

תוכן העניינים:

3	טריגונומטריה
3	טריגונומטריה במרחב
3	משפט פיתגורס :
3	סיכום כללי :
4	שאלות :
6	תשובות סופיות :
7	התיבה :
7	סיכום כללי :
8	שאלות :
10	תשובות סופיות :
11	שטח פנים ושטח מעטפת של תיבה :
11	סיכום כללי :
11	שאלות :
11	תשובות סופיות :
12	זוויות בתיבה :
12	סיכום כללי :
12	שאלות :
14	תשובות סופיות :
15	נפח של תיבה :
15	סיכום כללי :
15	שאלות :
16	תשובות סופיות :
17	תיבה שבסיסה ריבוע :
17	סיכום כללי :
17	שאלות :
17	תשובות סופיות :
18	הפירמידה :
18	סיכום כללי :
19	שאלות :
21	תשובות סופיות :
22	זוויות בפירמידה :
22	סיכום כללי :
22	שאלות :
24	תשובות סופיות :

- 25..... פאות צדדיות בפירמידה :
25..... סיכום כללי :
26..... שאלות :
29..... תשובות סופיות :
30..... נפח של פירמידה :
30..... סיכום כללי :
30..... שאלות :
31..... תשובות סופיות :
32..... שטחים וזוויות של פאות בפירמידה :
32..... סיכום כללי :
32..... שאלות :
33..... תשובות סופיות :
34..... שטח פנים ושטח מעטפת של פירמידה :
34..... סיכום כללי :
34..... שאלות :
35..... תשובות סופיות :

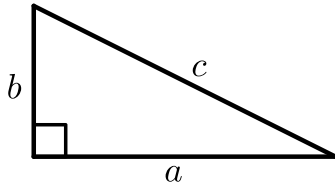
טריגונומטריה

טריגונומטריה במרחב

משפט פיתגורס:

סיכום כללי:

משפט פיתגורס:



במשולש ישר זווית שבו אורכי הניצבים הם a ו- b ואורך היתר הוא c , הקשר בין אורכי הצלעות הוא:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

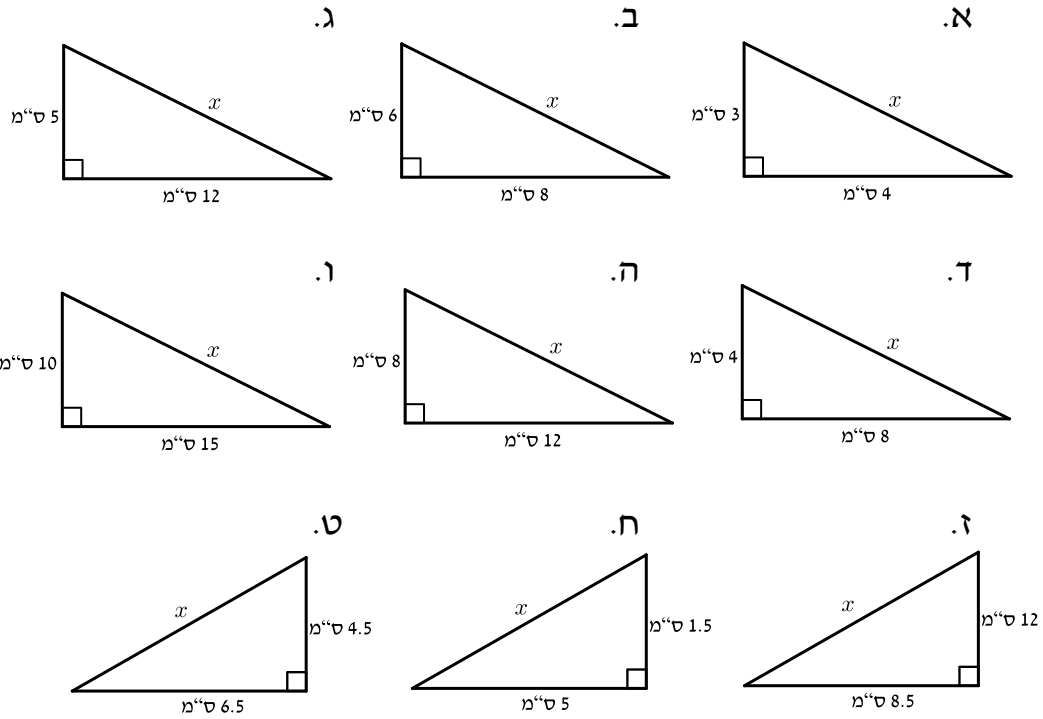
או: $(\text{יתר})^2 = (\text{ניצב})^2 + (\text{ניצב})^2$

הערה:

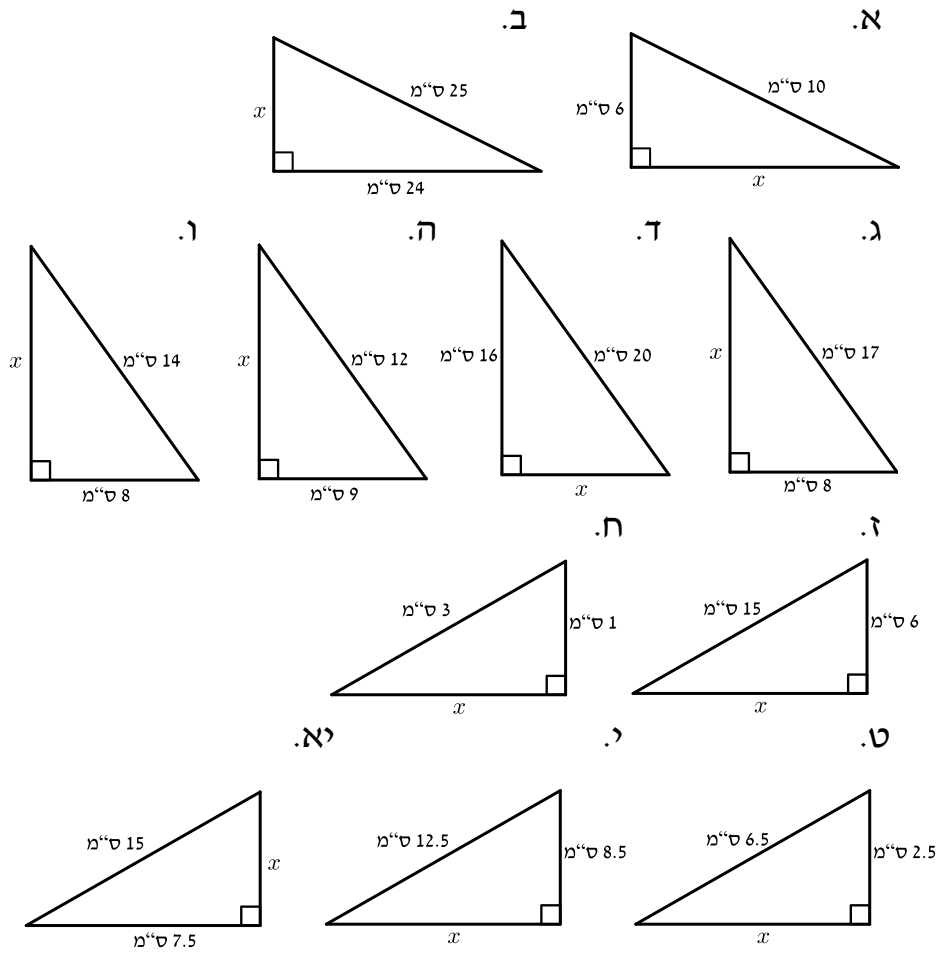
כאשר מתקבלת תוצאה מספרית שאינה שלמה, נכתוב אותה עם שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית (אלא אם מבקשים אחרת).

