קובץ הרחבות, עדכונים ותרגול נוסף לתלמידי GOOL

תוכן עניינים

תרגול נוסף – מציאת קו חוזה

$$u_1(x_1, y_1) = 8x_1 + 3y_1$$
$$u_2(x_2, y_2) = x_2 + 7.5\ln y_2$$

$$\bar{x} = 10 \qquad \bar{y} = 25$$

א. מהו אוסף ההקצאות הפארטו יעילות?

ב. האם ההקצאה $(x_1, y_1, x_2, y_2) = (5,2,5,23)$ היא הקצאה יעילה?

פתרון

בדיקת מצב סטנדרטי : 2 צרכנים עם אותם 2 מוצרים טובים.

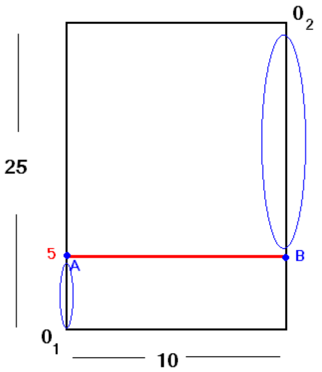
בנוסף, פרט 1 לינארי ומבחינתנו זוהי התנהגות יפה. נבדוק את MRS_2 :

$$MRS_2 = \frac{1}{7.5/y_2} = \frac{y_2}{7.5} \quad ✓$$

מעכשיו נזכור שפרט קוואזי לינארי מתנהג יפה.

תנאי השקה וחישוב קו חוזה פנימי : $MRS_1 = MRS_2 \Rightarrow \frac{8}{3} = \frac{y_2}{7.5} \Rightarrow y_2 = 20 \Rightarrow y_1 = 5$

בדיקת ראשיות ושרטוט : זהו קו חוזה פנימי אופקי (לכן ברור כי לא מפגיש בין שתי הראשיות).



<u>בדיקת הקצאות פ"י פינתיות</u> : נבדוק את ההקצאות הפינתיות בדפנות הרלוונטיות המסומנות בעיגול (זיכרו את כלל האצבע של קו חוזה עולה משמאל לימין).

נתחיל מהשמאלית התחתונה $(A-O_1)$:

$$A: MRS_1 = MRS_2 \qquad A \to O_1:\ Y_1 \downarrow,\ Y_2 \uparrow \Rightarrow\ MRS_1 = \overset{=}{\frac{8}{3}}\ ,\ MRS_2 = \left(\frac{Y_2\uparrow}{7.5}\right)\uparrow \Rightarrow\ MRS_1 \le MRS_2$$

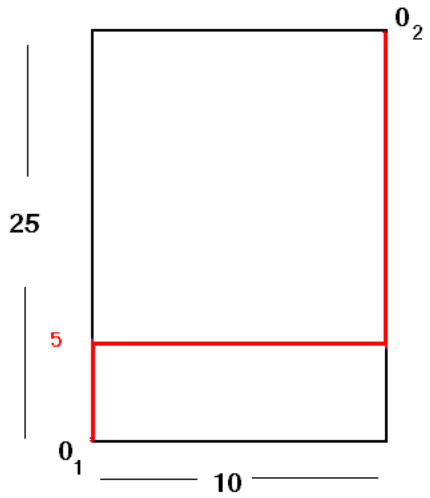
פרט 1 צריך לתת X_1 ופרט 2 צריך להחזיר Y_2, אך על הדופן הזו $X_1=0$ ולכן הדופן פ"י.

