום  $4$ . מהי מסת החומר לאחר הערבוב?

$$170\text{gr}$$

### דוגמה-בקבוק מים

בקבוק מים מכיל  $2\text{ ליטר}$  מים. הנח שצפיפות המים היא  $1\text{ kg/L}$ .

- א. חשב את המסה המולקולרית של מים ( $H_2O$ ).  
 ב. כמה מולים של מים יש בבקבוק?

הצליחו לפרק כל מולקולה בבקבוק לשני אטומים של מימן ואטום של חמצן.

ג. כמה מולים של מימן וכמה מולים של חמצן יש בבקבוק?

א)  $18u$

ב)  $111mol$

ג)  $22L$  מימן,  $111mol$  חמצן

### דוגמה-חנקן דו חמצני

חנקן דו חמצני ( $NO_2$ ) מורכב מאטום חנקן ושני אטומי חמצן. רוצים להכין 50 מול של חנקן דו חמצני ע"י ערבוב של מיכל המכיל חמצן ( $O_2$ ) בלבד ומיכל המכיל חנקן בלבד.

- א. כמה מולים צריכים להיות בכל מיכל לפני הערבוב?  
 ב. כמה מולים היו צריכים להיות במיכל החמצן אם חמצן היה גז חד אטומי (כלומר כל חלקיק בגז היה מורכב מאטום יחיד של חמצן)?  
 ג. מהי מסת החמצן ומהי מסת החנקן לפני הערבוב?

א)  $50mol$  חנקן,  $50mol$  חמצן

ב)  $100mol$  חמצן

ג)  $0.7kg$  → חנקן

$1.6kg$  → חמצן

### דוגמה-גז

גז מוחזק במיכל ברזל סגור בלחץ של  $1 atm$  ובטמפ' של  $25^\circ C$ . מחממים את המיכל לטמפ' של  $100^\circ C$ . מה יהיה הלחץ של הגז במיכל?

$1.25 atm$

### דוגמה-נפח של מול אחד

מצא מהו הנפח של מול אחד של גז כלשהו ב-STP?

$$\approx 22.41 \text{ L}$$

### תרגיל-מנפחים בלון

- מנפחים בלון בגז הליום עד אשר הוא מגיע לנפח של  $2 \text{ L}$  ב STP .  
א. מהו מספר המולים של הליום שהוכנסו לבלון?  
ב. מהי מסת הגז שהוכנסה לבלון?  
ג. מהי התשובה לסעיף א אם הטמפרטורה היא טמפרטורת החדר (בערך  $27^\circ\text{C}$ )

1)  $0.0892 \text{ mol}$

2)  $0.359 \text{ gr}$

3)  $0.6812 \text{ mol}$

### תרגיל-לחץ בצמיג מתחמם

- מנפחים צמיג לפני נסיעה ללחץ של  $32 \text{ psi}$  ( $1 \text{ psi} \approx 6,895 \text{ Pa}$ ) ביום בו הטמפרטורה היא  $27^\circ\text{C}$  .  
לאחר נסיעה ארוכה טמפרטורת הצמיג עולה כתוצאה מחיכוך עם הכביש ל  $60^\circ\text{C}$  . מה יהיה הלחץ  
החדש בצמיג ב  $psi$  ?) שים לב שהלחץ הנמדד בצמיג הוא ביחס ללחץ אטמוספרי)

$$\approx 37 \text{ psi}$$

### דוגמה-מולקולות בנשימה

הערך כמה מולקולות ישנם בנשימה אחת אם בערך נפח האוויר בנשימה הוא ליטר אחד.

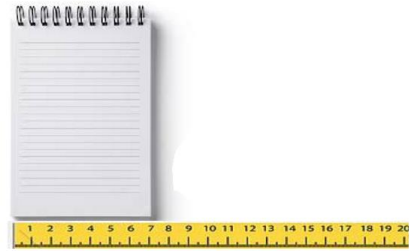
$$\approx 2.45 \cdot 10^{22}$$

### תרגיל-סרט מדידה

- סרט מדידה עשוי מברזל, הסרט כויל בטמפרטורה של  $15^\circ\text{C}$  . מודדים עם הסרט ביום בו הטמפרטורה היא  $35^\circ\text{C}$  .  
א. האם המדידה שיראה הסרט נמוכה או גבוה מהאורך האמיתי.



ב. חשב את אחוז הטעות במדידה של הסרט.



1)  $\boxed{1.4\%}$

2)  $\boxed{0.024\%}$

### תרגיל-צוללן מנפח ריאות

צוללן מנפח את הריאות לנפח מקסימלי של 5 L כאשר הוא 7 מטר מתחת לפני המים. מה יהיה נפח הריאות של הצוללן אם יעלה לפני המים ויחזיק את נשימתו עצורה. הערה: לחץ בתוך מים גדל ב  $9.8 Pa$  לכל מילימטר גובה (או עומק) מתחת לפני המים.