שאלות:

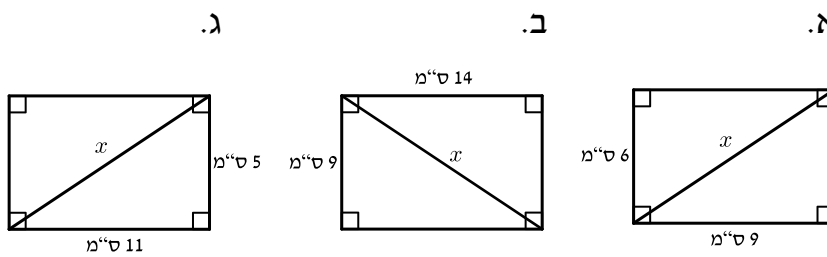
1) מצא את היתר (x) בכל אחד מהמשולשים הבאים:



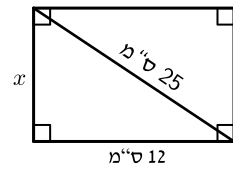
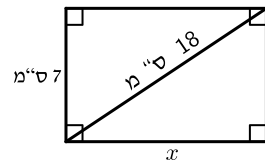
2) מצא את הניצב (x) בכל אחד מהמשולשים הבאים :



3) מצא את אורכו של האלכסון בכל אחד מהמלבנים הבאים :



4) מצא את אורך הצלע המסומנת ב- x בכל אחד מהמלבנים הבאים:



5) נתון ריבוע שאורך צלעו היא 4 ס"מ. מה הוא אורך אלכסון הריבוע?

תשובות סופיות:

- (1) א. 5 ס"מ ב. 10 ס"מ ג. 13 ס"מ ד. 8.94 ס"מ ה. 14.42 ס"מ
ו. 18.027 ס"מ ז. 14.7 ס"מ ח. 5.22 ס"מ ט. 7.9 ס"מ.
- (2) א. 8 ס"מ ב. 7 ס"מ ג. 15 ס"מ ד. 12 ס"מ ה. 7.93 ס"מ
ו. 11.49 ס"מ ז. 13.74 ס"מ ח. 2.82 ס"מ ט. 6 ס"מ י. 9.16 ס"מ
יא. 13 ס"מ.
- (3) א. 10.81 ס"מ ב. 16.64 ס"מ ג. 12.08 ס"מ.
- (4) א. 21.93 ס"מ ב. 16.58 ס"מ.
- (5) 5.65 ס"מ.

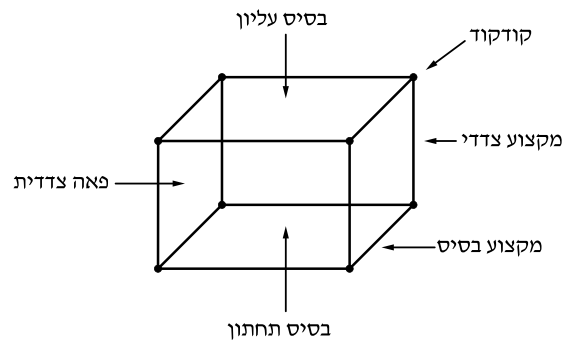
התיבה:

סיכום כללי:

התיבה - הגדרות ומונחים:

גוף תלת מימדי המורכב מ-6 מלבנים נקרא תיבה.

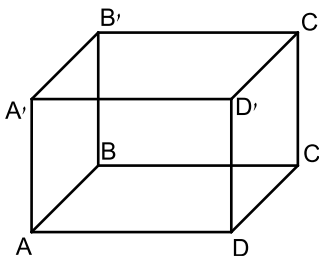
- כל דופן של התיבה נקרא **פאה**.
- לצלעות המלבן בכל פאה קוראים **מקצוע**.
- כל 3 מקצועות נפגשים בנקודה אחת הנקראת **קודקוד**.
- לתיבה 6 פאות, 8 קודקודים ו-12 מקצועות.



בסיסי התיבה:

הפאה העליונה והפאה התחתונה בתיבה נקראות בסיסי התיבה. בפרט, הפאה עליונה נקראת בסיס עליון והפאה התחתונה נקראת בסיס תחתון.

- מקובל לסמן את קודקודי הבסיס התחתון באותיות ABCD ואת קודקודי הבסיס העליון באותיות A'B'C'D'.



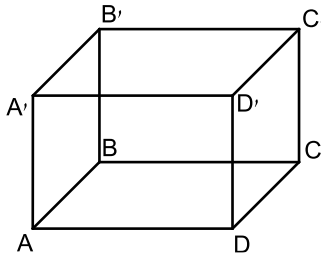
- בתיבה, שני הבסיסים הם מלבנים שווים.

גבהים בתיבה:

- כל מקצוע צדדי בתיבה נקרא גובה בתיבה.
- כל הגבהים בתיבה שווים זה לזה, כלומר: $AA' = BB' = CC' = DD'$.
- כל הגבהים מאונכים לבסיסי התיבה.