נמשיך מהימנית העליונה $(B-O_2)$:

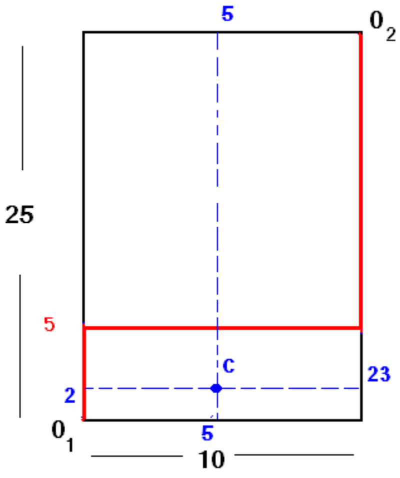
$$B: MRS_1 = MRS_2 \qquad B \to O_2:\ Y_2 \downarrow,\ Y_1 \uparrow \Rightarrow\ MRS_1 = \overset{=}{\frac{8}{3}}\ ,\ MRS_2 = \left(\frac{Y_2\downarrow}{7.5}\right)\downarrow \Rightarrow\ MRS_1 \ge MRS_2$$

פרט 1 צריך לתת Y_1 ופרט 2 צריך להחזיר X_2, אך על הדופן הזו $X_2=0$ ולכן הדופן פ"י.

<u>לסיכום</u> :



ב. ההקצאה הנתונה (נסמנה כ-C) אינה פ"י כי היא אינה על קו החוזה הכולל (פנימי+פינתי) :



הערה : ההקצאה מקיימת את מגבלת המקורות (זאת גם הסיבה שרואים אותה בתיבה), אך כאמור זה לא מספיק.

נושא : יעילות פארטו בכלכלת ייצור

תרגול נוסף – מציאת קו חוזה בייצור

בכלכלה הנתונים הבאים :

2 יצרנים (X,Y) המייצרים באמצעות 2 גו"י (K,L)

פונקציות הייצור הינן :

$$X(K_X, L_X) = 2K_X^{\frac{3}{8}} \cdot L_X^{\frac{1}{8}}$$
$$Y(K_Y, L_Y) = \frac{1}{3}K_Y^{\frac{3}{8}} \cdot L_Y^{\frac{1}{8}}$$

סך מקורות ה-K : 400 סך מקורות ה-L : 400

חשבו את קו החוזה.

פתרון

בדיקת מצב סטנדרטי : 2 יצרנים (המייצרים 2 מוצרים שונים) עם אותם 2 גו"י + CD, עקומות שוות תפוקה מתנהגות יפה.

תנאי השקה וחישוב קו החוזה:

$$MRTS^X = MRTS^Y \longrightarrow 3\frac{L_X}{K_X} = 3\frac{L_Y}{K_Y} \Rightarrow \frac{L_X}{K_X} = \frac{400-L_X}{400-K_X} \Rightarrow L_X = K_X$$

(ניתן לשים לב שקו החוזה הפנימי הינו קו ישר – איננו במקרה חריג 1)

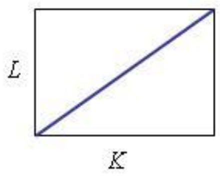
בדיקת ראשיות ושרטוט :

0x : נציב על קו החוזה הפנימי $K_X=0$ ונקבל $L_X=0$.

0y : נציב על קו החוזה הפנימי $K_X=400$ ונקבל $L_X=400$

מסקנה : קו החוזה מפגיש בין שתי הראשיות (אין הקצאות פינתיות לבדוק)

קו החוזה



$$X = F(K_X, L_X) = K_X^{0.25} L_X^{0.25} \qquad Y = G(K_Y, L_Y) = K_Y^{1/3} L_Y^{1/3}$$

$$\overline{K} = 225 \qquad \overline{L} = 225$$

מצאו את עקומת התמורה

פתרון

1) מציאת קו החוזה : נמצא את קו החוזה בייצור לפי הכללים -

1. בדיקת מצב סטנדרטי : 2 יצרנים עם אותם 2 גו"י + פ' ייצור CD - מתנהג יפה.

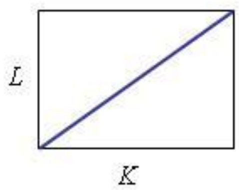
2. תנאי השקה וקו חוזה : (טיפ CD – 1)

$$\frac{L_X}{K_X} = \frac{L_Y}{K_Y} \Rightarrow \frac{L_X}{K_X} = \frac{225 - L_X}{225 - K_X} \Rightarrow L_X = K_X$$

3. בדיקת ראשיות ושרטוט : ריבוע + קו חוזה פנימי 45 מעלות – קו החוזה הפנימי הוא האלכסון.

