

תוכן העניינים:

2	הסתברות
2	מבוא להסתברות
2	ניסויים ותוצאות :
2	סיכום כללי :
2	שאלות :
4	תשובות סופיות :
5	הסתברות על ציר המספרים :
5	סיכום כללי :
6	שאלות :
7	תשובות סופיות :
8	שכיחות יחסית והסתברות :
8	סיכום כללי :
8	שאלות :
9	תשובות סופיות :
10	תכונות ההסתברות :
10	סיכום כללי :
10	שאלות :
12	תשובות סופיות :

הסתברות

מבוא להסתברות

ניסויים ותוצאות:

סיכום כללי:

הסתברות היא תורה מתמטית העוסקת בהתרחשויות עתידיות הכרוכות באי-ודאות, אולם יש ביכולתינו לחשב את להעריך את הסיכוי לקבלת תוצאה עתידית מסוימת.

נבחין בין שלושה מצבים הקיימים בהערכת תוצאה עתידית:

- תוצאה אפשרית - ייתכן ותוצאה זו תתרחש.
- תוצאה וודאית - ידוע כי היא תתרחש באופן וודאי.
- תוצאה בלתי אפשרית - ידוע כי אינה תתרחש באופן וודאי.

שאלות:

- 1) היום יום ראשון. אלו מהתוצאות הבאות הן אפשריות / וודאיות / בלתי אפשריות? נמק.
- א. מחר יהיה יום שני.
 - ב. מחר יהיה יום קיצי.
 - ג. מחר יהיה יום רביעי.
 - ד. מחר תהיה שביתה כללית במשק.
 - ה. אחד מן הימים ב-3 הימים הבאים הוא שישי.
 - ו. אחד מן הימים ב-3 הימים הבאים הוא שלישי.

2) זורקים קוביית משחק הגונה. קבע אלו מהתוצאות הבאות הן אפשריות / וודאיות / בלתי אפשריות. נמק.

- א. יתקבל המספר 4.
- ב. יתקבל מספר הקטן מ-7.
- ג. יתקבל מספר זוגי.
- ד. יתקבל מספר שריבועו הוא 100.
- ה. יתקבל מספר שלילי.
- ו. יתקבל מספר הגדול מ-4.

3) בכד 4 כדורים שחורים הזהים בגודלם ומשקלם. מוציאים באופן אקראי כדור מן הכד. לגבי כל אחת מהתוצאות קבע האם היא אפשרית / וודאית / בלתי אפשרית.

- א. יתקבל כדור כחול.
- ב. יתקבל כדור שחור.
- ג. בכד ישארו 2 כדורים בלבד.
- ד. בכד ישארו 3 כדורים בלבד.

4) בכד יש 3 כדורים כחולים ו-3 כדורים אדומים. מוציאים באופן אקראי בזה אחר זה 3 כדורים מהכד. קבע לגבי כל אחת מהתוצאות הבאות האם היא אפשרית / וודאית או בלתי אפשרית.

- א. יצאו 2 כדורים מאותו הצבע.
- ב. כל הכדורים יהיו מאותו הצבע.
- ג. מספר הכדורים הכחולים שבכד שווה למספר הכדורים האדומים.

5) בשקית אטומה ישנם עטים בשלושה צבעים: 3 עטים שחורים, 2 עטים אדומים ו-2 עטים כחולים. בכל אחד מהסעיפים הבאים קבע האם התוצאה היא אפשרית / וודאית / בלתי אפשרית ונמק.

- א. מוציאים באופן אקראי עט מהשקית:
 - i. העט יהיה בצבע אדום.
 - ii. העט יהיה בצבע ירוק.
 - iii. בשקית ישארו 6 עטים.
 - iv. בשקית ישארו 5 עטים.
- ב. מוציאים באופן אקראי 3 עטים מהשקית.
 - i. כל העטים שהוצאו הם שחורים.
 - ii. כל העטים שהוצאו הם כחולים.
 - iii. ישארו בשקית עטים מכל הצבעים.

תשובות סופיות:

- (1) א. וודאית. ב. אפשרית. ג. בלתי אפשרית. ד. אפשרית. ה. בלתי אפשרית. ו. וודאית.
- (2) א. אפשרית. ב. וודאית. ג. אפשרית. ד. בלתי אפשרית. ה. בלתי אפשרית. ו. אפשרית.
- (3) א. בלתי אפשרית. ב. וודאית. ג. בלתי אפשרית. ד. וודאית.
- (4) א. וודאית. ב. בלתי אפשרית. ג. בלתי אפשרית.
- (5) א. i. אפשרית. ii. בלתי אפשרית. iii. וודאית. iv. בלתי אפשרית.
ב. i. אפשרית. ii. בלתי אפשרית. iii. אפשרית.

