

תוכן העניינים:

2	מערכות ספרתיות
2	תזמונים והפרעות במעגלים ספרתיים
2	מימושים חומרתיים ותזמונים:
2	סיכום כללי:
5	שאלות:
5	תשובות סופיות:
6	הפרעות וסיכונים במעגל ספרתי:
6	סיכום כללי:
8	שאלות:
11	תשובות סופיות:
12	אלגוריתם לחישוב זמן השהיה מירבי:
12	סיכום כללי:
16	שאלות:
17	תשובות סופיות:

מערכות ספרתיות

תזמונים והפרעות במעגלים ספרתיים

מימושים חומרתיים ותזמונים:

סיכום כללי:

שיטות ייצוג של פונקציות מיתוג:

הבלוקים הבסיסיים ביותר שמייצגים פונקציות מיתוג הינן שערים לוגיים, כפי שהכרנו בעבר.

ניתן להציג פונקציות מיתוג (קרי: שער לוגי) באחת מהדרכים הבאות:

- תיאור באמצעות דיאגרמה לוגית.
 - תיאור מתמטי.
 - תיאור ע"י טבלת אמת או מפת קרנו.
- בתיאור לוגי, השער הלוגי ממומש ע"י חומרה אלקטרונית וקווי החיבורים מייצגים חוטים חשמליים.

תכן לוגי (סינתזה):

תכן לוגי עוסק בתכנון מעגלים ספרתיים באמצעות שערים. נעזר באלגברת המיתוג בכדי לתאר:

- התיאור הלוגי של פעולת המעגל.
- מזעור גודל המעגל (על-ידי צמצומים).
- המרת פונקציות המיתוג לתת קבוצה של שערים המהווים מערכת פעולות שלמה (כלומר מימוש באמצעות NAND או NOR אשר פשוטים למימוש חשמלי).

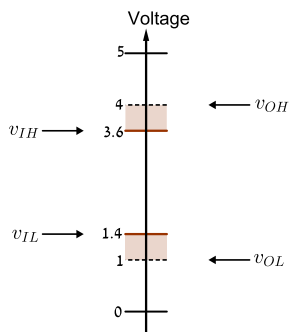
הבדלים עקרוניים בין פונקציות מיתוג לבין מעגלים אלקטרוניים:

פונקציות מיתוג מתייחסות לביטוי הבוליאני הממומש באחת מהדרכים לעיל, בעוד שמעגל אלקטרוני מתייחס למימוש החומרתי של הפונקציה הבוליאנית.

האות הנמדד	מימוש חומרתי	מימוש לוגי
מימד הזמן	זמן רציף המאפיין את העולם האמיתי.	סדרת מאורעות הנקבעת לפי השתנות הערכים הלוגים של משתני הכניסה.
האות הנמדד	אות רציף (כגון מתח חשמלי) בעל ערכים רציפים בתחום מסוים.	אות לוגי בעל שני ערכים בדידים של 0 ו-1.

הפשטת המודל החומרתי והתאמתו למודל הספרתי:

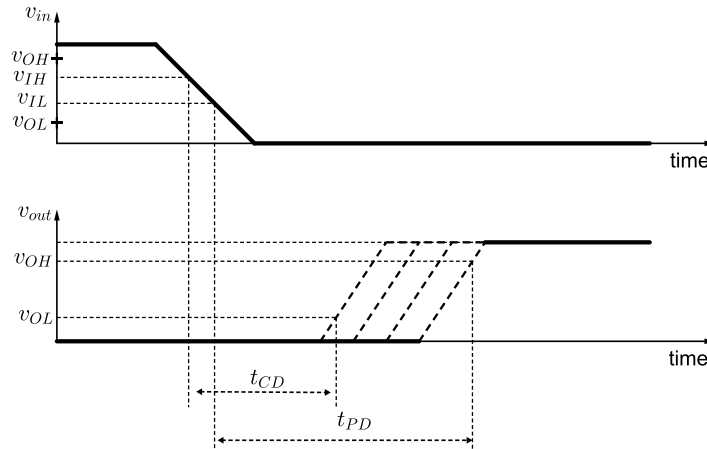
- מתח חשמלי גבוה ייצג '1' לוגי בעוד שמתח חשמלי נמוך ייצג '0' לוגי.
- ערכי מתחים בתחום שבין המתח הגבוה לנמוך יוגדרו כבלתי תקינים להצגת ערכים לוגים כלשהם.
- 'הסכמה' כי בזמנים מסוימים המעגל החומרתי מייצג את פעילותה של פונקציות מיתוג בעוד שבזמנים אחרים (שינוי ערכים מ-'גבוה' ל-'נמוך' למשל) הוא אינו מייצג אותה.