$\approx \boxed{8.42 L}$

### תרגיל-מתי למלא דלק?

הצפיפות של דלק ב  $0^{\circ}C$  היא  $0.68 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$

א. מה הצפיפות של דלק ביום חם בו הטמפרטורה היא  $40^{\circ}C$

ב. מה אחוז השינוי בצפיפות?

ג. אם מחיר הדלק נקבע לפי ליטרים (כלומר לפי הנפח) מתי עדיף למלא דלק ביום קר או חם?

1)  $\boxed{0.655 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}}$

2)  $\approx \boxed{3.68\%}$

3)  $\boxed{\text{ביום הקר}}$

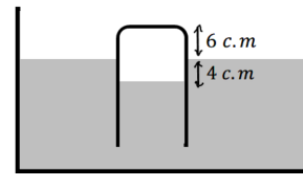
### תרגיל-צינורית במיכל כספית

מיכל גדול מאוד מכיל כספית ונמצא בחדר לחץ בו לחץ האוויר אינו ידוע. טובלים במיכל צינורית זכוכית דקה הסגורה בחלקה העליון. כאשר מחזיקים את הקצה העליון של הצינורית בגובה 6 ס"מ מעל פני הכספית במיכל, גובה הכספית בצינורית הוא 4 ס"מ מתחת לפני הכספית במיכל. כאשר מחזיקים את הקצה העליון של הצינורית בגובה 17 ס"מ מעל פני הכספית במיכל, גובה הכספית בצינורית הוא 5 ס"מ מעל לפני הכספית במיכל. הנח שגובה פני הכספית במיכל קבוע.

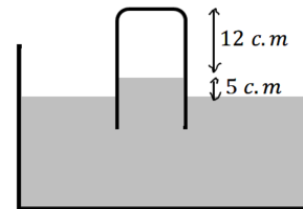
א. מהו לחץ האוויר בחדר?

ב. באיזו גובה צריך להחזיק את קצה הצינורית מעל המיכל כך שפני הכספית בצינורית יהיו בגובה הכספית של המיכל?

מקרה 1



מקרה 2

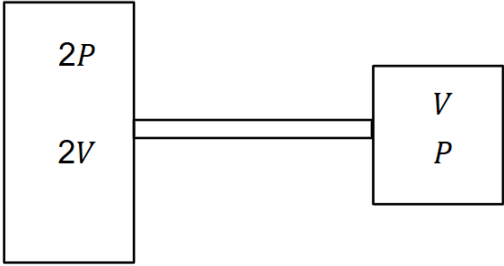


1c)  $0.656 \text{ atm}$

2)  $40.8 \text{ c.m}$

### תרגיל - שני מיכלים מחוברים בצינורית

שני מיכלים מלאים בגזים שונים ונמצאים באותה הטמפרטורה. נפח מיכל אחד הוא  $V$  והלחץ בו  $P$  ונפח המיכל השני הוא  $2V$  והלחץ בו  $2P$ . מחברים את המיכלים בצינור בעל נפח זניח. בעת הערבוב כל מולקולה ממיכל אחד מתרכבת עם מולקולה ממיכל 2 ונוצרת מולקולה אחת חדשה (לא כל המולקולות במיכל 2 מתרכבות) מה הלחץ במיכלים לאחר החיבור בהנחה כי הטמפרטורה לא משתנה (הבא תשובתך באמצעות  $P$ )



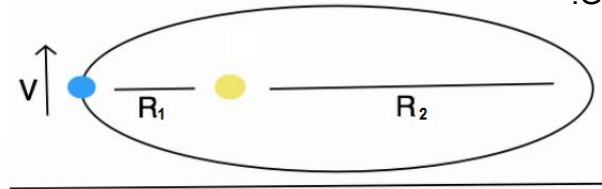
$$\frac{4}{3} P$$

## פרק 22 - תרגילים ברמת מבחן

### ארץ סובב שמש

כדור הארץ סובב סביב השמש בהקפה אליפטית. נתונים המרחקים בשיא האליפסה (המרחק הקצר ביותר והארוך ביותר). נתונה גם מהירות כדור הארץ בנקודה הקרובה ביותר.

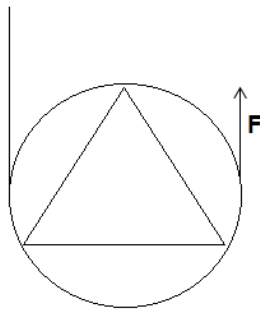
- (א) מצא את מהירות כדור הארץ בנקודה הרחוקה ביותר.
- (ב) רשום את משוואת שימור האנרגיה לשתי הנקודות אלה.
- (ג) מצא את מסת השמש, אם נכון קבוע הגרביטציה  $G$ .



### חישוק ומשולש בתוכו

נתון גוף הבנוי מחישוק ברדיוס  $R$  בעל מסה  $M$ , ובתוכו משולש שווה צלעות שאורך כל צלע  $3R$  ומסתו  $m$ . עובי החלקים בגוף זניח וצפיפותם אחידה.