הסתברות על ציר המספרים:

סיכום כללי:

למדנו על סוגי תוצאות בביצוע ניסוי. נתאים לכל סוג תוצאה מספר המייצג את ההסתברות שלה להתרחש והוא ינוע בין 0 ל-1 (כולל 0 ו-1) באופן הבא:

- תוצאה וודאית היא בעלת הסתברות של 1.
- תוצאה בלתי אפשרית היא בעלת סיכוי של 0.
- תוצאה אפשרית היא בעלת סיכוי המיוצג ע"י מספר הנע בין 0 ל-1.

תוצאה שהסיכוי שלה להתרחש שווה לסיכוי שלה לא להתרחש תקבל הסתברות של $\frac{1}{2}$.

תוצאה שהסיכוי שלה להתרחש גדול יותר מהסיכוי שלה לא להתרחש תקבל ערך מספרי בין $\frac{1}{2}$ ל-1.

תוצאה שהסיכוי שלה להתרחש גדול יותר מהסיכוי שלה לא להתרחש תקבל ערך מספרי בין 0 ל- $\frac{1}{2}$.

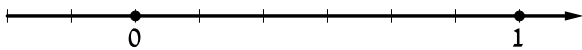
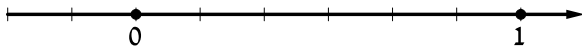
להלן פירוט המקרים על ציר ההסתברויות:



שאלות:

(1) בקופסא יש 5 כדורים ירוקים ו-5 כדורים צהובים. בוחרים באקראי כדור מן הקופסא. מה ההסתברות שיצא כדור ירוק?

(2) רינה עובדת מראשון עד חמישי בכל שבוע. שבוע אחד, הבטיח לה הבוס שתקבל מחשב חדש. הערך את ההסתברות של התוצאה: "המחשב יתקבל ביום רביעי". וסמן אותה על ציר המספרים הבא:



(3) מטילים קוביית משחק הגונה. רשום על ציר המספרים את הסיכוי עבור כל אחת מהתוצאות הבאות:
 א. יתקבל המספר 5.
 ב. יתקבל מספר זוגי.
 ג. יתקבל מספר דו-ספרתי.
 ד. יתקבל המספר 0.32.

(4) בבית ספר מסוים יש 300 בנים ו-300 בנות.
 א. בוחרים באקראי תלמיד. מה הסיכוי שהוא בן?
 ב. בית הספר נערך לקראת טיול שנתי והזמין 10 אוטובוסים שבכל אחד יש 60 מקומות ישיבה. כמה בנות, לדעתך, אפשר לצפות לקבל בכל אוטובוס?
 ג. 4 אוטובוסים עצרו במרכז מסחרי להתרעננות. כמה בנים, לדעתך, יהיו במרכז המסחרי?

(5) בסל יש 10 פתקים זהים הממוספרים מ-1 עד 10. בוחרים פתק מן הסל ומתבוננים במספר שרשום עליו. חוזרים על התהליך 100 פעמים.
 א. האם יש סיכוי גבוה יותר לקבל מספר זוגי או מספר אי זוגי?
 ב. האם ניתן להעריך כמה פעמים יתקבל מספר זוגי וכמה פעמים יתקבל מספר אי-זוגי? נמק.
 ג. האם יש סיכוי גבוה יותר לקבל מספר הקטן מ-5 (כולל) מאשר מספר הגדול מ-5?
 ד. חוזרים על התהליך 400 פעמים. בכמה פעמים בערך, לדעתך, אפשר לצפות לקבל מספר הקטן מ-5 (כולל)? נמק.

6) בגינה של אליעזר יש 40 גזרים, 20 עגבניות ו-20 מלפפונים. קבע לגבי כל אחת מהטענות הבאות האם היא נכונה או לא ונמק.

- א. ההסתברות לבחור גזר תמיד תהיה קטנה מ- $\frac{1}{2}$.
- ב. ההסתברות לבחור גזר היא $\frac{1}{2}$.
- ג. ההסתברות לבחור עגבנייה היא $\frac{1}{2}$.
- ד. ההסתברות לבחור עגבנייה תמיד תהיה גדולה מ- $\frac{1}{2}$.
- ה. ההסתברות לבחור מלפפון היא גדולה מ- $\frac{1}{2}$.

