

אוניברסיטת בר-אילן

המחלקה לכלכלה

מבוא לאקונומטריקה א' – 04 – 01 – 236 – 66

שנה"ל תש"נ, סמסטר א', מועד א' - 11/02/2020

**עדת משמעת מזהירה**

אסור להוציא,צלם או להעתיק את השאלה ולסמן עליו בטוש זהה. חובה להחזיר למzag'ה בבחינה כל חומר שהתקבל לידך (שאלון בחינה, נספח או מחברת). היציאה לשירותים בהתאם להנחיות ואישור המשגיחים/ות בלבד. עזיבת חדר הבחינה תונטר רק לאחר צי שעה. אין לשוחח במהלך הבחינה. יש להפסיק להנחיות המשגיחים/ות. יש להניע ליד המשגיח/ה בבחינה את כל החפצים שברשודך שאינם לצורך הבחינה ו/או אסורים בשימוש באותו הבחינה. החזקת מכשירים אלקטרוניים מכל סוג שהוא (טלפון, ביפר, שעון חכם, אוזניות) או כל מכשיר שידור/צילום, גם אם הם כבויים, אסורה בהחלט ומחייבת לפסילה של הקורס. נבחנים/ות שיימצאו ברשותם חומר עזר אסורים או שיפרו את טוהר הבחינות, יונשו בחומרה עד כדי הרחקה מהאוניברסיטת. נגד העוברים/ות על הוראות אלו תוגש תלונה לוועדת המשמעת.

הנני מצהיר/ה כי קראתי את הכתוב לעיל, ואין ברשותי כל חומר אסור.

חתימה:

ת"ז:

**מרצים:**

דר' שרית גולדן

דר' חורחה אלה - צ'ילט

משך הבחינה: שלוש שעות.

חומר עזר מותר לשימוש: מחשבון, נספח לשאלות

**הנחיות:**

- א. לפני 17 שאלות קווי. יש לבחור את התשובה הנכונה ביותר ולסמן את בחירתך בספר המצח"ב. שאלת לה תרשמנה שתי תשובות או יותר תפסל והתשובהعلاיה לא טובא במשמעות הנכונות.
- ב. אין להשתמש בחומר עזר. מותר להשתמש במחשבון לצורך חישובים. מותר להשתמש בדף המבחן ובמחברת טיווח לביצוע חישובים. בשום מקרה דפים אלו לא יילקו בחשבון בקביעת הציון. עם סיום המבחן عليك להחזיר את דפי המבחן ביחיד עם דף התשובות ומחברת הטיווח.
- ג. לכל השאלות משקל שווה בציון

**ד. אם לא משתמש אחרית מהנתונים בשאלת הנה שכל ההנחות הקלסיות מתקיימות**

ה. אם לא נאמר אחרת, בכל בדיקת השערות, הנה רמת מובהקות של 5%

**ב ה צ ל ח ה !**

## 66 – 236 מבוא לכלכלה דף נוסחאות

(1) הגדרות

$$\begin{aligned} y &= Y - \bar{Y}; \quad x = X - \bar{X} \\ \Sigma x^2 &= \Sigma X^2 - n\bar{X}^2 = \Sigma xX; \quad \Sigma xy = \Sigma XY - n\bar{X}\bar{Y} = \Sigma xY \\ \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})X_i &= \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) &= \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})Y_i = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})X_i \end{aligned}$$

(2) נוסחאות סטטיסטיות

$$r = \sqrt{\frac{[\Sigma(X - \bar{X})(Y - \bar{Y})]^2}{\Sigma(X - \bar{X})^2\Sigma(Y - \bar{Y})^2}} = \sqrt{\frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2\Sigma y^2}}$$

$$\text{Var}(X) = E[(X - E[X])^2] = E[X^2] - E[X]^2$$

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$$

$$\text{Var}(aX + b) = a^2\text{Var}(X)$$

$$\text{Var}(aX \pm bY) = a^2\text{Var}(X) + b^2\text{Var}(Y) \pm 2ab\text{Cov}(X, Y)$$

$$\widehat{\text{Var}}(X) = S_X = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$$\widehat{\text{Cov}}(X, Y) = S_{X,Y} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

(3) רגרסיה פשוטה

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + u$$

$$\hat{Y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X$$

$$\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}$$

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} \\ &= \frac{\sum(X_i Y_i) - n\bar{X}\bar{Y}}{\sum(X_i^2) - n\bar{X}^2} \\ &= r \frac{S_Y}{S_X} \end{aligned}$$