- (א) מהו מומנט ההתמד של הגוף?
- (ב) מהו כוח  $F$  במצב של שיווי המשקל?
- (ג) בזמן  $t=0$  מתחיל לפעול הכוח  $F$ , כך ש- $F=(m+M)3g$ . הטבעת מתגלגלת מעלה ללא החלקה. מצאו את התאוצה הזוויתית של הטבעת.
- (ד) מהי האנרגיה הקינטית של הגוף כפונקציה של הזמן?



### מוט נופל

נתון מוט חסר מסה באורך  $L$  ובראשו מסה  $m$  המתחיל נפילה ממנוחה. בטא את הגדלים הבאים כפונקציה של זווית הנפילה-

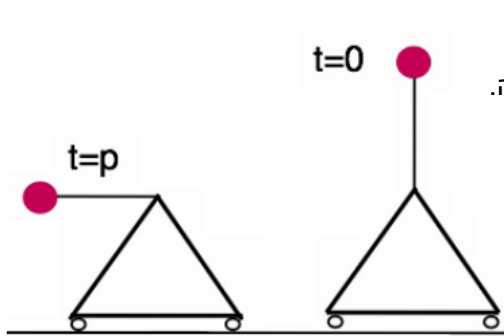
- (א) מהירות ותאוצה (רדיאלית ומשיקית) של המסה בקצה המוט.
- (ב) נורמל וחיכוך שמפעילה הרצפה.

השאלה מתייחסת לשלב הנפילה עד רגע ההחלקה.



### מסה נופלת על משולש

נתון משולש שווה צלעות בעל מסה  $M$  (צפיפות אחידה) ועליו מוט חסר מסה ובסופו מסה  $m$ . גודל כל האורכים בשרטוט הוא  $L$ . המשולש מחובר בבסיסו לשני גלגלים קטנים כך שהוא חופשי לנוע לצדדים. המסה מתחילה ליפול ממנוחה כך שברגע  $p$  היא נמצאת מאוזנת לקרקע. שלושת הסעיפים מתייחסים לרגע זה.



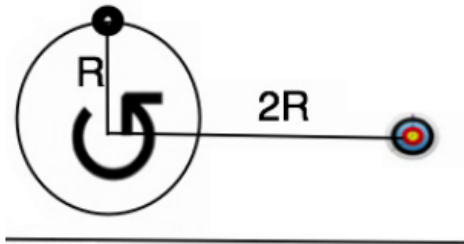
- (א) מצא את מרכז המסה של העגלה.
- (ב) מצא את מהירות המסה  $m$ .
- (ג) מצא את הנורמלים שמפעילים שני הגלגלים על העגלה.

### מתנועה מעגלית לפגיעה במטרה (מבט מלמעלה)

חוט מסובב מסה ממנוחה עם תאוצה זוויתית. המתיחות המקסימלית בחוט היא  $p$  ומעבר למתיחות זו החוט נקרע.

- (א) מה צריכה להיות התאוצה של מנת שהמסה תפגע במטרה?
- (ב) מה תהיה מהירות הפגיעה?

התייחס לנתונים כפי שמופיעים בשרטוט. השרטוט מתאר את רגע תחילת התרגיל. על המסה להשתחרר לפני שהיא מסיימת הקפה אחת של המעגל.



### תנועה תחת פיי

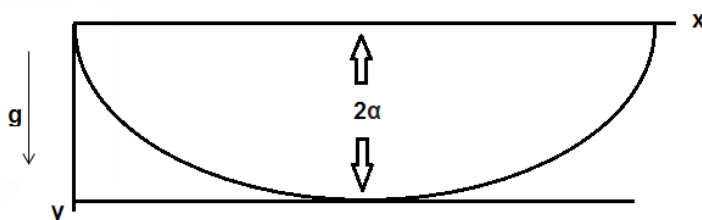
גוף נקודתי בעל מסה  $m$  נע במסלול ציקלואיד המתואר ע"י:

$$x = \alpha(\theta - \sin \theta)$$

$$y = \alpha(1 - \cos \theta)$$

כשאר  $\alpha$  קבוע ו- $\theta$  הינו משתנה של הבעיה. הגוף מתחיל את תנועתו ממנוחה מנק'  $(0,0)$ , נע בשדה גרביטציה  $g$  כמתואר בשרטוט. נקודת החוט לאנרגיה הפוטנציאלית תהיה בתחתית המסלול (בנקודה בה  $y = 2\alpha$ ).

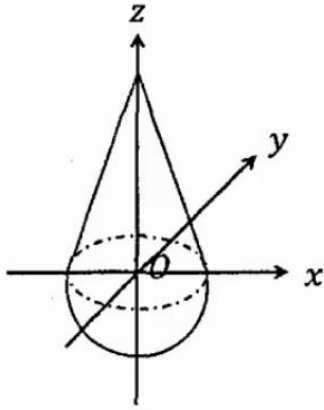
- (א) מהי מהירותו של הגוף בתחתית המסלול?
- (ב) כיתבו את משוואת התנועה עבור הגוף  $\theta$  לאורך המסלול. יש לבטא את משוואת התנועה וקבועי השאלה  $(g, \alpha)$ .
- (ג) פתור את משוואת התנועה של סעיף ב' על פי תנאי ההתחלה עבור  $\theta(t), x(t), y(t)$ .
- (ד) הראו שהגוף יבצע תנועה מחזורית עם זמן מחזור המתאים למטוטלת מתמטית בעלת אורך  $l$ . מהו  $l$  המתאים לבעיה הנ"ל?