הגדרת מתחי כניסה ויציאה למעגל חומרתי:

- v_{IL} - מתח כניסה מירבי לייצוג '0' לוגי.
- v_{IH} - מתח כניסה מינימלי לייצוג '1' לוגי.
- v_{OL} - מתח יציאה מירבי לייצוג '0' לוגי.
- v_{OH} - מתח יציאה מינימלי לייצוג '1' לוגי.

הגדרות זמני השהייה:



זמן הזיהום (t_{CD} Contamination Delay):

זמן ההשהיה המינימלי בין השינוי הלוגי בערך כניסה ועד שערך המוצא הגיב ושינה את ערכו לראשונה.

זמן ההתקדמות (t_{PD} Propagation Delay):

זמן ההשהיה הכולל מהרגע שבו הכניסה הגיעה לערכה הלוגי החדש ועד שהמוצא התייצב על ערכו החדש.

זמני השהייה על בסיס ערכים לוגיים:

- זמני ההשהיה יכולים להיות תלויים (ושונים) בערך החדש של היציאה: t_L, t_H .
- זמני ההשהיה יכולים להיות תלויים הן במצב הקודם והן במצב החדש: $t_{HL}, t_{LH}, t_{LL}, t_{HH}$.
- זמני ההשהיה יכולים להיות תלויים בצירופי הכניסה עצמם של המעגל (גם הם אינם משנים את הערך הלוגי במוצא!).

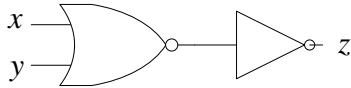
הגדרות זמנים נוספים:

t_r (rise time) – פרק הזמן שבו אות חשמלי נע מרמת מתח של 10% כלפי רמת מתח של 90%.

t_f (fall time) – פרק הזמן שבו אות חשמלי נע מרמת מתח של 90% כלפי רמת מתח של 10%.

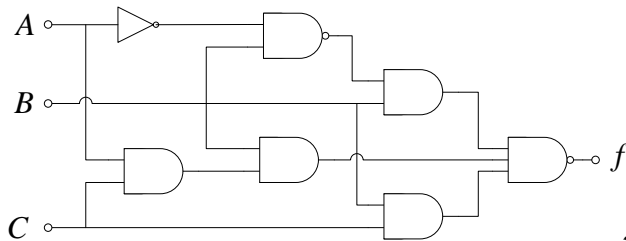
שאלות:

- (1) נתונים זמני ההשהיה של השערים שמעגל שלפניך. מצא את ההשהיה בין שינוי הערך הלוגי של x לבין שינוי הערך הלוגי במוצא z .



	NOR	NOT
t_{HL}	3 nsec	5 nsec
t_{LH}	6 nsec	2 nsec
t_{PD}	6 nsec	5 nsec

- (2) נתון המעגל הבא וזמני ההשהיה הבאים (המידות הן ב-nsec):



	AND	NAND	NOT
t_{HL}	3	5	1
t_{LH}	6	2	2

- א. מהי ההשהיה $t_{PHL}(A \rightarrow f)$?
 ב. מהי ההשהיה $t_{PLH}(A \rightarrow f)$?
 ג. מהי ההשהיה $t_{PLH}(C \rightarrow f)$?

תשובות סופיות:

- (1) $t_{PD}(x \rightarrow z) = 11 \text{ nsec}$, $t_{LH}(x \rightarrow z) = 5 \text{ nsec}$, $t_{HL}(x \rightarrow z) = 11 \text{ nsec}$ (1)
 (2) א. 14 nsec . ב. 8 nsec . ג. 5 nsec .

הפרעות וסיכונים במעגל ספרתי:

סיכום כללי:

הפרעות (סיכונים) במעגל ספרתי:

- סיכון סטטי (Static Hazard): מצב בו אנו מצפים לערך סטטי ('0 קבוע או '1 קבוע) ומקבלים במקומו עלייה/ירידה חדה. לתופעה הנ"ל קוראים גם בשם Spike או Glitch.
- סיכון דינאמי (Dynamic Hazard): מצב בו נצפה לשינוי ערך לוגי (מ-'0 ל-'1 או מ-'1 ל-'0) אך המעבר מתבצע בצורה מלוכלכת במקום נקייה.

תכנון מעגל Hazard-Free:

ננסח חוקים לתכנון מעגל שהוא ללא סיכונים (Hazard Free design):

- תנאי הכרחי ליציאת מעגל לוגי ללא סיכונים: בכל רגע נתון מותר לשנות ערך לוגי של כניסה אחת בלבד. למצב פעילות כניסות מערכת שכזה קוראים Fundamental Mode.
- טענת עזר ראשונה: מימוש שנעשה באמצעות מכפלה תקנית (או סכום תקני), שבו הכניסות פועלות ב-Fundamental Mode אינו מייצר סיכונים כלשהם ביציאה.
- טענת עזר שנייה: מימושים שנעשים באמצעות SOP ו-POS תקינים, שבהם הכניסות פועלות ב-Fundamental Mode אינו מייצר סיכונים דינאמיים (Dynamic Hazard) ביציאה.