SST : Total Sum of Squares

SSE : Explained Sum of Squares

SSR : Residual Sum of Squares

$$\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2 + \sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2$$

$$SST = SSE + SSR$$

$$SST_X = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_1) = \frac{\sigma_u^2}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2} = \frac{\sigma_u^2}{SST_X}$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_0) = \frac{\sigma_u^2 (n^{-1} \sum_{i=1}^n X_i^2)}{SST_X} = \frac{\sigma_u^2 \sum_{i=1}^n X_i^2}{n \Sigma x^2} = \sigma_u^2 \left( \frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\Sigma x^2} \right)$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2 = \frac{SSR}{n-k-1}$$

גרסיה ללא חותם

$$Y = \beta X + u$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i Y_i}{\sum_{i=1}^n X_i^2}$$

(4) גרסיה מרובה

$k$ : מספר המסבירים לא כולל חותם

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_k X_k + u$$

ואם  $k = 2$

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \frac{\widehat{\text{Cov}}(Y, X_1) \widehat{\text{Var}}(X_2) - \widehat{\text{Cov}}(Y, X_2) \widehat{\text{Cov}}(X_1, X_2)}{\widehat{V}(X_1) \widehat{\text{Var}}(X_2) - \widehat{\text{Cov}}(X_1, X_2)^2} \\ &= \frac{\Sigma y x_1 \Sigma x_2^2 - \Sigma y x_2 \Sigma x_1 x_2}{\Sigma x_1^2 \Sigma x_2^2 - (\Sigma x_1 x_2)^2}\end{aligned}$$

$$R^2 = \frac{SSE}{SST} = 1 - \frac{SSR}{SST}$$

$$\bar{R}^2 = adj R^2 = 1 - \frac{SSR/(n-k-1)}{SST/(n-1)}$$

$$SST_j = \sum_{i=1}^n (X_{ij} - \bar{X}_j)^2$$

$$\text{Var}(\hat{\beta}_j | \text{all } X' s) = \frac{\sigma_u^2}{SST_j(1-R_j^2)}, \quad j = 1, 2, \dots, k.$$

$$\widehat{\sigma}_u^2 = \frac{1}{n-k-1} \sum_{i=1}^n \hat{u}_i^2 = \frac{SSR}{n-k-1}$$

(5) בדיקת השערות

$$H_0 : \beta_j = \beta_{H_0} : \frac{\hat{\beta}_j - \beta_{H_0}}{\sqrt{\widehat{\text{Var}}(\hat{\beta}_j)}} \sim t_{n-k-1}$$

$$\frac{(SSR_r - SSR_{ur})/q}{SSR_{ur}/(n-k-1)} \sim F_{q, n-k-1}$$

$$\frac{(R_{ur}^2 - R_r^2)/q}{(1 - R_{ur}^2)/(n-k-1)} \sim F_{q, n-k-1}$$

כאשר  $q$  מספר המגבילות תחת  $H_0$

Source : Introductory Econometrics : A Modern Approach, Jeffrey Wooldridge, Cengage Learning.

**שאלה מס' 1**

חוקר אמד את המודל  $Y = B_0 + B_1 X_1 + u$  על סמך מדגם של 150 תצפיות וקיבל

$$\hat{Y} = 40.5 + 0.8X_1 \quad (8.1)$$

אחרי האמידה התברר לחוקר כי עקב טעות הקלדה כל ערכי  $X$ -ים במדגם היו גדולים ב- 100 מהערך האמתי שלהם וכי היה עליו להריץ את המודל  $Y = \gamma_0 + \gamma_1 X_2 + u$  כאשר  $X_2 = X_1 - 100$ .

**טענה A**:  $\hat{\gamma}_1 = 0.8$

**טענה B**:  $\hat{\gamma}_0 = 120.5$

1. שתי הטענות נכונות

2. רק טענה A נכונה

3. רק טענה B נכונה

4. שתי הטענות אינן נכונות

**שאלה מס' 2**

המודל  $Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + u$  נאמד לפי OLS

$$\sum \hat{u}_i = 0$$

**טענה B**: רק אם באוכטוסייה  $E(u_i) = 0$  אז  $\sum \hat{u}_i = 0$

**טענה C**: אם בתוינוי המדגם  $X_1 = X_2 + 1$  אז  $\sum \hat{u}_i = 0$

1. רק טענה A נכונה

2. כל הטענות לא נכונות

3. רק טענה A ו- C נכונות

4. רק טענה C נכונה

**שאלה מס' 3**

חוקר הניח שפונקציית היצור היא מסווג קוב-דוגלאס:

$$\ln Q = \alpha + \beta_1 \ln L + \beta_2 \ln K + u$$

$Q$  - תפוקה

$L$  - עבודה

$K$  - חון

להלן תוצאות האמידה לפי מדגם מקרי של 87 מדדים (בסוגרים - סטיות תקן):

$$\{1\} \quad \hat{\ln} Q = \hat{\alpha} + 0.4 \ln L + 0.54 \ln K \quad (0.09) \quad (0.1)$$

$$\{2\} \quad \hat{\ln} K = const. + 0.072 \ln L \quad (0.00585)$$

**טענה A**: מקדם ההסביר  $R^2$  בין  $\ln L$  ו-  $\ln K$  הוא 0.64.

**טענה B**: אם החוקר היה משמש מרגסיה  $\{1\}$  את  $\ln L$  אז גמישות היצור ביחס להון הייתה גדולה.

**טענה C**: אם החוקר היה משמש מרגסיה  $\{1\}$  את  $\ln L$  אז גמישות היצור ביחס להון הייתה קטנה.

1. טענות A ו- B נכונות

2. רק טענה B נכונה

קוד מבחן: 0 מספר תעודת זהות:

- .3. כל הטענות לא נכונות  
.4. כל התשובות האחריות אינן נכונות  
**שאלה מס' 4**  
חוקר אמד את המשוואה הבאה

$$Y_i = \beta X_i + u_i$$

טענה א': רק אם  $0 = \bar{X}$  הרגסיה עבר דרך נקודת הממוצעים.

טענה ב': מודל זה מקיים  $SST = SSR + SSE$

טענה ג': רק אם  $0 = \bar{Y}$  הרגסיה עברו דרך נקודת הממוצעים.

- .1. כל הטענות לא נכונות  
.2. רק טענה א' נכונה  
.3. רק טענה ב' נכונה  
.4. כל התשובות האחריות אינן נכונות  
**שאלה מס' 5**

חוקר אמד את מודל הרגסיה הבא על סמך שלושה מדגמים בגודל קבוע של 100 תצפיות  
(הריץ 3 פעמים את הרגסיה)

$$Y_i = \alpha + u_i$$

- .1.  $R^2 = 0$  בכל המדגמים.  
.2.  $\bar{Y} > 0$  רק במידגמים בהם  $0$   
.3.  $R^2 = 1$  בכל המדגמים  
.4. אף תשובה לא נכונה  
**שאלה מס' 6**

הנה כי המודל הנוכחי הוא

$$Y = \theta + \delta X + v$$

חוקר אמד את המודל הבא בשיטת OLS

$$Y = \alpha + \beta X + \gamma Z + u$$

והנה שכל ההנחות הקלסיות מתקיימות, לרבות  $E(v|X, Z) = 0$ .

**טענה א':**  $E(\hat{\gamma}) = 0$

**טענה ב':**  $V(\hat{\alpha}) = V(\hat{\theta})$

- טענה ג':** אם ידוע כי  $R^2$  ברגסיה בין  $X$  ל- $Z$  (עם חותם) שווה ל-0, אז  $V(\hat{\beta}) = V(\hat{\delta})$
- .1. רק טענות א' ו- ג' נכונות  
.2. כל הטענות נכונות  
.3. רק טענה א' נכונה  
.4. כל התשובות האחריות אינן נכונות

**שאלה מס' 7** **בהתבסס על פלט 1**

ידוע כי  $X$  מייצג את רמת הפרסום (באלפי ש"ח) ואילו  $Y$  מייצג את הרווחים (במאות אלפי ש"ח).  
בהתנחת תוצאות האמידה

1. אם ההשערה בפרסום עומדת ביום על 3,000 ש"ח, כדאי להגדיל אותה, אבל רק עד לרמה של 5,014 ש"ח.
2. השפעת הפרסום על הרווחים היא תמיד חיובית.
3. אם ההשערה בפרסום עומדת ביום על 6,000 ש"ח כדאי להגדיל אותה, אבל רק עד לרמה של 10,028 ש"ח.
4. אף טענה לא נכונה.