### נחום תקום, מבחן ת"א

גוף מורכב מחרוט בעל זווית מפתח  $\alpha$ , בסיס הרדיוס  $a$  וגובה  $h$  היושב על חצי כדור בעל רדיוס דומה כמתואר בשרטוט. לחצי חרוט ולכדור צפיפות מסה אחידה וזהה  $\rho$ .

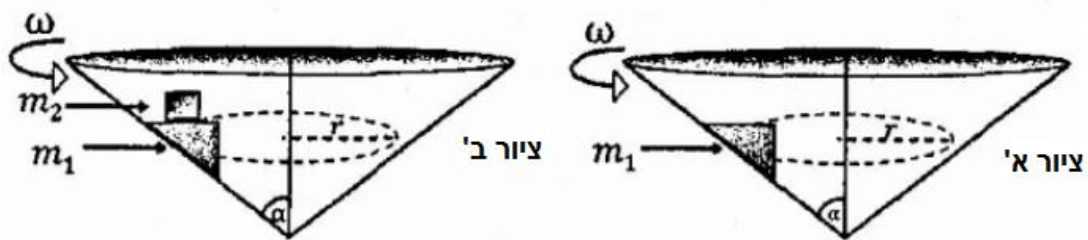
- (א) חשב את מרכז המסה של החרוט ביחס לראשית  $O$  הנמצאת על משטח החיבור בין הגופים. (ראה ציור עם הגדרת ראשית הצירים).
- (ב) חשב את מרכז המסה של כל המערכת בהינתן מרכז המסה של חצי כדור:  $z_{c.m} = -3a/8$ .
- (ג) מטרים את הגוף הנ"ל בזווית  $\theta$  ביחס לאנך. מהי האנרגיה הפוטנציאלית כתלות בזווית זו?



### מסות על חרוט, מבחן ת"א

מסה  $m_1$  נמצאת בתוך קונוס, בעל זווית מרכזית  $\alpha$ , המסתובבת במהירות קבועה  $\omega$ . המסה מחוברת במסילה לקונוס, הגורמת לה להסתובב יחס איתו במהירות קבועה. בנוסף המסה יכולה לנוע מעלה ומטה על הדופן של הקונוס ללא חיכוך.

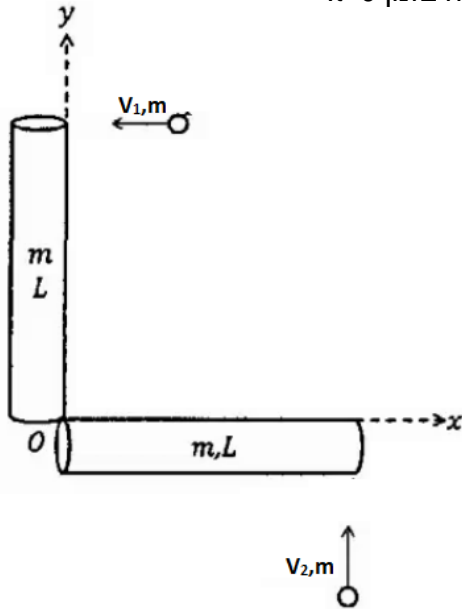
- (א) מהו רדיוס הסיבוב  $z$  שבו  $m_1$  תהיה בשיווי משקל, כלומר המסה המסתובבת לא תנוע מעלה או מטה על גבי דופן הקונוס. (כמתואר בשרטוט א').
- (ב) כעת מניחים על גבי מסה  $m_1$  מסה נוספת,  $m_2$  (כמתואר בשרטוט ב'). מקדם החיכוך הסטטי בין המסות הוא  $\mu_s$ . מהירות הסיבוב של מסה  $m_1$  אינה משתנה כתוצאה מהוספת המסה  $m_2$  למערכת, ובנוסף המסה החדשה אינה מחליקה על גבי מסה  $m_1$ . האם רדיוס התנועה, שבו נמצאת המערכת בשיווי משקל, ישתנה? הסבר.
- (ג) מהו ערכו המינימלי של מקדם החיכוך הסטטי  $\mu_s$  שינמע החלקה בין המסות? הנח כי החלק העליון של  $m_1$  הוא אופקי.



**כדורים פוגעים במוטות, מבחן ת"א**

שני מוטות דקים וארוכים במנוחה, בעלת מסה  $m$  ואורך  $L$  כל אחד מחוברים בזווית ישרה בנק'  $O$ , ראשית הצירים, כמתואר בשרטוט. שתי המסות  $m$  נעות בניצב למוטות ומתנגשות בקצה המוטות במהירות  $\vec{V} = -V_0 \hat{x}$ , נתון כי בזמן  $t=0$  המסות נצמדות למוטות בבת אחת.