הערה:

פעילות כניסות ב-Fundamental Mode הינו תנאי הכרחי אך אינו מספיק לתכנון מעגל Hazard Free.

היווצרות סיכונים סטטיים (Static Hazard) במימושי SOP ו-POS:

- סיכון סטטי (Static Hazard) מתרחש במימוש SOP במעבר מצירוף כניסה אשר מוציא 1 לוגי לצירוף סמוך לו אשר גם מוציא 1 לוגי אך נמצא ב-PI אחר.
ה-Static Hazard מתרחש רק במעבר של ליטרל אחד מ-1 ל-0 ולא הפוך.
- סיכון סטטי (Static Hazard) מתרחש במימוש POS במעבר מצירוף כניסה אשר מוציא 0 לוגי לצירוף סמוך לו אשר גם מוציא 0 לוגי אך נמצא ב-PI אחר.
ה-Static Hazard מתרחש רק במעבר של ליטרל אחד מ-0 ל-1 ולא הפוך.

מניעה של Static Hazard:

- במימוש SOP יש להוסיף מכפלה שמחברת בין ה-PI השונים.
- במימוש POS יש להוסיף סכום שמחבר בין ה-PI השונים.

איתור וטיפול בסיכונים סטטיים מתוך מפת קרנו:

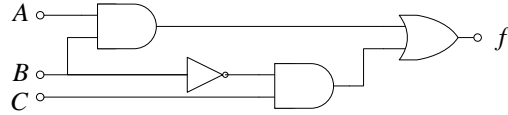
- במימוש SOP יש לאתר את כל ה-PI הסמוכים (אשר מעבר מאחד לשני שומר על ערך של 1 לוגי במוצא) ולהוסיף מכפלות שמקשרות אותן.
- במימוש POS יש לאתר את כל ה-PI הסמוכים (אשר מעבר מאחד לשני שומר על ערך של 0 לוגי במוצא) ולהוסיף סכומים שמקשרים אותם.

איתור וטיפול בסיכונים סטטיים באופן אלגברי:

- מכפלות משיקות הן כאלה שמכילות ליטרל אחד (בלבד) שמופיע בערכו הרגיל במכפלה אחד ובערכו המשלים במכפלה השניה, למשל: AB, BC .
- לליטרל (המשתנה) הכפול קוראים Coupled Variable ולליטרלים האחרים קוראים Residue Variables.
- כדי לאתר מכפלה (נקראת: Hazard Cover) שתמנע Static Hazard יש לקחת את כל Residue Variables משתי המכפלות המקוריות, למשל: $AB, BC \rightarrow AC$.
- יש למצוא ולהוסיף את כל המכפלות למימוש הפונקציה.
- במימוש POS נעסוק בסכומים משיקים ושם יש להכפיל את מימוש הפונקציה בכל הסכומים הנוספים בכדי לקבל מימוש שהוא Hazard Free.

שאלות:

1 נתון המעגל הבא :



א. שרטט דיאגרמת זמנים של המעגל עבור המצב שקיים אפשרות למרוץ (Hazard) או Spikes.

בחר צירופי כניסה שניתן להראות את התופעה במעברים שלהם והנח כי לכל השערים t_{pd} זהה.

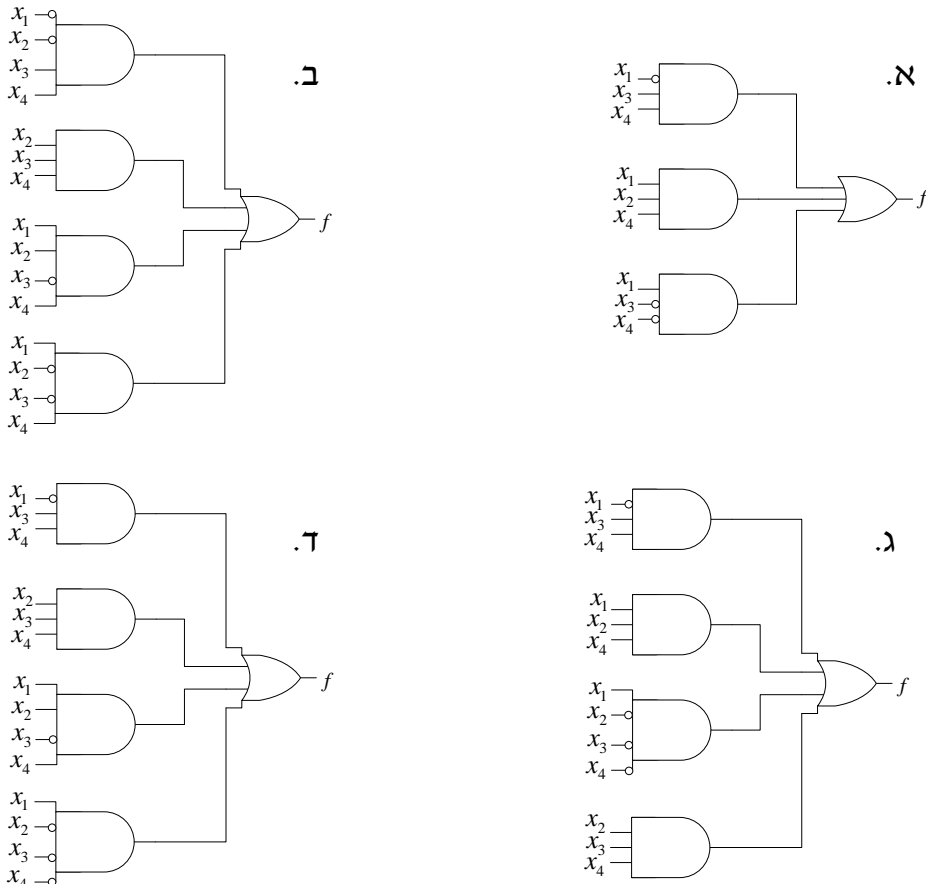
ב. תכנן את המעגל למניעת ה-Hazards או ה-Spikes מבלי לשנות את המוצא.