פאות צדדיות בתיבה:

המלבנים: $AA'B'B$, $AA'D'D$, $BB'C'C$, $CC'D'D$ נקראים פאות צדדיות בתיבה.

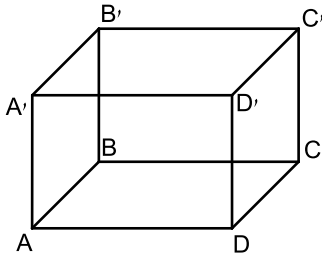


מהגדרת התיבה עולה כי פאות צדדיות נגדיות שוות זו לזו.

כלומר:

- הפאות: $AA'B'B$ ו- $CC'D'D$ הן מלבנים שווים.
- הפאות: $AA'D'D$ ו- $BB'C'C$ הן מלבנים שווים.

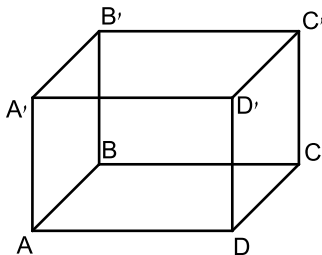
שאלות:



(1) נתונה תיבה שבסיסה מלבן.

נתון: $AD = 7$ ס"מ, $DC = 6$ ס"מ.

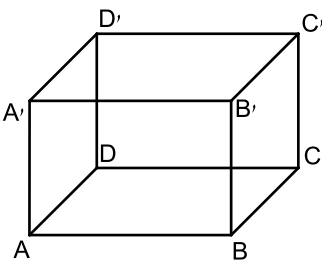
מצא את אורך אלכסון הבסיס AC .



(2) נתונה תיבה שבסיסה מלבן.

נתון: $AD = 6$ ס"מ ואלכסון הבסיס AC

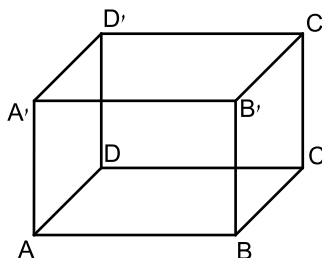
הוא 10 ס"מ. מצא את אורך הצלע DC .



(3) בתיבה נתון כי אורך אלכסון הפאה AB' הוא 13 ס"מ

ואורך הצלע $AB = 12$ ס"מ.

חשב את אורך הגובה BB' .



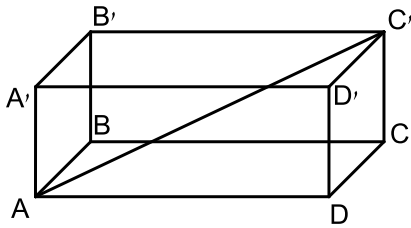
(4) בתיבה נתון כי האורך AD' (אלכסון הפאה $ADD'A'$)

הוא 20 ס"מ. גובה התיבה DD' הוא 11 ס"מ.

מצא את אורך הצלע AD .

5) נתונה תיבה שבה האלכסון ראשי (אלכסון התיבה) AC' הוא 13 ס"מ.

גובה התיבה CC' הוא 7 ס"מ.
מצא את אורך אלכסון הבסיס.

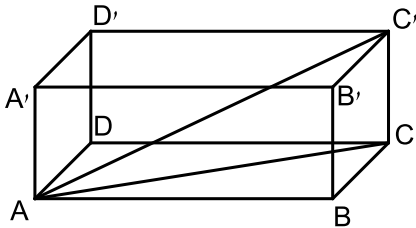


6) בתיבה נתונים: $AB = 17$ ס"מ, $BC = 10$ ס"מ.

א. מצא את אלכסון הבסיס AC .

ב. נתון כי אלכסון התיבה AC' הוא 27 ס"מ.

מצא את גובה התיבה CC' .

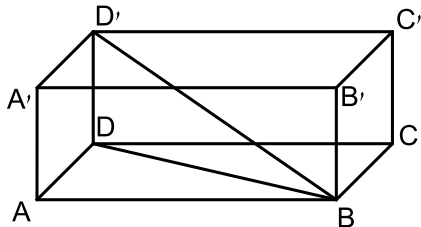


7) בתיבה נתונים: $AB = 18$ ס"מ, $AD = 14$ ס"מ.

א. מצא את אלכסון הבסיס DB .

ב. נתון כי גובה התיבה DD' הוא 12 ס"מ.

מצא את האורך של אלכסון התיבה BD' .

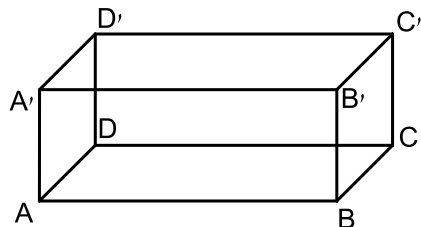


8) נתונה תיבה שבה: $AB = 11$ ס"מ, $AD = 7$ ס"מ,

$AC' = 25$ ס"מ.

א. מצא את אלכסון הבסיס.

ב. מצא את גובה התיבה.



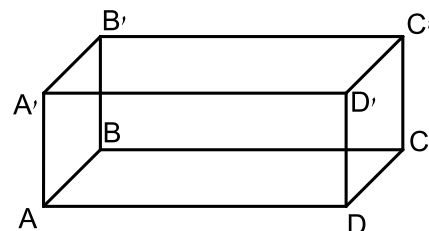
9) נתונה תיבה ובה: $AA' = 15$ ס"מ, $AB = 4$ ס"מ.

א. מצא את אורך AB'

(אלכסון הפאה $ABB'A'$).

ב. נתון כי AD' הוא 17 ס"מ.

מצא את הצלע AD .



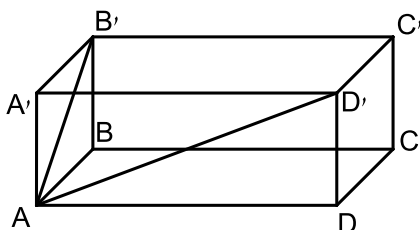
10) בתיבה נתון: $AD = 12$ ס"מ, $AB = 6$ ס"מ,

$AD' = 18$ ס"מ.

א. מצא את גובה התיבה DD' .

ב. מצא את AB'

(אלכסון הפאה $ABB'A'$).



