תוכן העניינים:

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL.
כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

תורת המעגלים החשמליים

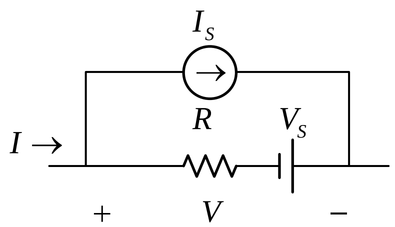
מעגלים לא-ליניאריים

כללי:

סיכום כללי:

מוטיבציה כללית:

ראינו כי כל רכיב ליניארי ניתן לייצוג לפי: $V = V_S + \left(I - I_S\right)R$



בנוכחות של רכיב לא ליניארי, המקיים כי הקשר $V = f\left(I\right)$ הוא אינו ליניארי, נוכל להיעזר אך ורק ב:

1) חוקי קירכהוף.

2) משפטי הרשת עבור החלק הליניארי של המעגל.

בהתעסקות עם רכיבים לא-ליניאריים במעגלים נרצה להגיע למשוואה עבור המתח או הזרם על פני הרכיב הלא-ליניארי. כדי לבצע זאת נמצא את המעגל השקול לרשת הליניארית ונחבר משוואה על בסיס האופיין של הרכיב הלא-ליניארי.
נפתור את המשוואה באחת מהדרכים המתוארות להלן.

ניתוח אנליטי של מעגל עם רכיב לא-ליניארי:

בהינתן אופיין I-V המוביל למשוואה אנליטית נוכל להגיע לערכי המתח והזרם על פני הרכיב מעצם חיבור משוואות לפי חוקי קירכהוף וחוק אוהם.

ניתוח גרפי של מעגל עם רכיב לא-ליניארי:

כאשר אופיין ה-I-V של הרכיב הלא-ליניארי מורכב מביטויים אשר מובילים למשוואה שאינה אנליטית, נוכל להיעזר בתוכנות גרפיות על מנת למצוא את החיתוך שבין ישר הנקבע ע״י המעגל השקול והאופיין עצמו.

הגדרות:

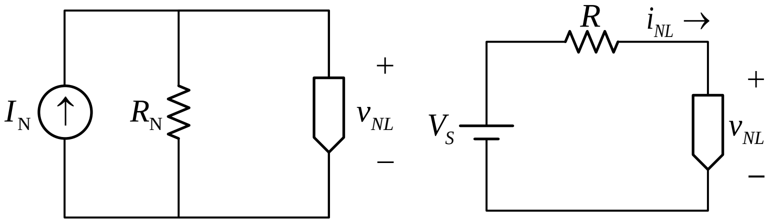
א. נגדיר **קו עבודה** בתור הישר $i = Av + B$ המייצג את הקשר הליניארי של המעגל הליניארי השקול אליו מחובר הרכיב הלא-ליניארי.

ב. נקודות החיתוך של קו העבודה עם אופיין הרכיב הלא-ליניארי הן **נקודות העבודה**. כלומר, הנקודות בהן פועל הרכיב הלא-ליניארי. בפועל, בהתאם להגבלות המעגל והרכיב עצמו, נוכל להימצא בנקודה אחת בכל מצב מעגל.

ניתוח נומרי ושיטות איטרטיביות:

כשנעזרים במחשבים לביצוע סימולציות של מעגלים חשמלים הכוללים רכיבים לא-ליניאריים, לעיתים נוח להשתמש בחישוב איטרטיבי המתכנס לפתרון הרצוי.

בהגעה למעגל שקול תבנין או נורטון, נוכל לכתוב משוואה לפי חוק אוהם המקשרת בין המתח והזרם דרך הרכיב הלא-ליניארי.



$i_N - \dfrac{v_{NL}}{R_N} = v_{NL}$ $\qquad$ $i_{NL} \cdot R_{TH} = V_S - v_{NL}$

במקרה של שקול תבנין נעדיף להשתמש כאשר נתון אופיין $v_{NL} = f\left(i_{NL}\right)$

ובמקרה של שקול נורטון נעדיף להשתמש כאשר נתון אופיין $i_{NL} = g\left(v_{NL}\right)$.