2 נתונה הפונקציה : $f(A, B, C, D) = \sum(4, 5, 7, 14, 15)$

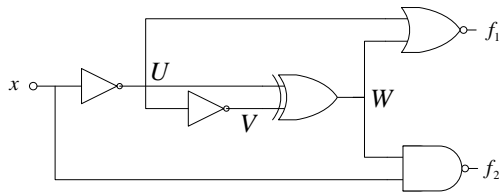
הסבר באלו מעברים יתכן Static Hazard וממש מעגל Hazard Free עבורה.

3 נתונה הפונקציה הבאה : $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum(3, 7, 8, 13, 15)$

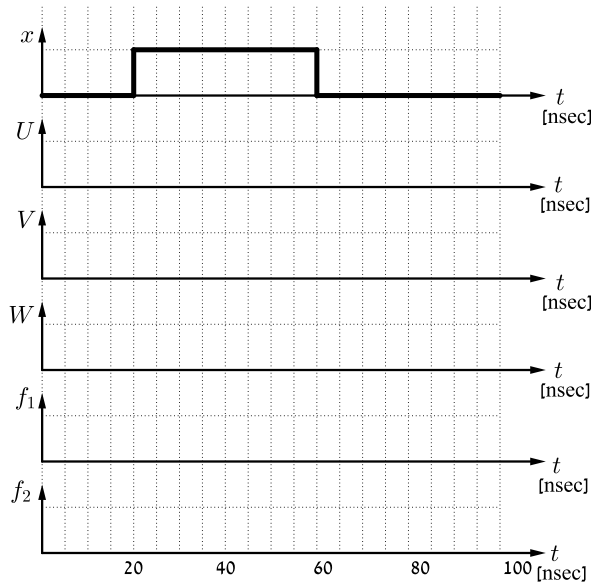
תחת הנחה כי משתני הכניסה פועלים ב-Fundamental Mode, איזה מבין המעגלים הבאים פותר את בעיית ה-Static Hazard?



4) במעגל הבא הנח כי t_{PD} של כל השערים זהה ושווה ל-5nsec.



- א. השלם את דיאגרמת הזמנים הבאה ותאר אלו הפרעות ישנן בערכי המוצא (אם בכלל).
- ב. כיצד תשתנה הדיאגרמה שהכנת אם במקום שער NOT אחד, ישורשרו 3 שערי NOT זה לזה? האם ההפרעות שמצאת עדיין יתרחשו? נמק איכותית, אין צורך באיור חדש.



- 5) לרשותך מאגר בלתי מוגבל של שערים לוגיים בעלי 2 כניסות ויציאה אחת. ידוע כי עבור כל השערים מתקיים: $t_{PD} = 13\text{nsec}$, $t_{CD} = 3\text{nsec}$. נתון מקור מתח אשר יכול לספק אות כניסה אחד בלבד (מוציא ערכים המתאימים ל-1 ול-0 לוגי).

- א. עליך לתכנן מעגל צירופי פשוט אשר ידגים את תופעת ה-Static Hazard מסוג Positive Spike. מהו מספר השערים המינימלי אשר יבטיח זאת? תן דוגמא למעגל שכזה ונמק.
- ב. מה הוא אורך ה-Spike במימוש שעשית?
- ג. הצע שינוי עקרוני למעגל שתיכנת עבורו המעגל יצור הפרעה מסוג Negative Spike.

6) לפניך מספר פונקציות.