(אפשרויות נוספות – בדיקת ראשיות רגילה)

קו החוזה



(אין צורך בשלב 4)

2) משוואת המעבר : $Y = K_Y^{1/3} L_Y^{1/3} = (225 - K_X)^{1/3} (225 - L_X)^{1/3}$

3) גו"י במונחי מוצר : מעבר מגו"י של X לביטוי של X עצמו ע"י הצבת קו החוזה בפ' הייצור של X :

$$X = K_X^{0.25} L_X^{0.25} \xrightarrow{\text{פ"י}} X = K_X^{0.5} \rightarrow K_X = X^2 \ , \quad L_X = X^2$$

4) הצבה במשוואת המעבר : $Y = K_Y^{1/3} L_Y^{1/3} = (225 - K_X)^{1/3} (225 - L_X)^{1/3} = (225 - X^2)^{2/3}$

לסיכום, עקומת התמורה היא : $Y = (225 - X^2)^{2/3}$

נושא : ש"מ תחרותי בכלכלת חליפין

תרגול נוסף – מציאת שמ"ת בכלכלת חליפין

בכלכלה 2 צרכנים עם התועלות הבאות :

$$u_A = x_A^{\frac{1}{2}} y_A^{\frac{1}{2}} \qquad u_B = \frac{1}{2}x_B^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}y_B^{\frac{1}{2}}$$

א. הסל התחילי של פרט A הוא 3 יח' X ו-4 יח' Y. הסל התחילי של פרט B הוא 1 יח' X ו-7 יח' Y.
מצאו ש"מ תחרותי בכלכלה זו.

ב. הניחו כעת כי הסל התחילי של פרט A הוא (0,0) והסל התחילי של B נשאר אותו דבר. מה יהיה שמ"ת כעת?

תחילה חישבו בצורה הגיונית והסבירו את עצמיכם, ולאחר מכן הראו זאת מתמטית (כלומר באמצעות פתרון רגיל של שמ"ת).

פתרון

בדיקת מצב סטנדרטי – צרכנים הצורכים את אותם 2 מוצרים טובים + פרט A CD (התנהגות יפה), ולגבי פרט B :

$$MRS_B = \frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{x_B}}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2\sqrt{y_B}}} = \left(\frac{\sqrt{y_B}\downarrow}{\sqrt{x_B}\uparrow}\right)\downarrow$$ <== גם התנהגות יפה. יש מצב סטנדרטי.

נרמול מחירים : ננרמל Py=1

מקסום תועלת + מציאת ביקושים :

פרט A :

פרט A הוא CD – נשתמש בטיפ 3-CD על מנת למצוא את הביקושים שלו :

$$x_A^d = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\cdot\frac{I}{Px} = \frac{0.5}{1}\cdot\frac{3\cdot Px + 4\cdot \overset{Py}{1}}{Px} = 1.5 + \frac{2}{Px}$$

$$y_A^d = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\cdot\frac{I}{Py} = \frac{0.5}{1}\cdot\frac{3\cdot Px + 4\cdot \overset{Py}{1}}{1} = 1.5Px + 2$$

פרט B :

מקסום תועלת : פורמלית בעיית הפרט :

$$MAX \quad \frac{1}{2}x_B^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}y_B^{\frac{1}{2}}$$
$$s.t \quad Px \cdot x_B{}^d + 1 \cdot y_B{}^d = 1 \cdot Px + 7 \cdot 1$$

כדי למקסם תועלת נשווה את MRS ליחס המחירים :

$$\frac{\sqrt{y_B}}{\sqrt{x_B}} = \frac{Px}{1} \Rightarrow y_B{}^d = Px^2 x_B{}^d$$