נקבל 2 משוואות, אחת היא חוק אוהם והשנייה היא משוואת האופיין.

ע"י ניחוש התחלתי $x^{(0)}$ את ערך המתח או הזרם והצבתו במשוואה אחת נוכל לקבל ערך התחלתי עבור $y^{(0)}$. נחזור ונציב במשוואה הראשונה ונקבל $x^{(1)}$ ונמצא את $y^{(1)}$.

בכל איטרציה נחשב את ההפרשים: $\Delta x = \left|x^{(1)} - x^{(0)}\right|$ ו- $\Delta y = \left|y^{(1)} - y^{(0)}\right|$.

כאשר ההפרשים יהיו מתחת לסף הנדרש נוכל לקחת את הערכים האחרונים שהתקבלו עבור כל משתנה, כלומר $x^{(n)}$ ו- $y^{(n)}$ ואלו יהיו ערכי המתח והזרם המבוקשים.

לחילופין ניתן לאחד את שתי המשוואות ולקבל משוואה אחת עבור המתח או הזרם.
משוואה זו תהיה לא ליניארית ולרוב גם לא אנליטית.
נוכל להיעזר בשיטת איטרציות נקודות השבת למציאת הערכים המבוקשים.

מושגים מאנליזה נומרית:

הגדרה:

נקודה $x=a$ נקראת נקודת שבת של פונקציה $y=g(x)$ אם ורק אם היא מקיימת $g(a)=a$.

אלגוריתם:

בהינתן משוואה לא-ליניארית $f(x)=0$ ולה שורש α, כלומר: $f(\alpha)=0$
נרשום את המשוואה בצורה: $x=g(x)$ כך ש-$\alpha=g(\alpha)$.
במילים אחרות, נקודת השבת של הפונקציה g הוא השורש של הפונקציה f.

משפט:

נתונה משוואה מהצורה: $f(x)=0$ ולה שורש α, כלומר: $f(\alpha)=0$
נרשום את המשוואה בצורה: $x=g(x)$ כך ש-$\alpha=g(\alpha)$. אם מתקיימים התנאים:

1) $g(x)\in[a,b]$ ו-$g'(x)$ מוגדרת לכל $x\in(a,b)$.
2) לכל $x\in[a,b]$ מתקיים: $g(x)\in[a,b]$.
3) קיים קבוע k כך ש-$|g'(x)|\le k<1$ לכל $x\in(a,b)$.

אז תהליך האיטרציה $x^{(n)}=g\left(x^{(n-1)}\right)$ $n=1,2,...$ מתכנס החל מ-$x^{(0)}\in(a,b)$ כלשהו
ו-$\alpha=\lim_{n\to\infty}x^{(n)}$ הינה נקודת השבת היחידה ב-$[a,b]$.

התנגדות דינמית של רכיב לא-ליניארי:

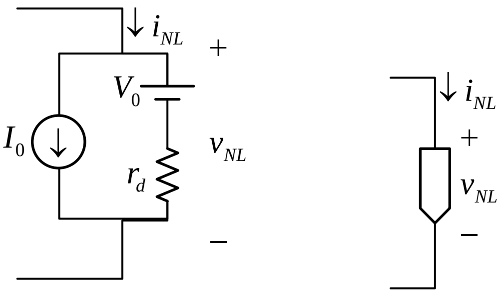
בהינתן אופיין $i_{NL}=g\left(v_{NL}\right)$ של רכיב לא-ליניארי, נחשב את ההתנגדות הדינאמית בנקודת עבודה $\left(V_0,I_0\right)$ לפי:

$$r_d \triangleq \left[g'(V_0)\right]^{-1}=\left[\left.\frac{\partial i_{NL}}{\partial v_{NL}}\right|_{i_{NL}=I_0}\right]^{-1}$$

באותו אופן, בהינתן אופיין $v_{NL}=f\left(i_{NL}\right)$ פשוט נבצע: $r_d \triangleq f'\left(V_0\right)=\left.\frac{\partial v_{NL}}{\partial i_{NL}}\right|_{i_{NL}=I_0}$.