צייר מפת קרנו לכל פונקציה, בדוק בכל מקרה האם קיימים Static Hazards וציין בין אלו צירופי כניסה הם יתכנו, כתוב את הפונקציה במימוש SOP או POS מינימלי והוסף מכפלות (עבור SOP) או סכומים (עבור POS) כדי שהפונקציה תהיה Hazard Free. פרט כל שלב.

א. $f(A, B, C) = \prod(2, 5, 6, 7)$

ב. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \sum(4, 5, 7, 11, 15)$

ג. $f(A, B, C, D) = \prod(4, 5, 7, 8, 10, 12)$

ד. $f(x, y, z, w) = \sum(1, 3, 6, 7, 9, 11, 14, 15)$

7) נתונה הפונקציה: $f(a, b, c, d) = \sum(0, 1, 3, 15) + \Phi(2, 7)$

א. האם בפונקציה הזו קיים Static Hazard?

אם כן באלו מעברים? אם לא - נמק.

ב. במידה וקיימים Static Hazards מהן מכפלות ה-Hazard covers?

8) לפניך מספר פונקציות הנתונות בצורתן האלגברית.

עבור כל פונקציה ענה:

- תאר האם קיימים Static Hazards ואם כן מאיזה סוג (Rising/Falling) ובין אלו מעברים?

- מצא את המכפלות והסכומים שיש להוסיף לכל אחת מהפונקציות הבאות על מנת שהיא תהיה Hazard Free:

א. $f(x, y, z) = x\bar{y} + yz$

ב. $f(A, B, C, D) = ABD + \bar{B}CD + \bar{A}\bar{C}$

ג. $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3 + \bar{x}_4)(x_2 + \bar{x}_3)$

ד. $f(a, b, c, d) = (\bar{b} + \bar{c} + d)(a + \bar{c} + \bar{d})(a + b + \bar{c})$

9) נתונה הפונקציה: $f(A, B, C, D) = \prod(3, 6, 9, 12, 13, 14) \cdot \prod_{\Phi}(2, 8)$

א. (1) רשמו את הפונקציה $f(A, B, C, D)$ המינימלית בייצוג POS.

(2) רשמו כעת את הפונקציה $f(A, B, C, D)$ בייצוג SOP מינימלי.

ב. כמה סיכונים סטטיים יש בפונקציה $f(A, B, C, D)$ בייצוג SOP המינימלי שבחרתם? סמנו אותם על מפת קרנו מתאימה ורשמו איזה משתנה גורם לכל סיכון.

ג. כמה סיכונים סטטיים יש בפונקציה $f(A, B, C, D)$ בייצוג POS המינימלי שבחרתם? סמנו אותם על מפת קרנו מתאימה ורשמו איזה משתנה גורם לכל סיכון.

תשובות סופיות:

- (1) עיין פתרון מלא ודיאגרמת זמנים בסרטון הוידאו.
- (2) קיים Static Hazard במעבר: $m_7 \rightarrow m_5$. יש להוסיף במימוש את $\bar{A}BD$.
- (3) מעגל של סעיף ג.
- (4) א. עיין דיאגרמה מלאה בסרטון הוידאו.
ב. ההפרעות תתרחשנה אך יזוזו ב- $3t_{PD}$ במקום t_{PD} אחד.
- (5) א. 6 שערים. עיין מעגל ופירוט בסרטון הוידאו.
ב. אורך ה-Spike הוא 15 n sec .
ג. ניתן להחליף שער AND ל-XOR או ל-OR (עם שינוי בערכים הלוגים של הכניסה).
- (6) א. הפונקציה עבור Hazard Free: $f(A, B, C) = (\bar{A} + \bar{C})(\bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{B})$.
ב. הפונקציה עבור Hazard Free: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 x_2 \bar{x}_3 + x_1 x_3 x_4 + x_2 x_3 x_4 + \bar{x}_1 x_2 x_4$.
ג. הפונקציה עבור Hazard Free:
ד. הפונקציה עבור Hazard Free: $f(x, y, z, w) = yz + \bar{y}w + zw$.
א. לא קיימים Static Hazards. ב. אין צורך בהוספת מכפלות.
- (8) א. קיים Negative Spike במעבר מ- m_7 ל- m_5 .
המימוש המלא: $f(x, y, z) = x\bar{y} + yz + xz$.
ב. קיים Negative Spike במעברים: מ- m_{15} ל- m_{11} , מ- m_{13} ל- m_5 , מ- m_3 ל- m_1 .
המימוש המלא: $f(A, B, C, D) = ABD + \bar{B}CD + \bar{A}\bar{C} + ACD + \bar{A}\bar{B}D + B\bar{C}D$.
ג. קיים Positive Spike במעבר מ- M_1 ל- M_3 .
המימוש המלא: $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = (x_1 + x_3 + \bar{x}_4)(x_2 + \bar{x}_3)(x_1 + x_2 + \bar{x}_4)$.
ד. קיים Positive Spike במעברים: מ- M_2 ל- M_6 , מ- M_6 ל- M_7 .
המימוש המלא:
 $f(a, b, c, d) = (\bar{b} + \bar{c} + d)(a + \bar{c} + d)(a + b + \bar{c})(a + \bar{b} + \bar{c})(a + c + \bar{d})$
- (9) א. (1) $f(A, B, C, D) = (\bar{A} + C)(A + B + \bar{C})(\bar{B} + \bar{C} + D)$
א. (2) $f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{C} + BCD + A\bar{B}C$
ב. 2 סיכונים: במעבר של B מ-1 ל-0, במעבר של C מ-1 ל-0.
ג. סיכון סטטי אחד, במעבר של C מ-0 ל-1.
פונקציה Hazard Free: $f(A, B, C, D) = (\bar{A} + C)(A + B + \bar{C})(\bar{B} + \bar{C} + D)(\bar{A} + \bar{B} + D)$