מציאת ביקושים : נציב את הקשר שמצאנו בקו התקציב -

$$Px \cdot x_B{}^d + Px^2 x_B{}^d = Px + 7 \quad \Rightarrow \quad x_B{}^d = \frac{Px+7}{Px+Px^2}$$

כדי לקבל את $y_B{}^d$ נציב חזרה בקשר :

$$y_B{}^d = Px^2 x_B = \frac{Px^2(Px+7)}{Px+Px^2} = \frac{Px^2(Px+7)}{Px(1+Px)} = \frac{Px^2+7Px}{1+Px}$$

<u>ניקיון שווקים</u>: ננקה את שוק ה-X

$$x_A{}^d + x_B{}^d = 4 \quad \Rightarrow \underbrace{1.5 + \frac{2}{Px}}_{x_A{}^d} + \underbrace{\frac{Px+7}{Px+Px^2}}_{x_B{}^d} = 4 \quad / \cdot (Px+Px^2)$$

$$1.5(Px+Px^2) + \frac{2(Px+Px^2)}{Px} + Px + 7 = 4(Px+Px^2)$$

$$1.5Px + 1.5Px^2 + 2 + 2Px + Px + 7 = 4Px + 4Px^2 \quad \Rightarrow \quad 2.5Px^2 - 0.5Px - 9 = 0 \quad / \cdot (2)$$
$$5Px^2 - Px - 18 = 0$$

זוהי משוואה ריבועית פשוטה – נשתמש בנוסחת השורשים :

$$Px_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{b^2-4ac}}{2a} = \frac{-(-1) \mp \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-18)}}{2 \cdot 5} = \frac{1 \mp 19}{10} = \quad 2 \;/\; -1.8 \quad \Rightarrow \quad Px = 2$$

<u>הצבה בביקושים</u> : נציב את המחיר שמצאנו בפונקציות הביקוש ונקבל את הקצאת שמ"ת :

$(x_A{}^d, y_A{}^d) = (2.5\ ,\ 5) \qquad (x_B{}^d, y_B{}^d) = (1.5\ ,\ 6)$ וניתן לראות כי השווקים מתנקים.

ב . מאחר שלפרט A אין סל תחילי, אין לו יחידות למכור ואין לו אפשרות לקנות (כי אין לו הכנסה). לפרט B אין מה לקנות מפרט A וגם אין לו אפשרות למכור (כי כאמור לקונה הפוטנציאלי אין הכנסה).

מסקנה : הקצאת שמ"ת היא ההקצאה התחילית.

נראה זאת מתמטית :

* מנוסחת CD מקבלים שביקושי פרט A הינם אפס : $y_A{}^d = 0 = y_A{}^e \qquad x_A{}^d = 0 = x_A{}^e$

* בסעיף הקודם הגענו לביקושי פרט B, שהינם : $y_B{}^d = \dfrac{Px^2 + 7Px}{1+Px} \quad , \quad x_B{}^d = \dfrac{Px+7}{Px+Px^2}$

* ניקיון שווקים : ננקה את שוק ה-X :

$$x_A{}^d + x_B{}^d = 1 \;\Rightarrow\; \frac{Px+7}{Px+Px^2} + 0 = 1 \;\Rightarrow\; Px = \sqrt{7}$$

* נציב בביקושים : $y_B{}^d = \dfrac{\left(\sqrt{7}\right)^2 + 7\sqrt{7}}{1+\sqrt{7}} = 7 = y_B{}^e \quad , \quad x_B{}^d = \dfrac{\sqrt{7}+7}{\sqrt{7}+\left(\sqrt{7}\right)^2} = 1 = x_B{}^e$

<u>תרגול נוסף – מציאת שמ"ת בכלכלת חליפין</u>

<u>בכלכלה הנתונים הבאים</u> :

* שני מוצרים (X,Y)

* שני צרכנים (1,2) בעלי פונקציית תועלת - $u_i(x_i, y_i) = x_i^{0.5} y_i^{0.5}$

* יצרן אחד (של מוצר Y) המייצר באמצעות פונקציית הייצור - $y = 2x^{0.5}$

* לכל פרט סל תחילי של יחידת X אחת. בנוסף, פרט 1 מחזיק בפירמה.