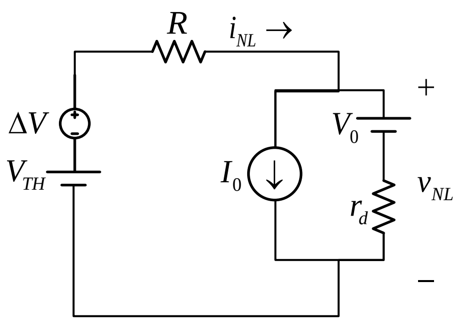
ניתוח מעגל הכולל שינויים באות קטן:

בהמרה של רכיב לא-ליניארי לענף קנוני ליניארי בסביבות נקודת עבודה $\left(V_0,I_0\right)$:



נתייחס למעגל שקול עם אות מתח מהצורה: $v_{in}\left(t\right)=V_{TH}+\Delta V\left(t\right)$, כאשר:

- V_{TH} הוא מתח שקול תבנין אשר קבוע בזמן.
- $\Delta V\left(t\right)$ הוא מתח המשתנה בזמן, יכול להיות אנליטי (אות סינוס) או אקראי.



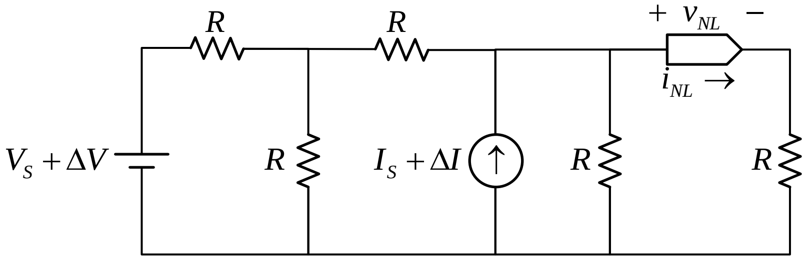
ניתוח באמצעות סופרפוזיציה:

נרצה לנתח את המעגל הליניארי המקורב ע״י הפרדה של תרומת המתח השקול (V_{TH}) ותרומת השינויים במתח (ΔV).

לתרומת הזרמים והמתחים כתוצאה מהמעגל השקול קוראים **ניתוח לפי מודל אות גדול.**
לתרומת הזרמים והמתחים כתוצאה מהשינויים קוראים **ניתוח לפי מודל אות קטן**.

שאלות:

1) המעגל החשמלי הבא כולל רכיב לא-ליניארי ושני מקורות אנרגיה בלתי תלויים כמתואר:



ידוע כי: $I_S = 2.5\text{A}$, $V_S = 10\text{V}$, $R = 2\Omega$.

לרכיב הלא ליניארי אופיין $i_{NL} = g\left(v_{NL} - V_T\right)^2$ כאשר $V_T = 1\text{V}$, $g = 0.9375\frac{1}{\Omega \text{V}}$.

למקורות האנרגיה יש סטייה קלה המסומנות ב- ΔV וב- ΔI ביחס לערכן הקבוע.
ידוע כי הסטיות מתואמות בין המקורות לפי הקשר: $\Delta V = R \cdot \Delta I$.

א. מהן נקודות העבודה האפשריות של הרכיב הלא-ליניארי?

ב. מבדיקה שנעשתה מתברר ש- $|\Delta I| \le 0.1\text{A}$.