אלגוריתם לחישוב זמן השהיה מירבי:

סיכום כללי:

הערה כללית:

סיכום זה מרכז את כל ההגדרות, המונחים והאלגוריתם לביצוע החישוב. ההגדרות עצמן וכל הדיון בהם מובא באריכות ועם דוגמאות צמודות בסרטוני הוידאו שבאתר.

הגדרות יסודיות מתורת הגרפים:

גרף מכוון: $G = (V, E)$ מוגדר ע"י שתי קבוצות:

- קבוצת צמתים/מצבים/קודקודים (vertices/states/nodes) $V \neq \emptyset$.
- קבוצת קשתות/מעברים/פאות (edges/transitions/arcs) $E \subseteq V \times V$.

מסלולים ומעגלים:

- מסלול בגרף הוא סדרה של צמתים v_0, v_1, \dots, v_k כך שיש קשת מ- v_i אל v_{i+1} (כלומר: $(v_i, v_{i+1}) \in E$) לכל $0 \leq i < k$.
נאמר שאורך המסלול הוא כמספר הקשתות, כלומר k .
- מעגל בגרף הוא מסלול שצומת ההתחלה וצומת הסיום בו זהים והוא באורך 1 לפחות (כלומר, לא מסלול ריק).

סוגי צמתים בגרף מכוון:

- צומת בגרף מכוון שאין לו קשתות נכנסות נקרא מקור.
- צומת בגרף מכוון שאין לו קשתות יוצאות נקרא בור.

טענה:

בכל גרף מכוון סופי ללא מעגלים יש צומת מקור וצומת בור.

אלגוריתם למציאת מיון טופולוגי:

יהא $G = (V, E)$ גרף מכוון סופי ללא מעגלים.
סידור של כל הצמתים v_1, v_2, \dots, v_n נקרא מיון טופולוגי אם לכל $i < j$ לא קיים מסלול מ- v_i ל- v_j .

קלט: גרף מכוון סופי ללא מעגלים $G = (V, E)$.

שלבים:

- א. אתחלו רשימה ריקה $T = \{ \}$.
 - ב. אתחלו קבוצה S של כל צמתי המקורות בגרף (כלומר: $S \subseteq V$) מהצורה: $S = \{v \in V \mid \text{אין קשתות נכנסות ל-} v\}$.
 - ג. כל עוד S אינה ריקה (כלומר: $S \neq \emptyset$) יש לבצע:
 - i. בחרו בצורה שרירותית $v \in S$ והוסיפו אותו לסוף הרשימה T .
 - ii. מחקו את v מ- S .
 - iii. מחקו את v מהגרף ביחד עם כל הקשתות היוצאות ממנו.
- אם מחיקת קשת גורמת לצומת u להיות מקור (ולא היה קודם) הוסיפו את u ל- S .
פלט: מיון טופולוגי של הצמתים כפי שמופיע ב- T .

טענה:

האלגוריתם הנ"ל עוצר תמיד ומחשב מיון טופולוגי של G .

מסלולים בגרפים:

- אורך מסלול $\gamma = v_0, v_1, \dots, v_k$ מוגדר: $f(\gamma) = \sum_{i=0}^{k-1} L((v_i, v_{i+1}))$.
- המסלול הארוך ביותר מ- u ו- v מוגדר: $f(u, v) = \max_{\gamma} f(\gamma)$.

הערות:

- 1) כאשר לא קיים מסלול מ- u ל- v נסמן זאת: $L(u, v) = -\infty$.
לסימון משמעות של 'חוסר משקל/אורך' למסלול מסוים ובכך הוא לעולם לא ייבחר מבין האפשרויות בפונקציה ה-max של $f(u, v)$.
לכל מסלול אחר יהיה אורך $x \in \mathbb{R}$ אשר $-\infty < x$.