תשובות סופיות:

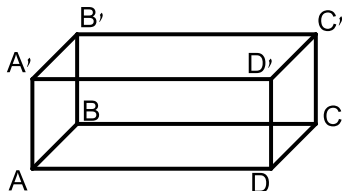
- (1) $AC = 9.22$ ס"מ
- (2) $DC = 8$ ס"מ
- (3) $BB' = 5$ ס"מ
- (4) $AD = 16.7$ ס"מ
- (5) $AC = 10.95$ ס"מ
- (6) א. $AC = 19.72$ ס"מ ב. $CC' = 18.44$ ס"מ
- (7) א. $DB = 22.8$ ס"מ ב. $BD' = 25.76$ ס"מ
- (8) א. $AC = 13.03$ ס"מ ב. $CC' = 21.33$ ס"מ
- (9) א. $AB' = 15.52$ ס"מ ב. $AD = 8$ ס"מ
- (10) א. $DD' = 13.41$ ס"מ ב. $AB' = 14.69$ ס"מ

שטח פנים ושטח מעטפת של תיבה:

סיכום כללי:

שטח מעטפת:

סכום כל שטחי הפאות הצדדיות.



$$M = S_{AA'B'B} + S_{AA'D'D} + S_{BB'C'C} + S_{CC'D'D}$$

$$M = 2S_{AA'B'B} + 2S_{AA'D'D}$$

$$M = 2(S_{AA'B'B} + S_{AA'D'D})$$

שטח פנים:

השטח של כל הפאות כולל בסיסי התיבה.

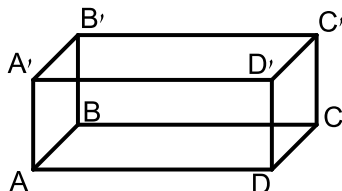
$$P = S_{AA'B'B} + S_{AA'D'D} + S_{BB'C'C} + S_{CC'D'D} + S_{ABCD} + S_{A'B'C'D'}$$

$$P = M + S_{ABCD} + S_{A'B'C'D'}$$

$$P = M + 2S_{ABCD}$$

$$P = 2(S_{AA'B'B} + S_{AA'D'D} + S_{ABCD})$$

שאלות:

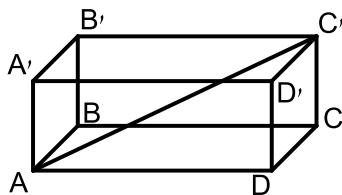


(1) נתונה תיבה שבה:

10 ס"מ $AD =$, 7 ס"מ $CD =$, גובה התיבה הוא 4 ס"מ.

א. חשב את שטח המעטפת של התיבה.

ב. חשב את שטח הפנים של התיבה.



(2) בתיבה $ABCD A' B' C' D'$ נתון:

5 ס"מ $AB =$, 12 ס"מ $AD =$,

אלכסון התיבה הוא 23 ס"מ $AC' =$.

א. מצא את אלכסון הבסיס.

ב. מצא את גובה התיבה.

ג. חשב את שטח הפנים של התיבה.

תשובות סופיות:

ב. 276 סמ"ר $P =$

(1) א. 136 סמ"ר $M =$

ג. 644.98 סמ"ר $M =$

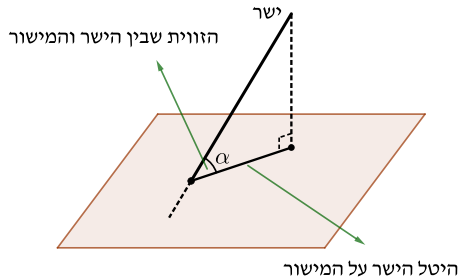
ב. 18.97 ס"מ $CC' =$

(2) א. 13 ס"מ $AC =$

זוויות בתיבה:

סיכום כללי:

היטל ישר על מישור:



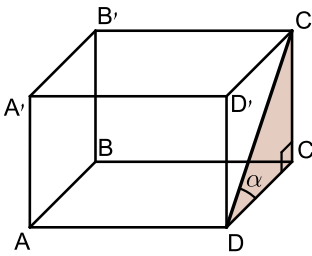
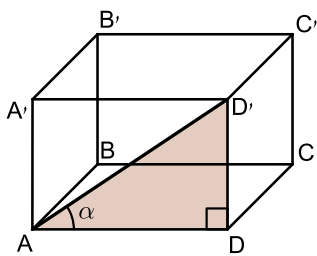
- מורידים גובה למישור מקצה הישר.
- מחברים את נקודת החיתוך של הישר והמישור עם נקודת החיתוך של גובה והמישור.
- מסמנים את הזווית הישרה.

הקטע שבין הגובה והחיתוך של הישר והמישור נקרא **היטל הישר על המישור**.
הזווית שבין הישר וההיטל היא **הזווית שבין הישר והמישור**.

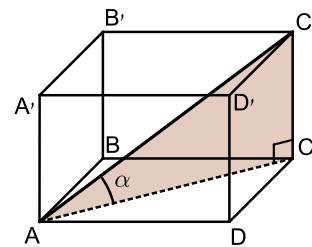
סוגי זוויות בתיבה:

כדי להגדיר את הזווית הרצויה, יש למצוא את ההיטל תחילה ולהרכיב משולש ישר זווית מתאים. להלן דוגמאות לשתי זוויות שנעסוק בהן:

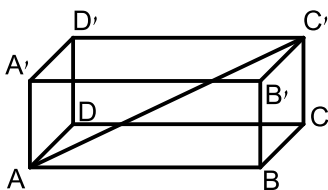
זווית בין אלכסון פאה והבסיס:



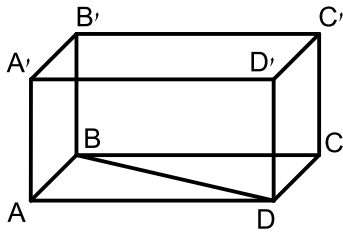
זווית בין אלכסון התיבה והבסיס:



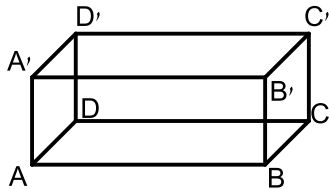
שאלות:



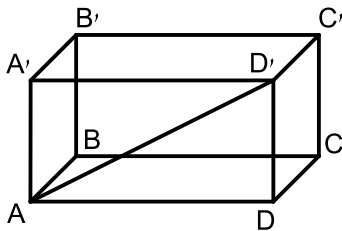
- (1) בתיבה $ABCD A'B'C'D'$, הזווית בין אלכסון התיבה AC' לבין הבסיס היא 28° , 17 ס"מ $AC =$. מצא את גובה התיבה CC' .