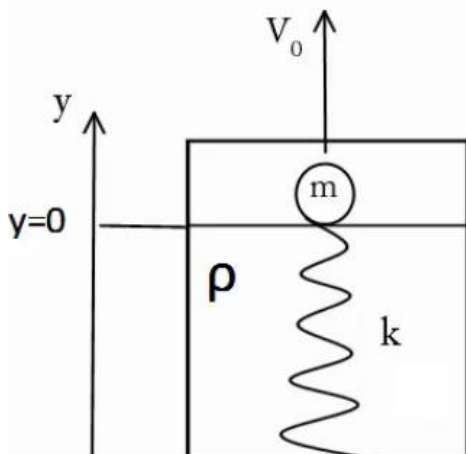
- (א) מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה עבור  $t=0$ .
- (ב) מצאו את וקטור המיקום של מרכז המסה עבור  $t>0$ , ביחס למיקום מרכז המסה בזמן  $t=0$  (ברגע הצמדות המסות למוטות).
- (ג) מהי המהירות הזוויתית של המערכת בתנועה הסיבובית ביחס למרכז המסה שחושב בסעיף ב'?
- (ד) מצאו את וקטור המיקום של הנקודה  $O$ , ביחס למיקומה בזמן  $t=0$ .



**מצוף בתנועה הרמונית, מבחן ת"א**

נתונים מסה כדורית קטנה  $m$  שרדיוסה  $R$  וקפיץ אנכי, אידיאלי וחסר מסה, בעל קבוע קפיץ  $K$ , הקפיץ ממוקם בתוך נוזל צמיגי שצפיפותו  $\rho$  וצמיגותו נתונה. המצב הרפוי של הקפיץ הוא כשאר הוא בגובה פני הנוזל, כמתואר בשרטוט.

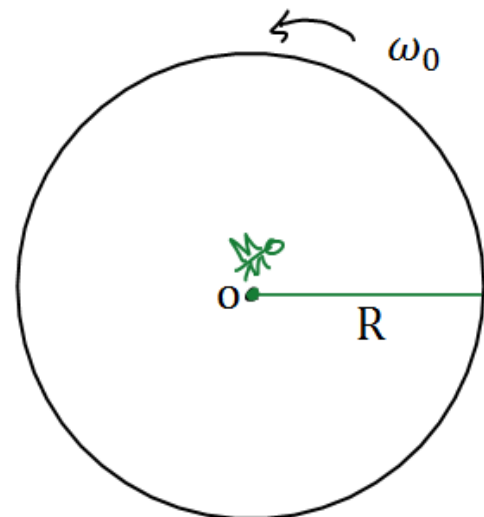
- (א) כאשר המסה ממוקמת על שפת הנוזל, כמתואר בשרטוט, מעניקים לה מהירות התחלתית  $V_0$  כלפי מעלה, מה יהיה הגובה המקסימלי אליו תגיע המסה?
- (ב) מהי משוואת התנועה של המסה, כאשר היא נעה בתוך הנוזל? הניחו כי מרגע נגיעת המסה בפני הנוזל מהכדור נכנס במלואו לנוזל (יש להתעלם משלבי כניסת המסה לנוזל). כמו כן יש להניח כי פני הנוזל לא השתנו בשל כניסת הכדור לנוזל. רמז: לפישוט המשוואה, יש לבצע החלפת משתנים.
- (ג) בהנחת ריסון חלש, מהו הפתרון הכללי של משוואת התנועה בתוך הנוזל? מהם תנאי ההתחלה של התנועה?
- (ד) כעבור כמה זמן, מרגע כניסת המסה למים, תחזור המסה לפני המים (המצב המתואר בתחילת סעיף ב')?



## זבוב על דיסקה

דיסקה עגולה שטוחה שמסתה  $M$  ורדיוסה  $R$  מסתובבת במהירות זוויתית התחלתית  $\omega_0$  סביב מרכז הנמצא במנוחה על גבי שולחן חסר חיכוך (הדיסקה אינה מחוברת לשולחן!). מתחת למרכז הדיסקה, על השולחן מצוירת נקודה ירוקה (להלן הנקודה  $O$ ) במרכז הדיסקה ישן זבוב נקודתי ירוק שמסתו  $m$ . על הדיסקה קו רדיאלי ירוק.

1. ברגע  $t = 0$  מתעורר הזבוב והוא מתחיל ללכת על גבי הקו הרדיאלי. מצאו את מיקום הנקודה  $O$  (שעל השולחן) ביחס לזבוב כפונקציה של המרחק  $h$  בין הזבוב למרכז הדיסקה. הניחו כי הזבוב נמצא בראשית, ציר "x" שלו מכוון בכיוון מרכז הדיסקה וציר "y" מאונך לו במישור הדיסקה.
2. מצאו את המהירות הזוויתית של הדיסקה כאשר הזבוב מגיע לשפתה.
3. בדקו את תשובתכם לסעיף ב' עבור  $m \ll M$  ו  $m \gg M$ .
4. אם הזבוב נע במהירות קבועה  $V_0$  ביחס לדיסקה, מהו כוח החיכוך בין הזבוב לדיסקה רגע לפני שהזבוב הגיע לשפת הדיסקה?