- (2) בגרף סופי מכוון ללא מעגלים נתעניין בפונקציה: $f(v) = \max_{\gamma} f(\gamma)$
 כלומר: האורך המירבי של מסלול ממקור כלשהו לצומת v .
- (3) עבור צמתי מקור נגדיר: $f(v) = 0$.
- (4) ניתן להגדיר בצורה רקורסיבית: $f(v) = \max_{\substack{v' \in V \text{ such that:} \\ v' \rightarrow v \text{ exists}}} (f(v') + L(v' \rightarrow v))$
 אנו נשתמש בהגדרה זו לפיתוח האלגוריתם המרכזי שלנו.

אלגוריתם לחישוב המסלול הארוך ביותר:

קלט: גרף מכוון סופי ללא מעגלים $G = (V, E)$ ופונקצית אורך $L: E \rightarrow \mathbb{R}$
 שלבים:

- א. מציאת מיון טופולוגי של $G: v_1, v_2, \dots, v_n$.
- ב. אתחול כל צמתי המקור $g(v) = 0$ וכל צומת אחר $g(v) = -\infty$.
- ג. עוברים לפי הסדר $i = 1, 2, \dots, n$ על כל קשת $v_i \rightarrow v_j$ ומבצעים בדיקה:
 אם: $g(v_j) < g(v_i) + L(v_i \rightarrow v_j)$ נעדכן: $g(v_j) = g(v_i) + L(v_i \rightarrow v_j)$
 אחרת נשאיר את $g(v_j)$ כפי שהוא.
- פלט: חישוב של $g(v)$ לכל צומת $v \in V$.

הערה:

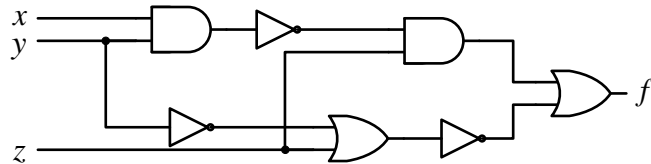
היות ו- g באלגוריתם זה מחשב את אותה הנוסחה כמו בהגדרה הרקורסיבית של f
 עם אותם תנאי ההתחלה, הרי שנקבל בסוף את אורכו של המסלול הארוך ביותר מכל
 מקור לכל בור. כלומר: $f = g$.

המרה של מעגל צירופי לגרף מכוון:

- בהינתן מעגל צירופי (סופי) נבנה גרף מכוון (סופי) באופן הבא:
- לכל חוט w_i במעגל נתאים צומת בגרף.
 - לכל רכיב במעגל עם כניסות $w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{ik}$ ויציאה w_j בעל $t_{PD} = t_i$ נתאים קשתות בגרף: $w_{il} \rightarrow w_j$ לכל $l = 1, \dots, k$ ולכל קשת נגדיר $L(w_{il} \rightarrow w_j) = t_i$.

דוגמה מסכמת (פתרון מלא בסרטון הוידאו):

באיור הבא מופיע מימוש של הפונקציה: $f(x, y, z) = \bar{x}z + y \oplus z$.
 ידוע כי: $t_{PD}(\text{AND}) = 5\text{ns}$, $t_{PD}(\text{OR}) = 4\text{ns}$, $t_{PD}(\text{NOT}) = 3\text{ns}$.
 יש למצוא את זמן ההשהיה המירבי של המעגל ע"י האלגוריתם שפותח.



שימוש באסוציאטיביות לקיצור זמן השהיה:

ניתן להיעזר בתכונת האסוציאטיביות של פעולות באלגברה הבוליאנית על מנת לממש מעגלים עם זמן השהיה מינימלי.

- מבנה שרוך – מימוש בו בכל דרגה נוסף משתנה כניסה יחיד.
- מבנה עץ – מימוש בו בדרגה הראשונה מחשבים את מוצאי כל הכניסות ובכל דרגה נוספת, הכניסות קטנות ביחס לוגריתמי.

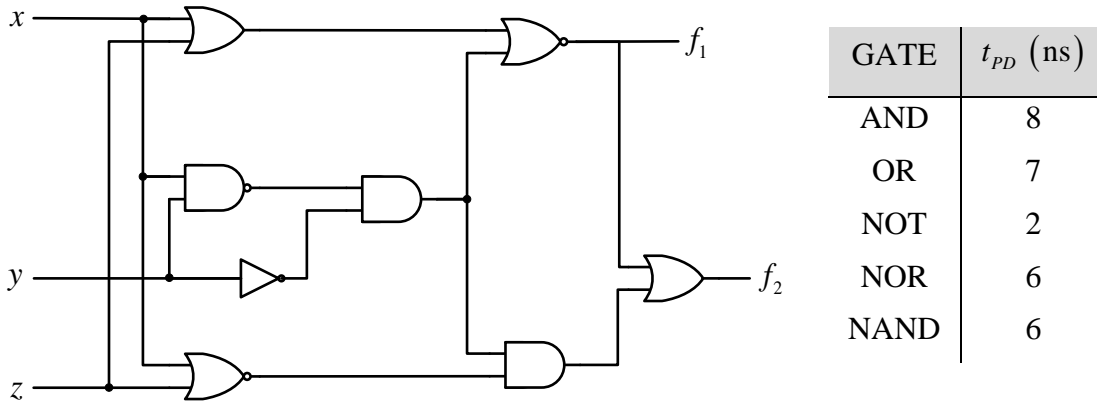
הבחנה:

זמן ההשהיה במבנה שרוך שקול ל- n משתני כניסה: $t_{PD} = \Theta(n)$.

זמן ההשהיה במבנה עץ שקול ל- $\log n$: $t_{PD} = \Theta(\log n)$.

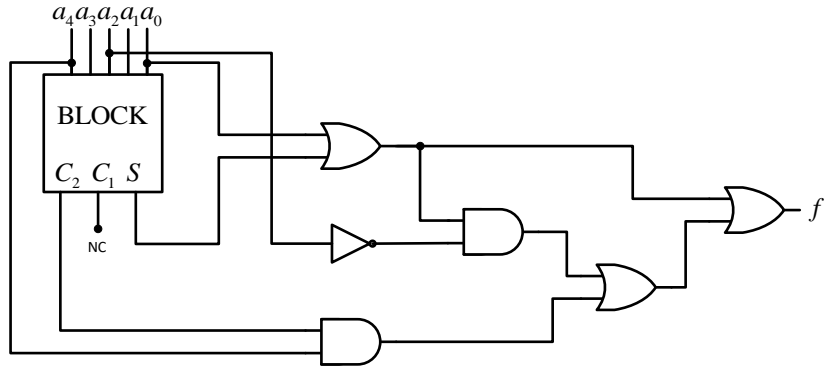
שאלות:

- 1 נתון המעגל הבא ונתונים זמני t_{PD} של כל אחד מן השערים.
 א. סרטטו גרף מסלולים מתאים למעגל, ציינו את אורכי הקשתות.
 ב. היעזרו באלגוריתם לחישוב t_{PD} ומצאו את $t_{PD}(\max)$ עבור כל אחת מן היציאות f_1 ו- f_2 .



- 2 רכיב BLOCK מקבל מספר בינארי בן 5 סיביות $A = (a_4 a_3 a_2 a_1 a_0)$ שבו a_4 הוא ה-MSB ומוציא פלט בינארי $C_2 C_1 S$ המונה את מספר ה-1-ים שבמספר A . לדוגמה, עבור $A = 11010$: נקבל: $C_2 C_1 S = 011$, ועבור $A = 11110$ נקבל $C_2 C_1 S = 100$.
 א. כתבו ביטוי בוליאני מפורש למוצא S . נמקו.
 ב. הציעו מימוש למוצא S המסתמך על שערי XOR בלבד עבורו זמן ההשהיה יהיה קטן ככל האפשר.
 מה יהיה זמן ההשהיה המינימלי של S אם ידוע: $t_{PD}(XOR) = 6\text{ ns}$?
 ג. קיים מימוש של סיבית המוצא C_2 באמצעות שערי AND, OR ו-NOT בלבד. לשערי ה-OR ו-AND שתי כניסות בלבד ויציאה אחת. מהו זמן ההשהיה המינימלי האפשרי של מוצא זה? התייחסו לזמני ההשהיה הבאים:
 $t_{PD}(NOT) = 3\text{ ns}$, $t_{PD}(AND) = 6\text{ ns}$, $t_{PD}(OR) = 5\text{ ns}$

- ד. הניחו כי אין שימוש במוצא C_1 וכי מחברים את הרכיב למעגל הצירופי המתואר באיור.
 זמני ההשהיה של השערים נשאר כמו בסעיף הקודם
 וזמני ההשהיה של מוצאי הרכיב הם כפי שחישבתם בסעיפים הקודמים.
 היעזרו באלגוריתם למציאת t_{PD} המירבי וחשבו את $t_{PD}(\max)$ עבור המוצא f .



תשובות סופיות:

- (1) א. ראו סרטוט מלא של הגרף בסרטון הוידאו.
 ב. $t_{PD}(f_1) = 20\text{ns}$, $t_{PD}(f_2) = 29\text{ns}$.
- (2) א. $S = a_4 \oplus a_3 \oplus a_2 \oplus a_1 \oplus a_0$
 ב. ראו מימוש בסרטון הוידאו. $t_{PD}(S) = 18\text{ns}$.
 ג. $t_{PD}(C_2) = 33\text{ns}$.
 ד. $t_{PD}(f) = 49\text{ns}$.