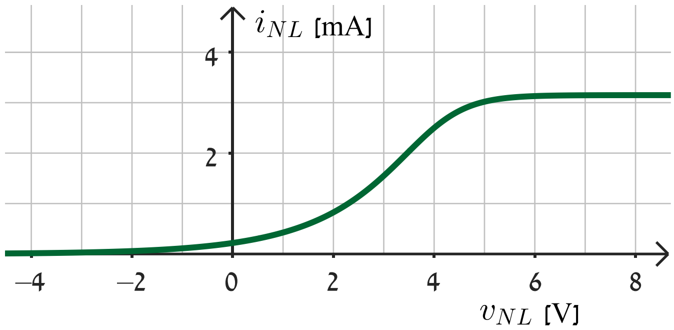
(1) היעזרו בקירוב ליניארי של הרכיב וקבעו את תחום ההספקים של פעולתו בכל נקודת עבודה.

(2) על סמך ממציאכם הסיקו האם מדובר בצרכן או בספק בכל נקודת עבודה.

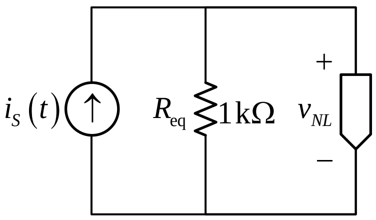
(3) סרטטו גרף של ההספק כתלות במתח הנופל על הרכיב וסמנו עליו את אזורי ההספק האמורים.

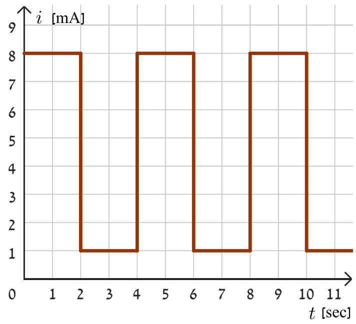
2) נתון רכיב לא ליניארי בעל אופיין: $i_{NL} = I_0 \sqrt[3]{\tanh\left(\frac{v_{NL} - V_T}{V_0}\right)} + 1$

כאשר: $I_0 = 2.5\text{mA}$, $V_T = 4\text{V}$, $V_0 = 1\text{V}$.



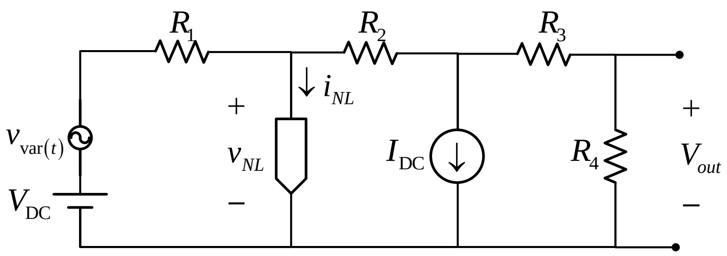
מחברים את הרכיב למעגל הבא שבו אות זרם ריבועי המקבל שני ערכים כמתואר בגרף.





א. יש להיעזר בשיטת איטרציות נקודות השבת על מנת למצוא את מפל המתח שנופל על הרכיב הלא-ליניארי בציר הזמן. לשם כך יש לבחור ערך התחלתי $v_{NL}^{(0)}$ מתאים. תנאי העצירה על המתח הוא: $\varepsilon = 10^{-3}\text{ V}$.

ב. מחברים את הרכיב הלא-ליניארי למעגל הבא:



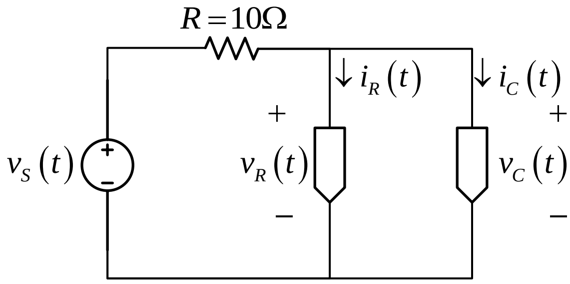
ידוע כי: $V_{DC} = 12\text{V}$, $I_{DC} = 4\text{mA}$, $R_1 = 1\text{k}\Omega$, $R_2 = 500\Omega$, $R_3 = R_4 = 250\Omega$.