נרמלו $Py = 1$ ומצאו את Px בשמ"ת.

<u>פתרון</u>

שימו לב ש-X הוא גם גורם ייצור וגם מוצר צריכה – הביקוש אליו גם ע"י הצרכנים וגם ע"י הפירמה

נתחיל מהיצרנים

<u>נרמול מחירים</u> : ננרמל כמבוקש Py=1.

<u>זיהוי סוג הפונקציה</u> : תי"ל.

<u>פתרון לפי סוג הפונקציה</u> : נמצא את 3 האסים כ-פ' של המחירים –

$$Py \cdot MPK^y = Px \quad \Rightarrow 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{x_y}} = Px \quad \Rightarrow x_y^{\ d} = \frac{1}{Px^2} \quad \Rightarrow y^s = \frac{2}{Px} \quad \Rightarrow \pi_y = \frac{1}{Px}$$

נעבור לצרכנים :

<u>בדיקת מצב סטנדרטי</u> : צרכנים הצורכים את אותם 2 מוצרים טובים + CD – מתנהגים יפה.

<u>נרמול מחירים</u> : בוצע.

<u>מקסום תועלת + מציאת ביקושים</u> :

פרט 1 : נשתמש בנוסחת הביקושים של CD –

(קיצור – נמצא רק את הביקושים של X וננקה את השוק שלו)

$$x_1^{\ d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Px + \frac{1}{Px}}{Px} = 0.5 + \frac{0.5}{Px^2}$$

פרט 2 : נשתמש בנוסחת הביקושים של CD –

$$x_2^{\ d}=\frac{1}{2}\cdot\frac{Px}{Px}=0.5$$

<u>ניקיון שווקים</u> : ננקה את שוק ה-X. נזכור כי מדובר במקרה חריג בו הביקוש של הפירמה לגו"י X הוא חלק מהביקושים במשק ויש להכניס אותו למשוואת ניקיון השוק –

$$X_1^{\ d}+X_2^{\ d}+X_y^{\ d}=X^S \Rightarrow \left(0.5+\frac{0.5}{Px^2}\right)+(0.5)+\left(\frac{1}{Px^2}\right)=2 \Rightarrow \frac{1.5}{Px^2}=1 \Rightarrow Px=\sqrt{1.5}$$

תרגול נוסף – יעילות פארטו בכלכלת אי ודאות (מצב סטנדרטי)

בכלכלת אי ודאות הנתונים הבאים :

* ההסתברות למצב טבע a היא q_a. ההסתברות למצב טבע b היא q_b.

* במצב טבע a יש 10 יחידות תצרוכת ובמצב טבע b יש 20 יחידות תצרוכת.

* ישנם גם שני פרטים (1,2), כאשר : $u_2 = 3\sqrt{C_2}$ $\quad u_1 = \sqrt{C_1}$

מצאו את קו החוזה.

פתרון

בדיקת מצב סטנדרטי : 2 פרטים, 2 מצבי טבע, והפרטים מתנהגים יפה (נוכל לראות בהמשך).

תנאי השקה וקו חוזה פנימי :

$$u_1 = \sqrt{C_1} \quad \Rightarrow \quad E(u_1) = q_a\sqrt{C_1^a} + q_b\sqrt{C_1^b} \quad \Rightarrow \quad MRS_2 = \frac{q_a \cdot \frac{1}{2\sqrt{C_1^a}}}{q_b \cdot \frac{1}{2\sqrt{C_1^b}}} = \frac{q_a \cdot \sqrt{C_1^b}}{q_b \cdot \sqrt{C_1^a}}$$