 **שאלה מס' 8** **בהתבסס על פלט 1**

ידוע כי  $X$  מייצג את רמת הפרסום (באלפי ש"ח) ואילו  $Y$  מייצג את הרווחים (במאות אלפי ש"ח).  
פרסומאי מעלה השערת שההשפעה השולית של הפרסום על הרווחים קבועה  
טענה א': כדי לבדוק את השערת הפרסומאי חיברים להריך מודל מוגבל

טענה ב': ההשערה נדחתת ברמת מובהקות של 5%

טענה ג':  $F$  סטטיסטי לבדיקת השערת הפרסומאי הוא 24,567

1. רק טענות ב' ו- ג' נכונות
2. רק טענה א' נכונה
3. רק טענה ב' נכונה
4. כל התשובות האחרות שגויות

 **שאלה מס' 9** **עברו מודל רגרסיה בפלט 2**

ידוע כי  $X$  מייצג את רמת הפרסום (באלפי ש"ח) ואילו  $Y$  מייצג את רמת המכירות (במאות אלפי ש"ח).  
בהתנחת תוצאות האמידה

טענה א': ל-  $X$  יש השפעה שולית חיובית על  $Y$ .

טענה ב': בתנחת תוצאות האמידה, רמת המכירות המרבית (מקסימלית) הינה נמוכה מ- 1,811,000 ש"ח.

טענה ג': ל-  $X$  יש השפעה שולית שלילית על  $Y$ .

1. רק טענות א- ב' נכונות
2. רק טענה א' נכונה
3. רק טענה ג' נכונה
4. כל התשובות האחרות שגויות

 **שאלה מס' 10**

ברגרסיה מרובה הבאה:  $u = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \epsilon$ , איזו טענה נכונה?

- .1.  $\hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2$
- .2.  $\hat{\beta}_0 = -\hat{\beta}_1 \bar{X}_1 - \hat{\beta}_2 \bar{X}_2$
- .3.  $\hat{\beta}_0 = \frac{\widehat{Cov}(Y, X_1) + \widehat{Cov}(Y, X_2)}{\sqrt{\widehat{Var}(X_1) + \widehat{Var}(X_2)}}$
- .4. אף טענה לא נכונה

**שאלת מספר 11**

יוושׁ הציע לחברת מסויימת להעלות את המחיר של המוצר שהוא אחד כי המכירות  $q$  יירדו ב- 0.3 אחוזים בלבד ללא תלות במחיר. איזה מודל הכיל עקבי עם המודל וההצעה של היועץ?

$$\hat{\beta}_1 = -0.3, \quad \ln q = \beta_0 + \beta_1 \ln p + u \quad .1$$

$$\hat{\beta}_1 = -3, \quad q = \beta_0 + \beta_1 p + u \quad .2$$

$$\hat{\beta}_1 = -0.3, \quad q = \beta_0 + \beta_1 \ln p + u \quad .3$$

$$\hat{\beta}_1 = -3, \quad \ln q = \beta_0 + \beta_1 \ln p + u \quad .4$$

**שאלת מספר 12**

אנו יודעים שלוג-השכר  $w$  הוא פונקציה ליניארית של שנות ההשכלה  $e$  ושל רמת המוטיבציה  $m$ , כך שהמודל האמיתי הוא:  $\ln w = \beta_0 + \beta_1 e + \beta_2 m + u$  כשהמודל מתקיים את הנחות של מודל הרגרסיה הקלاسي. לחוקרת לא היו נתונים על מוטיבציה ולכן היא אמדה את המודל הבא:  $\ln w = \gamma_0 + \gamma_1 e + u$ . אם אנחנו יודעים שМОטיבציה מתואמת באופן חיובי עם שנות ההשכלה ועם השכר, איזו טענה נכונה:

$$E[\hat{\beta}_1] < E[\hat{\gamma}_1] \quad .1$$

$$E[\hat{\beta}_1] > E[\hat{\gamma}_1] \quad .2$$

$$E[\hat{\beta}_1] = E[\hat{\gamma}_1] \quad .3$$

$$\hat{\gamma}_1 \text{ יהיה מובהך} \quad .4$$

**שאלת מספר 13**

המודל שמנדר את אחוז המהגרים  $Y$  במדינה מסוימת הוא  $Y = \beta_0 + \beta_1 \ln X + u$  כ-Sh-X מסמן את השכר המומצע במדינה וכשהמודל מתקיים את הנחות הקלאסיות. חוקר צירתי טוען שגם מחיר הגלידות  $P$  משפיע על  $Y$ , אבל טענתו אינה נכונה. החוקר אמד את המודל הבא:  $Y = \gamma_0 + \gamma_1 \ln X + \gamma_2 P + u$  החוקר מצא כי  $\gamma_1$  אינו מובהך ברמת מובהקות של 5 אחוזים. איזו טענה תמיד נכונה?