תשובות סופיות:

- 1) $\frac{1}{2}$
- 2) עיין בסרטון.
- 3) עיין בסרטון.
- 4) א. $\frac{1}{2}$ ב. 30 בנות. ג. 120 בנים.
- 5) א. יש אותו סיכוי לקבל מספר זוגי ומספר אי-זוגי.
 ב. 50 פעמים לקבל מספר זוגי ו-50 פעמים לקבל מספר אי-זוגי.
 ג. לא. יש אותו סיכוי לקבל מספר הקטן מ-5 (כולל) ולקבל מספר הגדול מ-5.
 ד. 200 פעמים.
- 6) א. לא נכון. ב. נכון. ג. לא נכון. ד. לא נכון. ה. לא נכון.

שכיחות יחסית והסתברות:

סיכום כללי:

סכום ההסתברויות של כל האפשרויות (הזרות) הכוללות את כל המצבים האפשריים שווה לסכום השכיחויות היחסיות ושווה ל-1 (כאשר השכיחות היחסית מיוצגת כשבר).

שאלות:

- 1) חברת תרופות פיתחה תכשיר שנועד למנוע עקיצות יתושים. היא ערכה ניסוי ב-2000 אנשים אשר גרים באזורים רוויים ביתושים. לאחר פרק זמן שבו כל האנשים השתמשו בתכשיר, דווח כי חלק מרוצים מאוד, חלק מרוצים באופן חלקי בלבד וחלק לא מרוצים כלל. התוצאות מפורטות בטבלה הבאה:

התוצאה	מרוצה מאוד	מרוצה באופן חלקי	לא מרוצה כלל	סה"כ
שכיחות	800	700	500	2000
שכיחות יחסית				

- א. השלם את שורת השכיחות היחסית.
 ב. בוחרים משתתף באופן אקראי.
 מה הסיכוי שהוא מרוצה מהתכשיר הניסיוני?
 ג. מה ההסתברות לבחור משתתף שמרוצה באופן חלקי או אינו מרוצה כלל מהתכשיר הניסיוני?

- 2) ויטנאם היא מדינת חוף אשר סובלת ממונסונים (סופות גשמים) בתדירות גבוהה יחסית לשאר מדינות אסיה. בשנה מסוימת פורסם כי מתוך 365 ימי השנה ב-73 ימים היו מונסונים.
 א. השלם את הטבלה הבאה:

התוצאה	מונסון	יום רגיל	סה"כ
שכיחות			365
שכיחות יחסית			

- ב. מה ההסתברות שביום מסוים לא תהיה סופת מונסון בוויטנאם?

- (3) זורקים מטבע הגון 2000 פעמים.
מסמנים ב- x את מספר הפעמים שהתקבל "עץ".
להלן 3 אפשרויות: (1) $x=1769$ (2) $x=1013$ (3) $x=7$.
איזו מהאפשרויות נראית הסבירה ביותר? נמק.
- (4) בעיירה מסוימת ישנם 8000 תושבים.
עורכים בחירות למועצה בין 4 מתמודדים.
2000 מתושבים מצביעים למועמד א', 1500 מתושבים מצביעים למועמד ב'
והשאר מצביעים למועמדים ג' ו-ד'. ידוע כי השכיחות היחסית של המועמדים
אשר מצביעים למועמד ד' היא 0.2.
א. כמה תושבים מצביעים למועמד ג'?
ב. מהי השכיחות היחסית של התושבים אשר הצביעו למועמד ג'?
ג. איזו הסתברות גדולה יותר: לבחור באקראי תושב אשר הצביע למועמד
ג' או תושב אשר הצביע למועמד ד'?

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{2}{5}$ ב. $\frac{13}{20}$ ג. $\frac{4}{5}$
- (2) א. ראה השלמת הטבלה בסרטון. ב. $\frac{4}{5}$
- (3) אפשרות (2).
- (4) א. 2900 תושבים. ב. $\frac{29}{80}$ ג. תושב שהצביע למועמד ג'.

תכונות ההסתברות:

סיכום כללי:

ניסוי בעל הסתברות אחידה:

כאשר בניסוי מסוים לכל התוצאות יש את אותה ההסתברות להתרחש הניסוי נקרא: ניסוי בעל הסתברות אחידה.

במקרה כזה אם מספר התוצאות הוא n אז ההסתברות של כל אחת

מהתוצאות היא $\frac{1}{n}$.

כללים עם סכום הסתברויות:

- סכום ההסתברויות של כל התוצאות הבודדות בניסוי שווה ל-1.
- סכום ההסתברויות שתוצאה תתקבל ושהיא לא תתקבל הוא תמיד 1.

שאלות:



(1) מירית הכינה בשיעור יצירה קובייה בת 10 פאות והיא מיספרה כל אחת מהן מ-1 עד 10.

היא הטילה את הקובייה פעם אחת.

א. מה ההסתברות לקבל את המספר '7'?

ב. מה ההסתברות לקבל את המספר '4'?