$$u_2 = 3\sqrt{C_2} \quad \Rightarrow \quad E(u_2) = q_a \cdot 3\sqrt{C_2^a} + q_b \cdot 3\sqrt{C_2^b} \quad \Rightarrow \quad MRS_2 = \frac{q_a \cdot 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{C_2^a}}}{q_b \cdot 3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{C_2^b}}} = \frac{q_a \cdot \sqrt{C_2^b}}{q_b \cdot \sqrt{C_2^a}}$$

$$MRS_1 = MRS_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{q_a \cdot \sqrt{C_1^b}}{q_b \cdot \sqrt{C_1^a}} = \frac{q_a \cdot \sqrt{C_2^b}}{q_b \cdot \sqrt{C_2^a}} \quad \Rightarrow \quad \frac{C_1^b}{C_1^a} = \frac{C_2^b}{C_2^a}$$

מגבלת המקורות : $C_1^b + C_2^b = 20 \qquad C_1^a + C_2^a = 10$

הצבת מגבלת המקורות במשוואת ההשקה : $\frac{C_1^b}{C_1^a} = \frac{20 - C_1^b}{10 - C_1^a} \Rightarrow C_1^b = 2C_1^a$

בדיקת ראשיות ושרטוט :

$$C_1^a = 0 \rightarrow C_1^b = 0$$
$$C_1^a = 10 \rightarrow C_1^b = 20$$

כלומר קו החוזה הפנימי מחבר בין 2 הראשיות, אין הקצאות פינתיות לבדוק.

<u>אדיש לסיכון</u> :

<u>זיהוי</u>

- תועלת שולית קבועה מכסף / תצרוכת <== נגזרת שנייה של פ' התועלת שווה לאפס.
- מיוצג ע"י פונקציית תועלת לינארית (עם עקומות אדישות לינאריות) : $u(C_i) = \alpha \cdot C_i$

<u>תכונות</u> <u>*(או : מה ניתן להגיד על אדיש לסיכון גם כאשר פונקציית התועלת אינה נתונה)*</u>

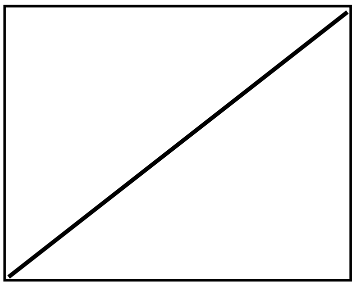
- **האדיש לסיכון** כשמו כן הוא – לא מתייחס לסיכון, ולכן לפרט זה יש **אפקט אחד** בלבד אשר משפיע על העדפותיו : **<u>תוחלת הרכוש</u>**.
- מבחינת פרט זה **תוחלת הרכוש** היא מדד שווה ערך ל**תוחלת התועלת** – ניתן באמצעות תוחלת הרכוש לדרג כל צמד הקצאות.

<u>תכונה חשובה נוספת של האדיש לסיכון</u> :

- עבור פרט זה, <u>תמיד</u> : **MRS = יחס ההסתברויות.** $\left(E[u(C_i)] = q_a \cdot \alpha \cdot C_i^{\,a} + q_b \cdot \alpha \cdot C_i^{\,b} \;\Rightarrow\; MRS_i = \frac{q_a \cdot \alpha}{q_b \cdot \alpha} = \frac{q_a}{q_b} \right)$

<u>אמונות סובייקטיביות</u>

- מצב בו כל אחד מהפרטים מייחס הסתברויות אחרות למצבי הטבע.
- במצב זה ותחת המקרה של **ודאות מצרפית** : שוויון MRS-ים בהכרח לא יתקבל על קו הודאות המשותף של 2 הפרטים (=אלכסון התיבה) – בשונה מהמקרים של הסתברויות אובייקטיביות + ודאות מצרפית (עם 2 שונאים / שונא ואדיש).



<u>על קו הודאות המשותף</u> :

$$MRS_1 = \left(\frac{q_a}{q_b}\right)^1 \neq MRS_2 = \left(\frac{q_a}{q_b}\right)^2$$

- לכן, ישנן **<u>2 גישות</u>** :
  - <u>כיבוד אמונות הפרטים</u> : בכל מקרה אין צורך להתערב, אפשר לתת לפרטים "להמר" – ההקצאות היעילות יתקבלו בשוויון MRS-ים (ובדפנות רלוונטיות שיוצאות יעילות).
  - <u>פטרנליזם</u> : ישנה הסתברות אובייקטיבית כלשהי ולפחות אחד מהפרטים טועה, לכן אין זה הוגן לתת להם לטעות ויש לאסור על "הימורים" – ההקצאות היעילות הן על קו הודאות המשותף של שני הפרטים.

    <u>הערה</u> : אם יש אי ודאות מצרפית, לגישה זו אין מענה לגבי מהן ההקצאות היעילות.

תרגול נוסף בהשפעות חיצוניות – דוגמא של השפעות חיצוניות בצריכה

פרט 1 תמיד נהנה ממוצר Y, ונהנה ממוצר X עד רמה מסויימת. פונקציית התועלת של פרט 1 הינה : $2Y_1+12X-X^2$.

מוצר X שייך בלעדית לפרט 1. פרט 2 תמיד נהנה ממוצר Y ותמיד סובל ממוצר X של פרט 1.

פונקציית התועלת של פרט 2 הינה : $2Y_2-2X^2$.

לרשותו של פרט 1 Z_1 יחידות Y, ולרשותו של פרט 2 Z_2 יחידות Y. כמויות אלו אינן ניתנות לשינוי.

א. מהן כמויות הצריכה של כל פרט בשמ"ת (מכל מוצר)?

ב. מהן כמויות הצריכה היעילות? (הניחו שהתועלות קוואזי-לינאריות בכסף)

<u>פתרון</u>

<u>א</u>. בשמ"ת נתחיל מהגורם המשפיע (פרט) :

$$\left.\begin{array}{ll}\max_x & 2Y_1+12X-X^2 \\ s.t & Y_1=Z_1\end{array}\right\} \quad \max_x \quad 2Z_1+12X-X^2$$

$$\frac{\partial u}{\partial X}: 12-2X=0 \Rightarrow 12=2X \Rightarrow X=6$$

שימו לב שכמות ה-Y_1 $(=Z_1)$ לא ניתנת לשינוי ולכן לא גוזרים לפיה – זה לא באמת משתנה החלטה של הפרט.
כלומר פרט 1 צורך $Y_1=Z_1$ ו-$X=6$.

שימו לב שלפרט 2 אין בחירה כלל – $Y_2(=Z_2)$ לא ניתן לשינוי, ועל ה-X הוא אינו מחליט. כלומר, הוא צורך $Y_2=Z_2$ וסובל מה-$X=6$ של פרט 1.

<u>ב</u>. תועלות קוואזי-לינאריות בכסף ולכן ניתן למקסם את סכומן :

$$\left.\begin{array}{ll}\max_x & 2Y_1+12X-X^2+2Y_2-2X^2 \\ s.t & Y_1=Z_1 \\ & Y_2=Z_2\end{array}\right\} \quad \max_x \quad 2Z_1+2Z_2+12X-3X^2$$

$$\frac{\partial u}{\partial X}: 12-6X=0 \Rightarrow 12=6X \Rightarrow X=2$$

מס פיגוביאני ושוק זכויות

יש שתי דרכים שבהם הממשלה יכולה להתערב בש"מ ולהביא לכך שנקבל תוצאה יעילה :

1. מס פיגוביאני (מס מתקן) – ניתן להטיל על הגורם המשפיע מס (או סובסידיה) על השימוש במשתנה המשפיע ובכך לגרום לו להפנים את ההשפעה החיצונית שהוא מטיל על הגורם המושפע. אלא אם כן נאמר אחרת, מס פיגוביאני הוא מס "בגובה" (ולא בשיעור). נציב את הפתרון היעיל בפתרון הבעיה כדי לראות איזה מס יביא אותנו לפתרון הזה.