תשובות: 1.  $x_0 = \frac{Mh}{m+M}$

2.  $\omega_f = \frac{\omega_0 (M+m)^2}{3m^2 + 4mM + M^2}$

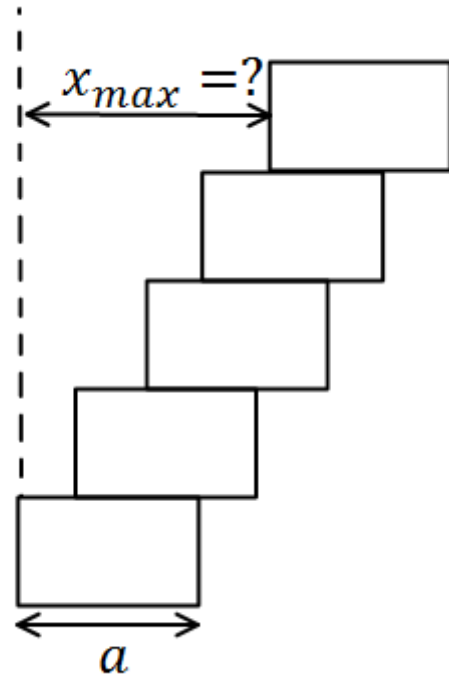
4.  $f_s = - \frac{mM(M+m)^3 \omega_0^2 R}{(3m^2 + 4mM + M^2)^2} \hat{r} + mMv_0 \omega_0 \left( \frac{(M+m)^2}{3m^2 + 4mM + M^2} - \frac{4m}{(M+3m)^2} \right) \hat{\theta}$



## מגדל קוביות

דני מנסה לבנות מגדל מ 5 קוביות זהות בעלות פאה באורך  $a$ . מהו המרחק המקסימאלי הניתן להניח את הקובייה העליונה ביותר כך שהמגדל לא ייפול (מדוד את המרחק בין הצלע השמאלית של הקובייה הראשונה לצלע השמאלית של הקובייה עליונה)

רמז: התחל את החישוב מהקובייה העליונה.



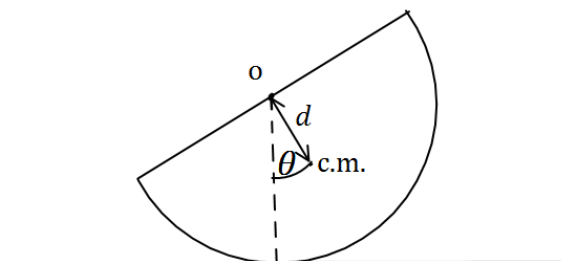
תשובה:  $\frac{25a}{24}$

## חצי כדור בתנועה הרמונית

חצי כדור ברדיוס  $R$  ומסה  $M$  מונח על משטח. מסיטים את החצי כדור בזווית קטנה ממצב שיווי המשקל ומשחררים ממנוחה.

מצא את תדירות התנודות הקטנות אם הכדור מתגלגל ללא החלקה.

( מרכז המסה של חצי כדור נמצא במרחק  $d = \frac{3}{8}R$  ממרכז הכדור המלא )

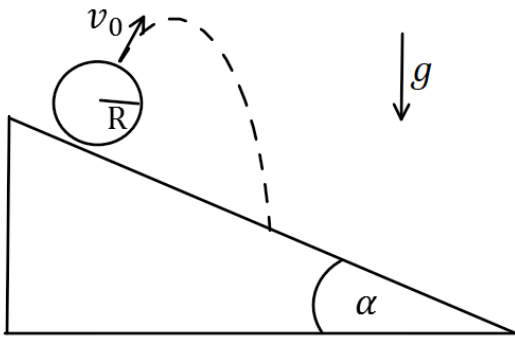


תשובה:  $\sqrt{\frac{15g}{26R}}$

**כדור נזרק לעבר מישור משופע עם חיכוך**

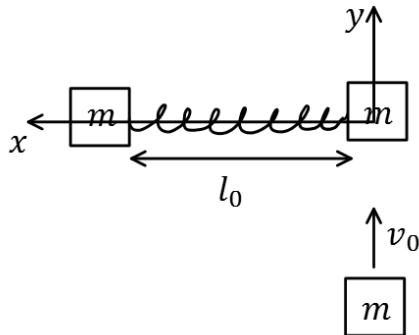
כדור ברדיוס  $R = 20 \text{ cm}$  העשוי מחומר אחיד ואלסטי נזרק במהירות  $v_0 = 20 \frac{m}{s}$  בניצב למישור חלק (ללא חיכוך), המשופע בזווית  $\alpha = 30^\circ$  לאופק.  
 א. מצא היכן ייפול הכדור על המישור המשופע.  
 ב. מצא את וקטור המהירות של הכדור מיד לאחר הפגיעה המישור.