ג. האם קובייה זו מתארת ניסוי בעל הסתברות אחידה?

(2) בשק יש 5 כדורים: כחול, אדום, צהוב, ירוק ולבן.

א. האם ההסתברות להוציא כדור ירוק שווה להסתברות להוציא כדור כחול?

ב. האם ניתן להתייחס להוצאת כדור מהשק כאל ניסוי בעל הסתברות אחידה?

ג. מוסיפים כדור כחול לשק.

האם כעת הניסוי הוא בעל הסתברות אחידה? נמק.

ד. מוסיפים 5 כדורים נוספים, אחד מכל צבע.

האם כעת הניסוי הוא בעל הסתברות אחידה? נמק.

3) בדרכו חזרה מבית הספר, ספר יוסי את מספר המכוניות שחונות ברחוב מגוריו ומיין אותן לפי צבען. הוא ריכז את ממצאיו בטבלה הבאה:

צבע המכונית	לבנה	כחולה	אדומה	שחורה	סה"כ
שכיחות	50	30	20	15	115

- א. מה ההסתברות להיתקל במכונית אדומה?
 ב. האם ניתן לומר כי ההסתברות להיתקל במכונית כחולה גדול מההסתברות להיתקל במכונית לבנה?
 ג. השלם את \square ב- $>$, $<$, או $=$ במשפט הבא:

ההסתברות להיתקל במכונית שחורה + ההסתברות להיתקל במכונית כחולה \square ההסתברות להיתקל במכונית לבנה

- 4) מטילים קוביית משחק הגונה פעם אחת.
 א. מה ההסתברות לקבל את המספר 2?
 ב. מה ההסתברות שלא לקבל את המספר 2?
 ג. מה ההסתברות לקבל מספר הגדול מ-4?
 ד. מה ההסתברות שלא לקבל מספר הגדול מ-4?
 ה. מה ההסתברות לקבל מספר זוגי?
 ו. מה ההסתברות שלא לקבל מספר זוגי?
- 5) בפעילות של 'תגלית' ישנם 4 דוברי עברית, 4 דוברי אנגלית ו-4 דוברי צרפתית. בוחרים באקראי אחד מהאנשים.

- א. מה ההסתברות שהוא דובר אנגלית?
 ב. מה ההסתברות שהוא לא דובר אנגלית?
 ג. מה ההסתברות שהוא דובר עברית?
 ד. מה ההסתברות שהוא לא דובר עברית?

6) רושמים על פתקים זהים את הספרות: 1, 1, 2, 2, 2, 3, 4, 4, 5. מכניסים את כל הפתקים למעטפה, מערבבים ובוחרים באקראי פתק.

- א. מה ההסתברות לקבל את המספר 1?
 ב. מה ההסתברות שלא לקבל את המספר 1?
 ג. מה ההסתברות שלא לקבל את המספר 2?

7) מדדו את גובהם ומשקלם של 30 תלמידים וריכזו את התוצאות בטבלה הבאה. בחרים באקראי תלמיד.

טווח גבהים (בס"מ)	נמוך מ-170	נמוך מ-170	גבוה מ-170	גבוה מ-170
טווח משקלים (בק"ג)	55-60	60-65	55-60	60-65
מספר תלמידים	8	10	7	5

- א. מה ההסתברות שהוא נמוך מ-170 ס"מ?
 ב. מה ההסתברות שהוא נמוך מ-170 ס"מ ומשקלו בין 60-65 ק"ג?
 ג. מה ההסתברות שהוא גבוה מ-170 ס"מ ומשקלו בין 60-65 ק"ג?
 ד. מה ההסתברות שמשקלו אינו בתחום 60-65 ק"ג?
 ה. מהו סכום ההסתברויות של כל התוצאות המופיעות בטבלה?
 חשב את ההסתברויות של כל מקרה ונמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{1}{10}$ ב. $\frac{1}{10}$ ג. כן. ד. כן.
- (2) א. כן. ב. כן. ג. לא. ד. כן.
- (3) א. $\frac{4}{23}$ ב. לא. ג. >.
- (4) א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{5}{6}$ ג. $\frac{1}{3}$ ד. $\frac{2}{3}$ ה. $\frac{1}{2}$ ו. $\frac{1}{2}$.
- (5) א. $\frac{1}{3}$ ב. $\frac{2}{3}$ ג. $\frac{1}{3}$ ד. $\frac{2}{3}$.
- (6) א. $\frac{2}{9}$ ב. $\frac{7}{9}$ ג. $\frac{2}{3}$.
- (7) א. $\frac{3}{5}$ ב. $\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{6}$ ד. $\frac{1}{2}$ ה. הסכום הוא 1.