$$E[\hat{\gamma}_1] = \beta_1 \quad .1$$

$$\text{לא יתכן כי } \hat{\beta}_1 \text{ תהיה מובהך ברמת מובהקות של אחוז אחד.} \quad .2$$

$$\hat{\gamma}_1 = \hat{\beta}_1 \quad .3$$

$$\hat{\gamma}_2 = 0 \quad .4$$

**שאלת מספר 14**

חוקר אמד רגרסיה וקיבל

$$\begin{aligned} \hat{y} = & 10386.54 - 97.96(x+z) + 102.65x \\ (4309.16) \quad & (39.17) \quad (40.24) \end{aligned}$$

כאשר המספרים בסוגרים מייצגים את סטיות התקן. בנוסף, נתונה הרגרסיה הבא:  $u + z$   $y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 z + u$  איזו טענה אינה נכונה לגבי המודלים הנ"ל?

$$\text{לא ניתן לדוחות כי } \beta_1 = \beta_2 \quad .1$$

$$\hat{\beta}_0 = 10386.54 \quad .2$$

$$\text{לא ניתן לדוחות כי } \beta_1 - \beta_2 = 100 \quad .3$$

$$\text{כל הטענות נכונות} \quad .4$$

**שאלה מס' 15**

במדינה מסוימת התושבים מוציאים את כל הכנסתם  $Y$  על רכישת אוכל  $F$  וחינוך  $E$  בלבד. חוקר אסף מדגם מייצג של התושבים והרץ כמה רגרסיות. איזו טענה נכונה?

1. באמידת הרגרסיה  $u = \beta_0 + \beta_1 F + \hat{\beta}_1$  אומד מוטה של  $\beta_1$
2. באמידת הרגרסיה  $E[\hat{\beta}_1] = E[\hat{\beta}_2]$ ,  $Y = \beta_0 + \beta_1 F + \beta_2 E + u$
3. באמידת הרגרסיה  $E[\hat{\beta}_1] = 1$ ,  $Y = \beta_0 + \beta_1 F + u$
4. באמידת הרגרסיה  $R^2 < 1$ ,  $Y = \beta_0 + \beta_1 F + \beta_2 E + u$

**שאלה מס' 16**

חוקרת אמדה מודל ב-OLS במדגם מייצג גדול וקיים  $Y = 300 + 50 \ln X + u$  כאשר  $Y$  מייצג את הצורך ו- $X$  מייצג את ההכנסה. מה תהיה הנטייה השלוות לצריך, ככלומר  $\frac{\partial Y}{\partial X}$ , לפרט שצריכתו היא 100 והכנסתו היא 200?

- |      |    |
|------|----|
| 0.25 | .1 |
| 50   | .2 |
| 25   | .3 |
| 0.5  | .4 |

**שאלה מס' 17**

חוקרת אמדה את הרגרסיה הבאה:  $u = Y = \beta_0 + \beta_1 X + \beta_2 Z + \beta_3 W$  על סמך מדגם של 1000 תצפיות כשל ההנחות הקלסיות מתקיימות וקיים

$$\hat{Y} = 0.5 - 9X + 0.2Z \\ (0.01) \quad (1.2) \quad (5.6)$$

המספרים בסוגרים מייצגים את סטיות התקן  
איזו תשובה נכונה בודאות לגבי המודלים הנ"ל אם  $R^2 = 0.8$ ?

1. ה-  $F$ -סטטיסטי של מובاهקות הרגרסיה גדול מ-3.
2. ניתן לדוחות את ההשערה כי  $\beta_1 = \beta_2$ .
3. ניתן לדוחות את ההשערה כי  $-\beta_1 \leq 7$  ברמת מובاهקות של 0.01.
4. כל התשובות האחרות אינם נכונות

## פתרונות 1

. gen x2=x^2

. reg y x x2

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	100
Model	31427.669	2	15713.8345	F(2, 97)	=	16500.95
Residual	92.3729818	97	.952298781	Prob > F	=	0.0000
Total	31520.042	99	318.384262	R-squared	=	0.9971

y	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
x	19.97483	.1106885	180.46	0.000	19.75515 20.19452
x2	-1.992331	.0127109	-156.74	0.000	-2.017559 -1.967104
_cons	3.052136	.1417736	21.53	0.000	2.770755 3.333518

## פתרונות 2

. gen ly=ln(y)

. gen x1=1/x

. reg ly x1

Source	SS	df	MS	Number of obs	=	100
Model	3370.36791	1	3370.36791	F(1, 98)	=	3890.44
Residual	84.8994985	98	.866321414	Prob > F	=	0.0000
Total	3455.26741	99	34.901691	R-squared	=	0.9754

ly	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
x1	-1.003464	.016088	-62.37	0.000	-1.03539 -.9715376
_cons	2.896033	.1016857	28.48	0.000	2.694241 3.097824