2. שוק זכויות - יוצרים שוק של זכויות שימוש בהשפעה חיצונית. ישנו סל תחילי של זכויות שימוש לכל גורם, ומאפשרים מסחר ביניהם על זכויות אלו. דרך הפתרון הינה כפתרון שמ"ת רגיל – מחפשים את מחיר הזכויות ואת הקצאתן בין הגורמים בש"מ.

דוגמא :

בהמשך לשאלה הקודמת -

ג. מהו המס שיביא לפתרון שמ"ת שהינו יעיל (= מס פיגוביאני)?

ד. הניחו כי לפרט 1 מותר לצרוך עד 6 יחידות X. אבל, קיים שוק זכויות ל-X. נסמן את הזכויות כמוצר H. מהו שמ"ת?

פתרון :

ג. **דרך א' :**

$$\left.\begin{array}{ll} \max_x & 2Y_1+12X-X^2-tX \\ s.t & Y_1=Z_1 \end{array}\right\} \quad \max_x \quad 2Z_1+12X-X^2-tX$$

$$\frac{\partial u}{\partial X}: 12-2X-t=0 \xrightarrow{x=2} t=8$$

דרך ב' :

$$t=\left|\frac{\partial u_2}{\partial X}\right|_{(X=2)}=4X=8$$

ד. H הן למעשה יחידות X שפרט 2 יכול לקנות מפרט 1 כדי למנוע ממנו לצרוך X. מאחר ש-X=6 זו הרמה שנבחרת ע"י פרט 1 בשמ"ת רגיל, ברור כי מה שלא יימכר ייצרך כ-X. כלומר : X = 6-H .

נפתור לפי שמ"ת בתוספת המסחר על הזכויות (מחפשים את מחיר הזכויות והקצאתן בשמ"ת).

נתחיל מהגורם המשפיע (פרט 1) :

$$\left.\begin{array}{l}\max_{X,H}\ Z_1+12X-X^2+P_H\cdot H\\ s.t\quad X=6-H\end{array}\right\}\ \max_H\ Z_1+12(6-H)-(6-H)^2+P_H\cdot H$$

$$\frac{\partial u}{\partial H}:-12-2(6-H)\cdot(-1)+P_H=0\Rightarrow-12+12-2H+P_H=0\Rightarrow P_H=2H$$

נעבור לגורם המושפע (פרט 2) :

(נשים לב שאי אפשר להציב את PH שמצאנו לפני הגזירה כי אז פרט 2 מתחשב בהחלטה של פרט 1, וזה לא קורה בשמ"ת, מה גם שבשוק הזכויות הכל סימולטני)

$$\left.\begin{array}{l}\max_{X,H}\ 5000-2X^2-P_H\cdot H\\ s.t\quad X=6-H\end{array}\right\}\ \max_H\ 5000-2(6-H)^2-P_H\cdot H$$

$$\frac{\partial u}{\partial H}:-2\cdot2(6-H)\cdot(-1)-P_H=0\Rightarrow4(6-H)-P_H=0\Rightarrow P_H=24-4S$$

נשווה בין משוואות ה- P_H ונקבל : $2H=24-4H\ \Rightarrow6H=24\Rightarrow H=4\rightarrow P_H=8\rightarrow X=2$

<u>מה ניתן לראות מהפתרון</u> :

- ההקצאה של X אשר מתקבלת בשמ"ת (עם פתיחת שוק זכויות) שווה להקצאתו בפתרון הפ"י (סעיף ii).
- מחיר הזכויות שווה להשפעה החיצונית השולית על הגורם המושפע (בע.מ) בנקודה הפ"י :

$$u_2=Z_2-2X^2$$
$$\left|\frac{\partial u_2}{\partial X}\right|_{X=2}=2\cdot2X\overset{(X=2)}{=}2\cdot2\cdot2=8=P_H$$

- שמ"ת לאחר פתיחת השוק הינו פ"י (נובע מהנקודות הנ"ל).