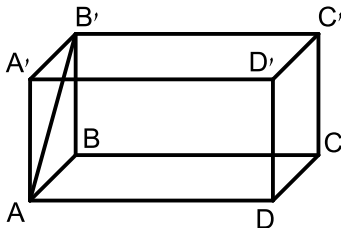
- (2) בתיבה, הזווית בין אלכסון התיבה $B'D'$ לבין הבסיס $ABCD$ היא בת 20° וגובה התיבה הוא 15 ס"מ. מצא את אלכסון התיבה.



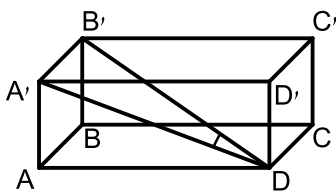
- (3) נתונה תיבה ובה אלכסון הבסיס AC הוא 9 ס"מ וגובה התיבה הוא 5 ס"מ. מצא את הזווית שבין אלכסון התיבה AC' לבין הבסיס $ABCD$.



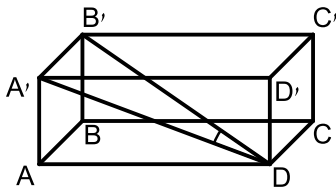
- (4) נתונה תיבה שגובהה 10 ס"מ. הזווית בין אלכסון הפאה AD' לבין הבסיס $ABCD$ היא בת 40° . מצא את אורך הצלע AD .



- (5) נתונה תיבה ובה: $AB = 15$ ס"מ, $BB' = 8$ ס"מ. מצא את הזווית שבין אלכסון הפאה $ABB'A'$, AB' , לבין הבסיס $ABCD$.



- (6) נתונה תיבה ובה אלכסון התיבה $B'D'$ הוא 16.328 ס"מ, ואלכסון הפאה הוא $A'D = 13.67$ ס"מ. חשב את הזווית שבין אלכסון הפאה הצדדית DA' לבין אלכסון התיבה DB' .



- (7) נתונה תיבה שבה:
 $AB = 6$ ס"מ, $AD = 9$ ס"מ, $AA' = 5$ ס"מ.
 א. חשב את אורכו של אלכסון הפאה הצדדית $A'D$.
 ב. חשב את אורכו של אלכסון התיבה $B'D$.
 ג. חשב את הזווית שבין אלכסון הפאה הצדדית $A'D$ לבין אלכסון התיבה $B'D$.

תשובות סופיות:

1) $CC' = 9.04$ ס"מ

2) $BD = 14.21$ ס"מ

3) $\angle CAC' = 29.05^\circ$

4) $AD = 11.92$ ס"מ

5) $\angle BAB' = 28.07^\circ$

6) $\angle A'DB' = 33.15^\circ$

7) $A'D = 10.29$ ס"מ

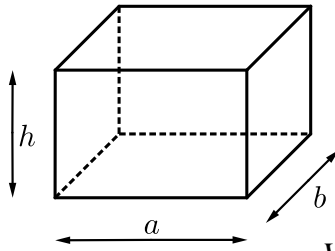
ב. $B'D = 11.91$ ס"מ

ג. $\alpha = 30.24^\circ$

נפח של תיבה:

סיכום כללי:

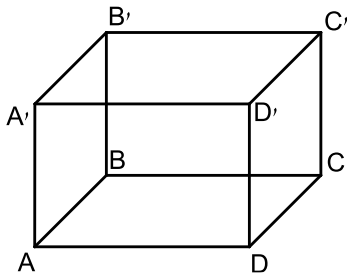
נפח תיבה יחושב ע"י מכפלת אורך התיבה, ברוחב התיבה ובגובה התיבה:



$$\text{גובה} \cdot \text{רוחב} \cdot \text{אורך} = \text{נפח תיבה}$$

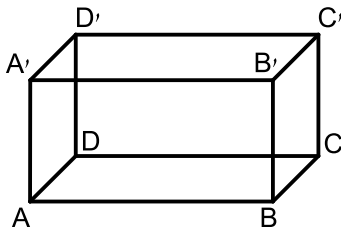
אם נסמן את מידות התיבה:
 a - אורך, b - רוחב, h - גובה

נוכל לכתוב את נוסחת הנפח של התיבה באופן הבא: $V = abh$.

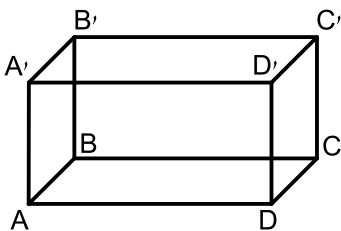


מתמטית, עבור תיבה ABCDA'B'C'D' נפח התיבה הוא: $V = AD \cdot AB \cdot AA'$.

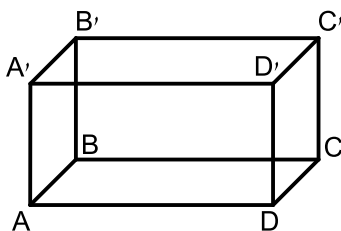
שאלות:



- (1) בתיבה ABCDA'B'C'D' נתונים:
 $AB = 12$ ס"מ, $BC = 8$ ס"מ, $CC' = 7$ ס"מ.
 חשב את נפח התיבה.



- (2) בתיבה ABCDA'B'C'D' נתונים:
 $AB = 8.29$ ס"מ, $AD = 12.56$ ס"מ,
 וגובה התיבה הוא 11 ס"מ.
 מצא את נפח התיבה.



- (3) בתיבה ABCDA'B'C'D' נתונים: $AB = 5$ ס"מ,
 גובה התיבה הוא 7 ס"מ והזווית בין אלכסון
 הפאה AD' לבין הבסיס היא 35° .
 חשב את נפח התיבה.