כמו כן, גודלו של המתח המשתנה בזמן קטן משמעותית ממתח ה-DC, כלומר: $|v_{\text{var}}| \ll V_{\text{DC}}$.

מתח המוצא של המעגל מורכב מרכיב DC ואות קטן: $V_{out} = V_{out,\text{DC}} + v_{out,\text{var}}(t)$.

יש למצוא את מתח המוצא של המעגל.

3) נתון המעגל החשמלי הבא ובו נגד לא-ליניארי וקבל לא-ליניארי כמתואר:



נתונים האופייניים הבאים: $i_R(v_R)=I_0+I_1\cos(\beta\cdot v_R(t))$

$q_C(v_C)=q_0\cdot\exp\{\alpha\cdot v_C(t)\}$

כאשר: $q_0=6\text{mC}$, $\alpha=\beta=\frac{1}{4}\text{ V}^{-1}$, $I_0=I_1=2\text{A}$ וכן ידוע כי: $|v_R|\le\frac{2\pi}{3\beta}$.

מקור המתח מורכב מרכיב DC ורכיב var המשתנה בזמן: $v_S(t)=V_{\text{DC}}+v_{\text{var}}\sin(\omega t)$

כאשר: $v_{\text{var}}=4\text{mV}$, $V_{\text{DC}}=24\text{V}$.

א. יש למצוא את נקודות העבודה של שני הרכיבים הלא-ליניאריים.

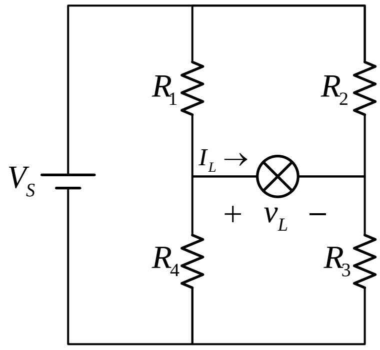
ב. מהו הקיבול הדינאמי של הקבל (קיבול לאות קטן)?

היעזרו בהגדרת הקיבול: $C=\frac{dq}{dv_C}$.

ג. מהי ההתנגדות הדינאמית של הנגד בנקודות העבודה?

ד. מהו המטען המירבי שיכול להצטבר בקבל הלא-ליניארי בנוכחות אות קטן?
האם במקרה זה ניתן לומר כי הנגד הלא-ליניארי הוא ספק או צרכן במעגל?

4) המעגל שלפניכם משתמש ברשת נגדים ליניארית על מנת להעביר אנרגיה לתאורת לדים מסוימת.



ניתן להתייחס לתאורת הלדים כאל רכיב התנגדותי לא-ליניארי אשר הקשר שבין ההתנגדות שלו לזרם העובר דרכו נתון ע"י הביטוי: $R_L\left(I_L\right)=\dfrac{kI_L^2}{I_L^2+I_0^2}+R_{L0}$

כאשר: $k=4\Omega$, $R_{L0}=2\Omega$, $I_0=1\text{A}$.

ידועים ערכי הרכיבים במעגל: $V_S=12\text{V}$, $R_2=R_4=20\Omega$, $R_1=R_3=5\Omega$.

יש למצוא את הזרם והמתח על פני תאורת הלדים בצורה נומרית עבור דיוק של 10^{-5}.

הנחייה:

- תחילה יש לכתוב משוואה מתאימה עבור הזרם העובר דרך הרכיב הלא-ליניארי.
- לאחר מכן יש לבודד את הזרם ולהביא את המשוואה לצורה המתאימה לפתרון בקירוב לפי שיטת נקודות השבת, כלומר: $I=g\left(I\right)$.
- לבסוף יש לבחור ניחוש התחלתי $I^{(0)}$ ולהתקדם עם ההצבות עד ל- $I^{(n)}$ המקיים כי: $\left|I^{(n)}-I^{(n-1)}\right|\le\varepsilon$.

תשובות סופיות: