

## תוכן העניינים:

2	פרק 13
2	מודל זוגיים
2	כללי:
2	סיכום כללי:
8	שאלות:
9	תשובות סופיות:

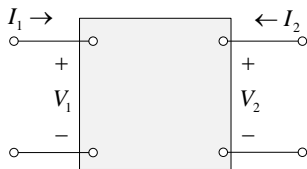
# פרק 13

## מודל זוגיים

כללי:

סיכום כללי:

רשתות זוגיים (Two port networks):



מודל זוגיים (Two port network) ניתן לתיאור ע"י מעגל בעל שני הדקי כניסה ושני הדקי מוצא באופן הבא:

סוגים של מודל זוגיים:

- מודל Two port פאסיבי - מורכב מרכיבים פאסיביים בלבד.
- מודל Two port אקטיבי – כולל רכיבים אקטיביים (מגברי שרת, טרנזיסטורים וכו').

סידור משתנים:

לרשת 4 משתנים והם:

- מתח כניסה (קרי: מתח המבוא) ומסומן:  $V_1$ .
- מתח מוצא ומסומן:  $V_2$ .
- זרם כניסה (קרי: זרם המבוא) ומסומן:  $I_1$ .
- זרם מוצא ומסומן:  $I_2$ .

ניתן לסדר את המשתנים ב-2 משוואות כך ששני משתנים יהיו תלויים ושניים יהיו בלתי תלויים (יש 6 דרכים לבצע זאת).

**מטריצות העכבות והאיפדמנסים (קרויות : Immittance) :**

$$\begin{cases} V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \rightarrow \underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \rightarrow \underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{V}$$

**מטריצות היברידיות :**

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} \rightarrow H = \begin{pmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \\ V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} I_1 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_2 \end{pmatrix} \rightarrow G = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}$$

**מטריצות תמסורת :**

$$\begin{cases} V_1 = a_{11}V_2 - a_{12}I_2 \\ I_1 = a_{21}V_2 - a_{22}I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} \rightarrow A = \begin{pmatrix} a_{11} & -a_{12} \\ a_{21} & -a_{22} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} V_2 = b_{11}V_1 - b_{12}I_1 \\ I_2 = b_{21}V_1 - b_{22}I_1 \end{cases} \rightarrow \begin{pmatrix} V_2 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & -b_{12} \\ b_{21} & -b_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ I_1 \end{pmatrix} \rightarrow B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

**מטריצת האימפדנסים :**

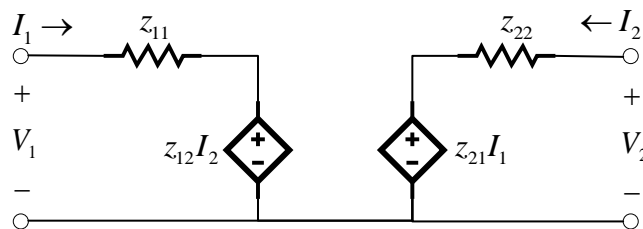
המשתנים החופשיים הם הזרמים והמשתנים התלויים הם המתחים :

$$\begin{cases} V_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \\ V_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{V} = \underline{Z} \cdot \underline{I}$$

חישוב ערכי המקדמים של מטריצת האימפדנסים :

$$z_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{I_2=0} [\Omega] ; z_{12} = \left. \frac{V_1}{I_2} \right|_{I_1=0} [\Omega] ; z_{21} = \left. \frac{V_2}{I_1} \right|_{I_2=0} [\Omega] ; z_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{I_1=0} [\Omega]$$

מודל זוגיים של מטריצת האימפדנסים :



**מטריצת האדמיטנסים:**

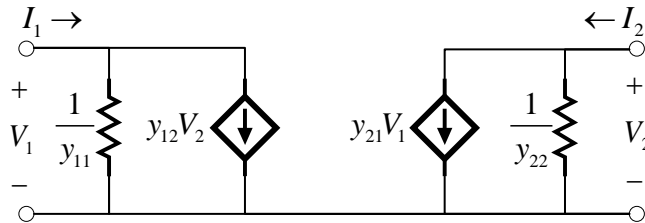
המשתנים החופשיים הם המתחים והמשתנים התלויים הם הזרמים:

$$\begin{cases} I_1 = y_{11}V_1 + y_{12}V_2 \\ I_2 = y_{21}V_1 + y_{22}V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow \underline{I} = Y \cdot \underline{V}$$

חישוב ערכי המקדמים של מטריצת האימפדנסים:

$$y_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{V_2=0} \text{ [S]} ; y_{12} = \left. \frac{I_1}{V_2} \right|_{V_1=0} \text{ [S]} ; y_{21} = \left. \frac{I_2}{V_1} \right|_{V_2=0} \text{ [S]} ; y_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{V_1=0} \text{ [S]}$$

מודל זוגיים של מטריצת האדמיטנסים:



**מטריצה היברידית (H matrix):**

זרם המבוא ומתח המוצא הם המשתנים החופשיים וזרם המוצא ומתח המבוא הם המשתנים התלויים:

$$\begin{cases} V_1 = h_{11}I_1 + h_{12}V_2 \\ I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}V_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = H \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix}$$

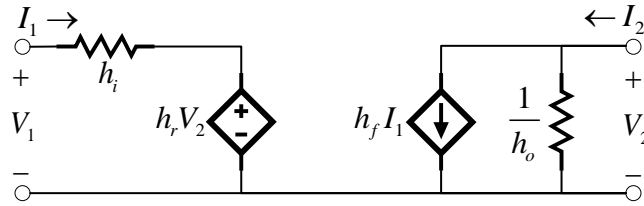
חישוב ערכי המקדמים של המטריצה ההיברידית:

$$h_{11} = \left. \frac{V_1}{I_1} \right|_{V_2=0} ; h_{21} = \left. \frac{I_2}{I_1} \right|_{V_2=0} ; h_{12} = \left. \frac{V_1}{V_2} \right|_{I_1=0} ; h_{22} = \left. \frac{I_2}{V_2} \right|_{I_1=0}$$

מינוחים:

- $h_{11}$  נקרא **התנגדות המבוא** של הרשת ויסומן:  $h_i$  (מלשון: Input).
- $h_{21}$  נקרא **הגבר הזרם הקדמי** של הרשת ויסומן:  $h_f$  (מלשון: Forward).
- $h_{12}$  נקרא **הגבר מתח אחורי (הפוך)** של הרשת ויסומן:  $h_r$  (מלשון: Reverse).
- $h_{22}$  נקרא **אדמיטנס (מוליכות) המוצא** של המערכת ויסומן:  $h_o$  (מלשון: Output).

מודל זוגיים של מטריצה היברידיית :



**מטריצה היברידיית הפוכה (G matrix ,Hybrid G Model) :**

זרם המוצא ומתח המבוא הם המשתנים החופשיים וזרם המבוא ומתח המוצא הם המשתנים התלויים :

$$\begin{cases} I_1 = g_{11}V_1 + g_{12}I_2 \\ V_2 = g_{21}V_1 + g_{22}I_2 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = G \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

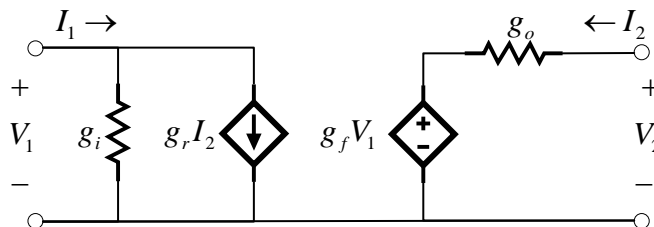
חישוב ערכי המקדמים של המטריצה ההיברידיית הפוכה :

$$g_{11} = \left. \frac{I_1}{V_1} \right|_{I_2=0}, \quad g_{21} = \left. \frac{V_2}{V_1} \right|_{I_2=0}, \quad g_{12} = \left. \frac{I_1}{I_2} \right|_{V_1=0}, \quad g_{22} = \left. \frac{V_2}{I_2} \right|_{V_1=0}$$

מינוחים :

- $g_{11}$  נקרא מוליכות המבוא של הרשת ויסומן :  $g_i$  (מלשון : Input).
- $g_{21}$  נקרא הגבר המתח הקדמי של הרשת ויסומן :  $g_f$  (מלשון : Forward).
- $g_{12}$  נקרא הגבר זרם אחורי (הפוך) של הרשת ויסומן :  $g_r$  (מלשון : Reverse).
- $g_{22}$  נקרא עכבת (אימפדנס) המוצא של המערכת ויסומן :  $g_o$  (מלשון : Output).

מודל זוגיים של מטריצה היברידיית הפוכה :



**מטריצת שרשרת (ABCD Parameters) ומטריצת תמסורת:**

מינוחים:

- הפרמטרים של מטריצת ABCD הם:  $A, B, C, D$ .
- פרמטרי תמסורת (Transmission Parameters) נקראים גם בשם: C-Parameters.

מערכת המשוואות:  $V_1 = c_{11}V_2 + c_{12}(-I_2)$   
 $I_1 = c_{21}V_2 + c_{22}(-I_2)$

או:  $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ -I_2 \end{bmatrix}$

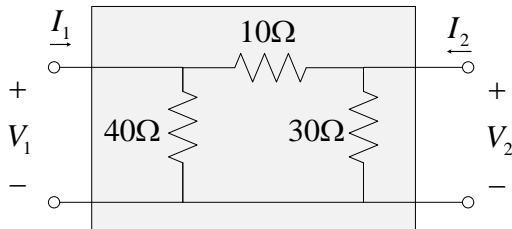
מערכת המשוואות:  $V_1 = AV_2 + BI_2$   
 $I_1 = CV_2 + DI_2$

או:  $\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix}$

**הערה:**

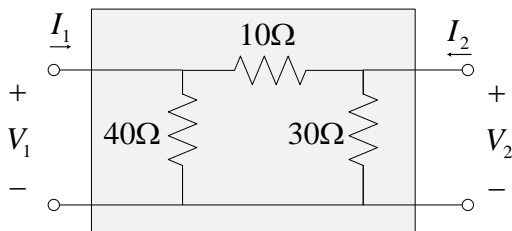
יש מקומות הכותבים את מטריצות התמסורת ע"י A-Parameters ו-B-Parameters ויש מקומות שנעזרים במטריצת ABCD או במטריצת C. ההבדל הוא בהגדרות בלבד ולא באופן הניתוח של כל רשת, למעט שינוי הסימן של  $I_2$ .

**❖ דוגמא למציאת פרמטרי Z של מעגל יסודי:**



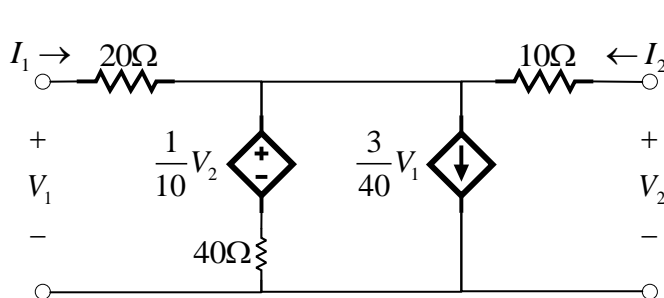
מצא את פרמטרי-Z של המעגל הבא:

**❖ דוגמא למציאת פרמטרי Y של מעגל יסודי:**



מצא את פרמטרי-Y של המעגל הבא:

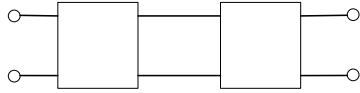
**❖ דוגמא למציאת פרמטרי H של מעגל:**



מצא את פרמטרי-H של המעגל הבא:

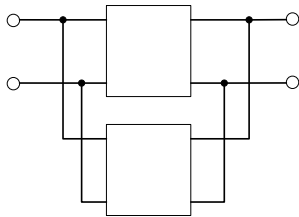
**טופולוגיות חיבור של רשתות זוגיים:**

קיימים 5 סוגי חיבורים בין 2 רשתות זוגיים, אלו נקראים **טופולוגיות חיבור**.

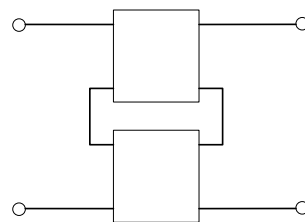


חיבור בשירשור (Cascade Interconnection)

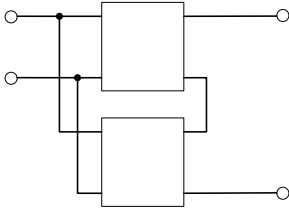
חיבור מקבילי (Parallel Interconnection)



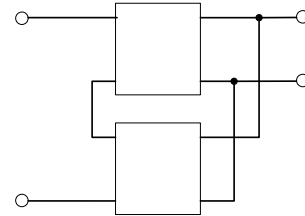
חיבור טורי (Series Interconnection)



חיבור מקבילי-טורי (Parallel-Series)



חיבור טורי-מקבילי (Series-Parallel)



**הערה:**

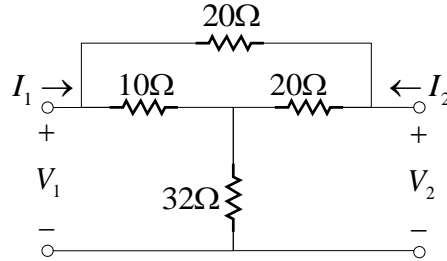
ראו בסרטון הוידאו את אופן החיבור של רשתות זוגיים בתצורות חיבור אלו.

**המרת פרמטרים ממודל אחד לשני:**

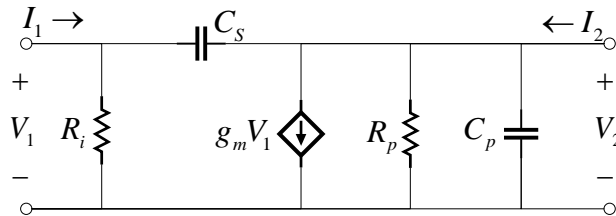
כדי להמיר פרמטרים ממודל אחד לשני, נכתוב את המשוואות של המודל הנתון ונבטא בו את המשתנים התלויים לפי המודל החדש במונחים של הפרמטרים של המודל הנתון. נשווה פרמטר-פרמטר ונקבל את הקשרים הרצויים.

שאלות:

(1) מצא את פרמטרי Z של המעגל הבא:

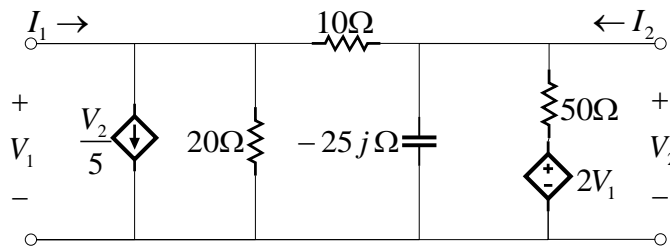


(2) לפניך המעגל הבא:



- א. כתוב את מטריצת האדמיטנס של המעגל (הבע באמצעות ערכי הרכיבים).
- ב. במצב פעולה מסוים מתקיים:  $V_1 = V_2$ .
- כתוב תנאי על תדר הפעולה של המעגל עבורו:  $|I_2| = 100|I_1|$ .

(3) לפניך המעגל הבא:



- א. מצא את פרמטרי Y שלו וסרטט מודל זוגיים מתאים.
- ב. מצא את פרמטרי H שלו וסרטט מודל זוגיים מתאים.
- ג. מצא את פרמטרי התמסורת שלו וסרטט מודל זוגיים מתאים.



**תשובות סופיות:**

$$\cdot z_{11} = 40\Omega ; z_{12} = 36\Omega ; z_{21} = 36\Omega ; z_{22} = 63.8\Omega \quad (1)$$

$$\cdot \omega = \sqrt{\frac{1}{(100R_i C_p)^2} - \left(\frac{g_m}{C_p} + \frac{1}{R_p C_p}\right)^2} \quad \text{ב.} \quad Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{R_i} + j\omega C_s & -j\omega C_s \\ g_m - j\omega C_s & \frac{1}{R_p + j\omega(C_s + C_p)} \end{bmatrix} \quad \text{א.} \quad (2)$$

ראה מודל זוגיים מתאים בסרטון הוידאו.  $Y = \begin{bmatrix} 0.15 & 0.1 \\ -0.14 & 0.12 + 0.04j \end{bmatrix}$  א. (3)

ראה מודל זוגיים מתאים בסרטון הוידאו.  $H = \begin{bmatrix} 6.66 & -\frac{1}{15} \\ -\frac{14}{15} & \frac{2}{75} + \frac{1}{25}j \end{bmatrix}$  ב.

ראה מודל זוגיים מתאים בסרטון הוידאו.  $C = \begin{bmatrix} \frac{6}{7} + \frac{2}{7}j & 7.14 \\ \frac{8}{35} + \frac{3}{70}j & \frac{15}{14} \end{bmatrix}$  ג.