תשובות סופיות:

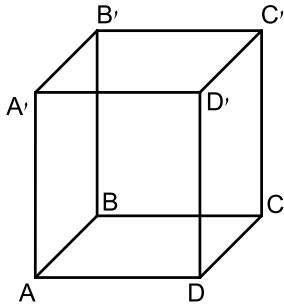
(1) $V = 672$ סמ"ק

(2) $V = 1145.34$ סמ"ק

(3) $V = 350$ סמ"ק

תיבה שבסיסה ריבוע:

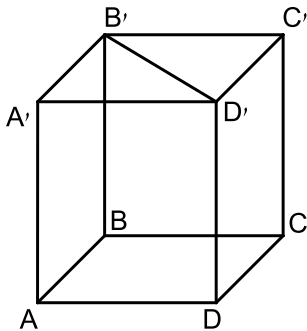
סיכום כללי:



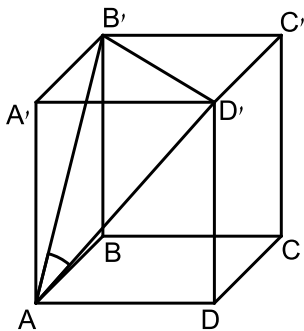
תיבה שבסיס ריבוע - תכונות:

- לתיבה יש 2 גדלים (אורך צלע וגובה) במקום 3 (אורכי שתי צלעות וגובה).
- כל הפאות שוות.
- כל אלכסוני הפאות שווים.

שאלות:



- (1) בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה ריבוע, אורך האלכסון של הבסיס העליון $B'D'$ הוא 7.14 ס"מ. חשב את שטח הבסיס העליון של התיבה.



- (2) בתיבה שבסיסה ריבוע, אורך האלכסון של הפאה הצדדית הוא 9 ס"מ והזווית שבין אלכסוני הפאות הצדדיות היא בת 47° .
 א. חשב את אורך אלכסון הבסיס העליון $B'D'$.
 ב. חשב את שטח הבסיס של התיבה.
 ג. חשב את נפח התיבה.

תשובות סופיות:

- (1) $S_{A'B'C'D'} = 25.49$ סמ"ר.
 (2) א. $B'D' = 7.17$ ס"מ ב. $S_{ABCD} = 25.75$ סמ"ר ג. $V = 191.38$ סמ"ק

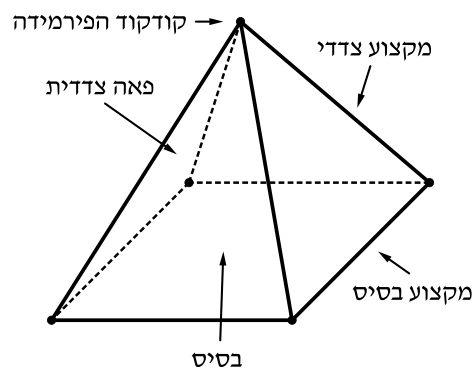
הפירמידה:

סיכום כללי:

הפירמידה - הגדרות ומונחים:

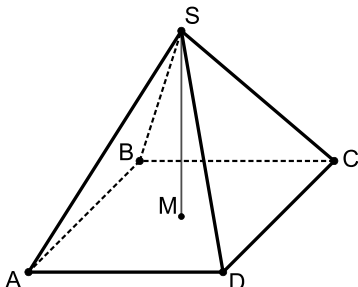
גוף תלת מימדי המורכב ממלבן ונקודה מחוץ למישור המלבן שאליה מחברים את כל קודקודי המלבן.

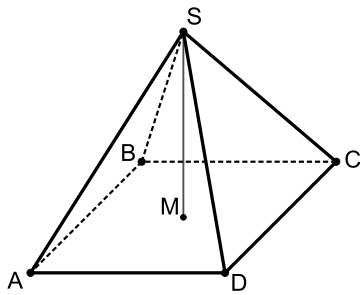
- המלבן נקרא **בסיס הפירמידה**
- הנקודה החיצונית נקראת **קודקוד הפירמידה**.
- הקטעים שמחברים את קודקודי המלבן עם קודקוד הפירמידה נקראים **מקצועות צדדיים** בפירמידה.
- צלעות המלבן נקראות **מקצועות הבסיס** של הפירמידה.
- פירמידה שבה כל המקצועות הצדדיים שווים נקראת **פירמידה ישרה**.
- כל דופן של הפירמידה נקרא **פאה**.
- בפירמידה יש 5 פאות, 5 קודקודים ו-8 מקצועות.



בסיס הפירמידה:

מקובל לסמן את מלבן הבסיס של הפירמידה ב-ABCD ואת קודקוד הראש של הפירמידה ב-S. אנו נעסוק בפירמידות ישרות שבסיסן מלבן ופירמידות שבסיסן ריבוע.





גובה בפירמידה:

קטע היוצא מקודקוד הפירמידה ומאונך למישור הבסיס נקרא גובה הפירמידה. בפירמידה ישרה, גובה הפירמידה נופל בנקודת מפגש אלכסוני מלבן הבסיס. מקובל לסמן את נקודת מפגש האלכסונים ב-M או ב-H.

פאות צדדיות בפירמידה:

- בפירמידה ישרה כל המקצועות הצדדיים שווים: $SA = SB = SC = SD$. עקב כך, כל הפאות הצדדיות הן משולשים שווי-שוקיים.
- המשולשים $\triangle SAB$ ו- $\triangle SCD$ הם שווי-שוקיים וחופפים זה לזה.
 - המשולשים $\triangle SAD$ ו- $\triangle SBC$ הם שווי-שוקיים וחופפים זה לזה.

בפרט, בפירמידה ישרה שבסיס ריבוע, כל הפאות הצדדיות הן משולשים שווי שוקיים החופפים זה לזה.

שאלות:

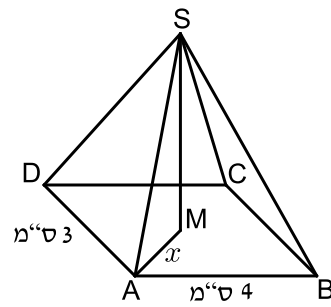
1) נתונים מלבנים שונים. מצא את אורך חצי אלכסון - x . (M - מרכז המלבן)

א. ב.

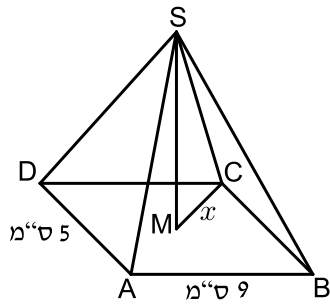
ג. ד.

2) נתונות פירמידות ישרות שבסיסן מלבן. מצא את x .

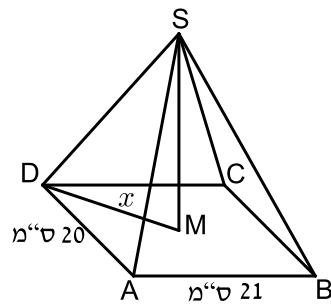
א.



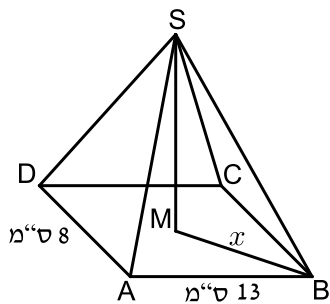
ב.



ג.



ד.

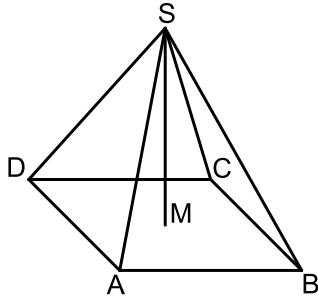


3) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון:

גובה הפירמידה SM הוא 10 ס"מ.

אורך חצי אלכסון הבסיס הוא 4 ס"מ $AM = 4$.

מצא את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה AS.

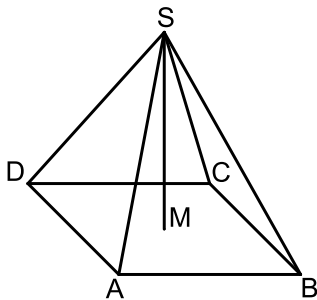


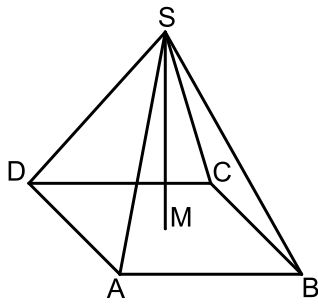
4) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון:

אורך חצי אלכסון הבסיס הוא 12 ס"מ.

אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה AS הוא 17 ס"מ.

מצא את גובה הפירמידה.





5) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון :
 $AS = 10$ ס"מ וגובה הפירמידה הוא 7 ס"מ.
 מצא את אורך אלכסון הבסיס.

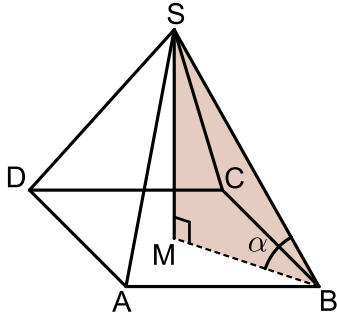
תשובות סופיות:

- | | | | |
|----------|-------------|-------------|--------------|
| א. 5 ס"מ | ב. 4.03 ס"מ | ג. 8.5 ס"מ | ד. 6.5 ס"מ. |
| (1) | ב. 5.14 ס"מ | ג. 14.5 ס"מ | ד. 7.63 ס"מ. |
| (2) | | | |
| (3) | | | |
| (4) | | | |
| (5) | | | |

זוויות בפירמידה:

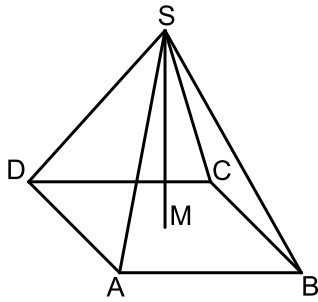
סיכום כללי:

בפירמידה ישרה, הזוויות שבין כל מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה שוות.
לכן ניתן לבחור כל מקצוע ולבצע את חישוב הזווית.

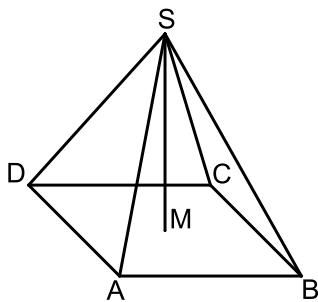


שאלות:

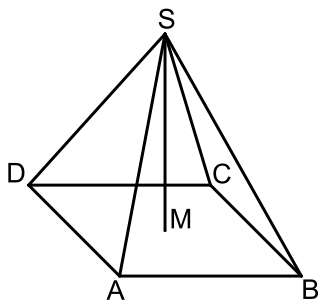
- (1) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון: המקצוע הצדדי הוא 14 ס"מ והזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא 50° . מצא את אלכסון המלבן.



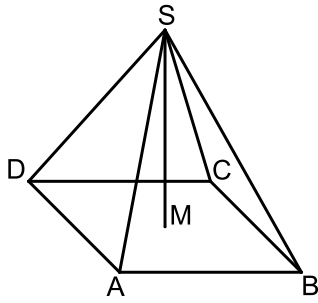
- (2) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון שאלכסון הבסיס הוא 18 ס"מ והזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא 42° . מצא את גובה הפירמידה.



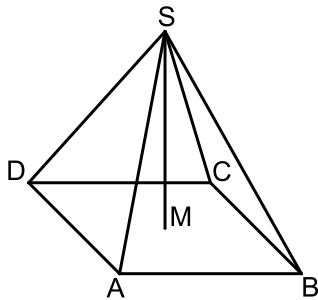
- (3) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון: $AD = 6$ ס"מ, $AB = 8$ ס"מ והזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס היא 38° .



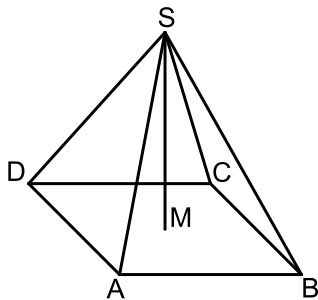
- א. חשב את אלכסון הבסיס.
ב. חשב את גובה הפירמידה.



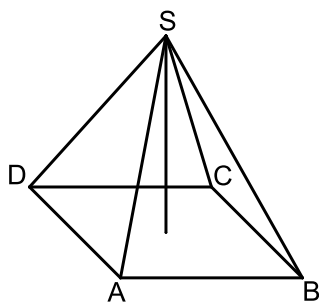
- 4) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון :
 $AB = 13$ ס"מ , $AD = 10$ ס"מ , $SM = 11$ ס"מ .
 א. חשב את אלכסון הבסיס.
 ב. חשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.