כעת נתון שבין המשטח לכדור יש חיכוך ומקדם החיכוך הוא  $\mu_k = 0.15$ , נתון כי ההתנגשות בניצב למישור היא עדיין אלסטית.  
 ג. חזור על סעיף ב'  
 ד. מהי המהירות הסיבובית של הכדור אחרי הפגיעה?  
 ה. מהי מהירות נקודת המגע של הכדור עם המישור מיד לאחר הפגיעה?



**מסות מצומדות מסתובבות**

שתי מסות  $m$  זהות מחוברות ע"י קפיץ חסר מסה בעל קבוע  $k$  ואורך רפוי  $l_0$ . המסות נמצאות במנוחה על שולחן לאורך ציר ה- $x$ . מסה שלישית נעה במהירות  $v_0$  לכיוון המסה הימנית ולאורך ציר ה- $y$ . המסה מתנגשת במסה הימנית התנגשות פלסטית.  
 א. מהו מיקום מרכז המסה של כל הגופים כתלות בזמן לאחר ההתנגשות?  
 ב. מהו התנע הזוויתי של הגופים במערכת מרכז מסה?  
 ג. מהו הכיוון המינימלי של הקפיץ לאחר ההתנגשות?  
 יש רק להגיע למשוואה ממעלה רביעית ממנה ניתן למצא את הפתרון.



### מסות מצומדות עם פוטנציאל ריבועי

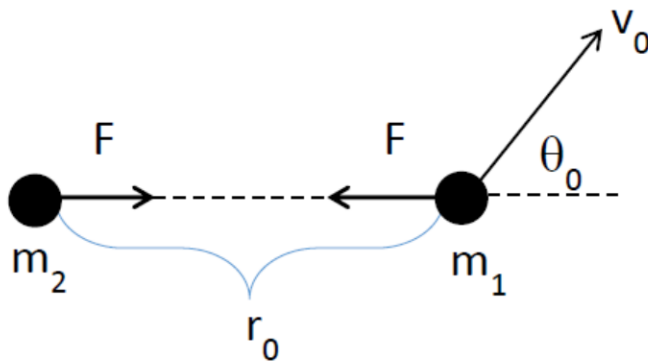
נתונים שני גופים אשר ביניהם פועל כוח משיכה משמר עם הפוטנציאל  $V(r) = Ar^2 + B$ , כאשר  $r$  הוא המרחק בין הגופים ו  $A, B$  קבועים נתונים. מסות הגופים הן  $m_1$  ו  $m_2$ . בתחילת התנועה המרחק בין הגופים נתון והוא  $r_0$ , המסה  $m_2$  במנוחה והמסה  $m_1$  נעה במהירות  $v_0$  ובזווית  $\theta_0$  ביחס לקו המחבר בין שתי המסות (ראה איור).

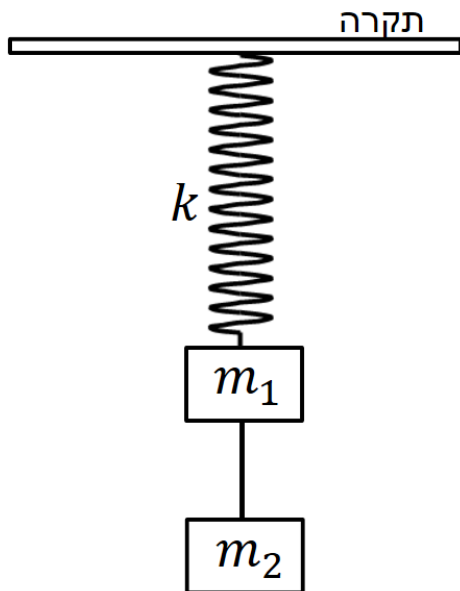
א. מצא את התנאי על  $v_0$  ועל  $\theta_0$  כך שהמרחק בין הגופים יישאר קבוע במהלך התנועה.

כעת הנח שהמרחק במהלך התנועה אינו קבוע ו  $\theta_0, v_0$  נתונים.

ב. חשב את התנע הזוויתי והאנרגיה הכוללת כפי שאלו נמדדים במערכת מרכז המסה. האם גדלים אלו נשמרים במהלך התנועה? נמק מדוע.

ג. מצא את המרחק המינימאלי והמקסימאלי בין הגופים במהלך התנועה.





### מסה קשורה למסה ולקפיץ אנכי

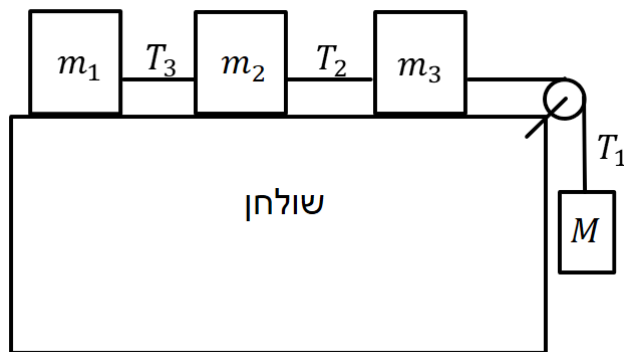
גוף שמסתו  $m_2 = 4\text{kg}$  נקשר לגוף נוסף שמסתו  $m_1 = 2\text{kg}$  בחוט. הגוף שמסתו  $m_1$  קשור לקפיץ אנכי בעל קבוע קפיץ  $k = 100\text{ N/m}$ . המערכת נמצאת בשיווי משקל ובמנוחה. ב  $t = 0$  נקרע החוט הקושר בין המסות.

- מהי משרעת התנודות?
- מהו זמן המחזור של התנודות?
- מהו הביטוי למיקום כתלות בזמן?
- מהי האנרגיה האלסטית האגורה במערכת בנקודת שיא הגובה?

### מסה תלויה גלגלת ושלוש מסות על שולחן

שלוש מסות  $m_1 = m_2 = m_3 = 15\text{kg}$  נמצאות על שולחן אופקי ומחוברות בחוט דק למסה  $M = 20\text{kg}$ . החוט עובר דרך גלגלת אחידה בעלת רדיוס  $R = 15\text{cm}$  ומומנט התמד  $I = 0.7\text{kg} \cdot \text{m}^2$  כמתואר באיור. החוט אינו מחליק על הגלגלת ואין חיכוך בין המסות  $m_1, m_3$  לשולחן. בין המסה  $m_2$  לשולחן ישנו חיכוך ומקדם החיכוך הוא  $\mu_s = \mu_k = 0.23$ .

- מצא את תאוצת המסה  $M$  ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה.
- מהו יחס המתחיות  $\frac{T_1}{T_3}$  ברגע שמשחררים את המערכת ממנוחה?
- כמה זמן ייקח לגלגלת להשלים סיבוב אחד מרגע שחרור המערכת?

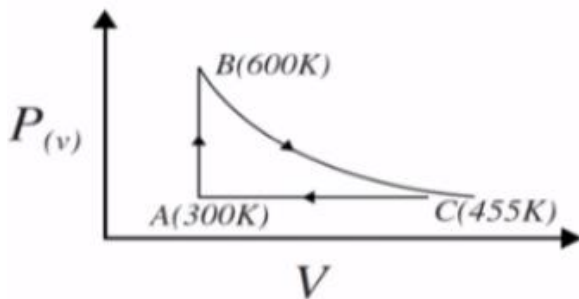
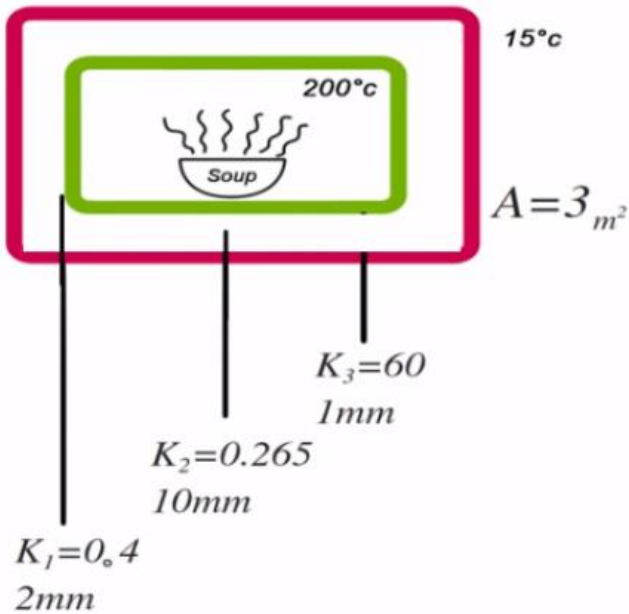


## פרק 23 – תרמודינמיקה

### תרגילים לבקשת הסטודנטים

בידוד של תנור  
נתון תנור חימום עם הנתונים שבשרטוט.

- (א) מהי התנגדותו הטרמית של התנור?  
 (ב) כמה אנרגיה יש להשקיע על מנת לשמור את התנור בטמפרטורה הנתונה?  
 כעת נתון כי השכבה החיצונית נוגעת בשכבה הפנימית של תנור (אין בידוד אוויר).  
 (ג) כמה אנרגיה יש להשקיע כעת על מנת לשמור על הטמפרטורה קבועה?  
 (ד) אם נשקיע את אותה אנרגיה כמו שמצאנו בסעיף ב', מה תהיה הטמפרטורה בתוך התנור?



**חישובים של מחזור עבודה שלם**  
נתון הגרף הבא.

- חשב בכל אחד משלושת השלבים:  
 (א) כמה השתנה החום  
 (ב) כמה השתנה האנרגיה  
 (ג) כמה עבודה נעשתה