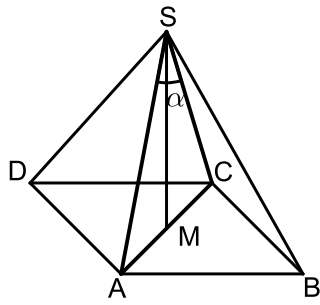
- 5) הבסיס של פירמידה ישרה הוא מלבן.
 נתון : $AD = 10$ ס"מ , $AB = 16$ ס"מ , $SM = 7$ ס"מ .
 א. חשב את אלכסון הבסיס.
 ב. חשב את המקצוע הצדדי של הפירמידה.
 ג. חשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.



- 6) הבסיס של פירמידה ישרה הוא מלבן.
 נתון : $AD = 21$ ס"מ , $AB = 46$ ס"מ , $SM = 16$ ס"מ .
 א. חשב את אלכסון הבסיס.
 ב. חשב את המקצוע הצדדי של הפירמידה.
 ג. חשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.



- 7) בסיסה של פירמידה ישרה הוא מלבן ABCD וקודקודה הוא S.
 מקצועות הבסיס הם : $AB = 40$ ס"מ , $AD = 25$ ס"מ .
 הזווית שנוצרת בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה היא בת 50° .
 א. חשב את האלכסון של הפירמידה.
 ב. חשב את גובה הפירמידה.
 ג. חשב את המקצוע הצדדי של הפירמידה.



- 8) הבסיס של פירמידה ישרה הוא מלבן.
נתון כי: המקצוע הצדדי, SA, הוא 16 ס"מ,
ואלכסון הבסיס, AC, הוא 8 ס"מ.
חשב את הזווית שבין המקצועות הצדדיים SA ו-SC.

תשובות סופיות:

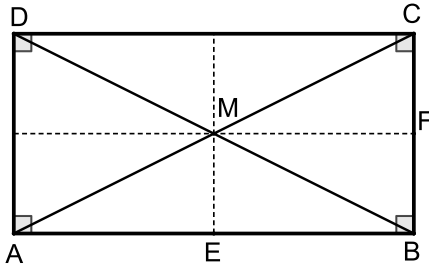
- | | | |
|--------------|-----------------|--------------|
| | | 1) 18 ס"מ. |
| | | 2) 8.1 ס"מ. |
| | 3) א. 10 ס"מ | BD = |
| | 4) א. 16.4 ס"מ | BD = |
| | 5) א. 18.86 ס"מ | BD = |
| | 6) א. 50.56 ס"מ | BD = |
| | 7) א. 47.17 ס"מ | BD = |
| | 8) 28.95° | |
| א. 3.9 ס"מ | SM = | ב. 3.9 ס"מ |
| א. 53.29° | | ב. 53.29° |
| א. 36.58° | SB = | ב. 11.74 ס"מ |
| א. 32.33° | SB = | ב. 29.92 ס"מ |
| א. 36.68 ס"מ | SB = | ב. 28.1 ס"מ |

פאות צדדיות בפירמידה:

סיכום כללי:

הגדרות:

נתון מלבן ABCD ובו AC ו-BD הם אלכסונים הנפגשים בנקודה M.



- לצלע AB נקרא בשם אורך המלבן.
- לצלע BC נקרא בשם רוחב המלבן.
- הקטע MF הוא "חצי אורך המלבן".
- הקטע ME הוא "חצי רוחב המלבן".

תזכורת - קטע אמצעים במשולש:

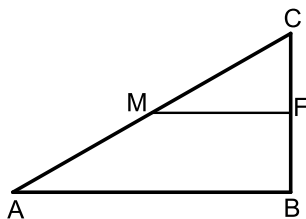
אם במשולש קטע יוצא מאמצע צלע אחת ומגיע לאמצע צלע שנייה אז הוא מקביל לצלע השלישית ושווה למחציתה.

מתמטית:

אם: $AM = CM$ ו- $BF = CF$

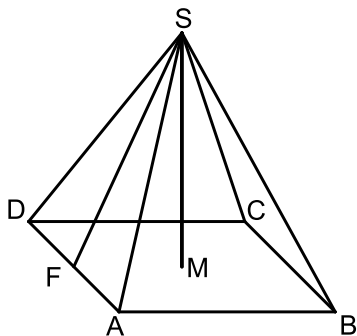
אז: MF הוא קטע אמצעים במשולש ABC

ומתקיים: $MF = \frac{AB}{2}$ וגם $MF \parallel AB$.



גובה בפאה צדדית:

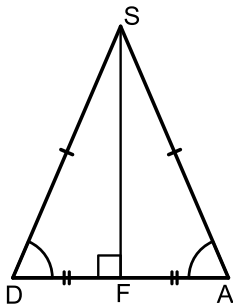
קטע היוצא מקודקוד הפירמידה ומאונך למקצוע הבסיס.



במשולש שווה שוקיים, הגובה לבסיס, התיכון לבסיס וחוצה זווית הראש מתלכדים לקטע אחד.

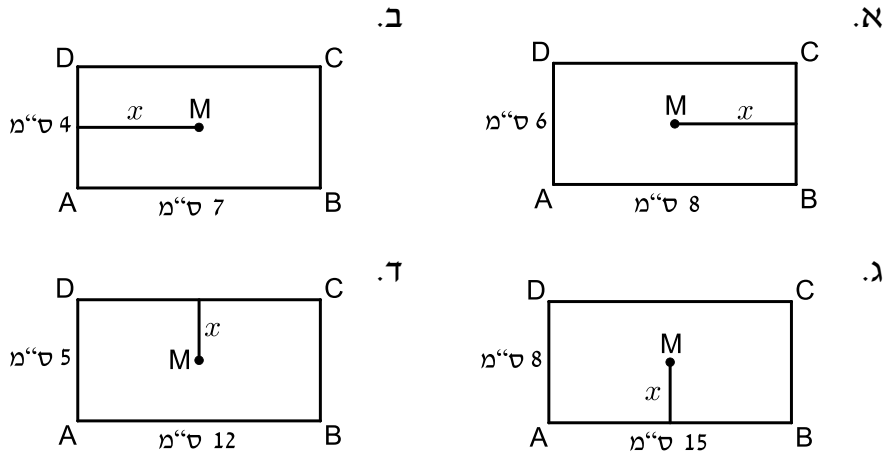
כלומר:

- הגובה לבסיס הוא גם תיכון לבסיס וגם חוצה זווית הראש.
- התיכון לבסיס הוא גם גובה לבסיס וגם חוצה זווית הראש.
- חוצה זווית הראש הוא גם גובה ותיכון לבסיס.

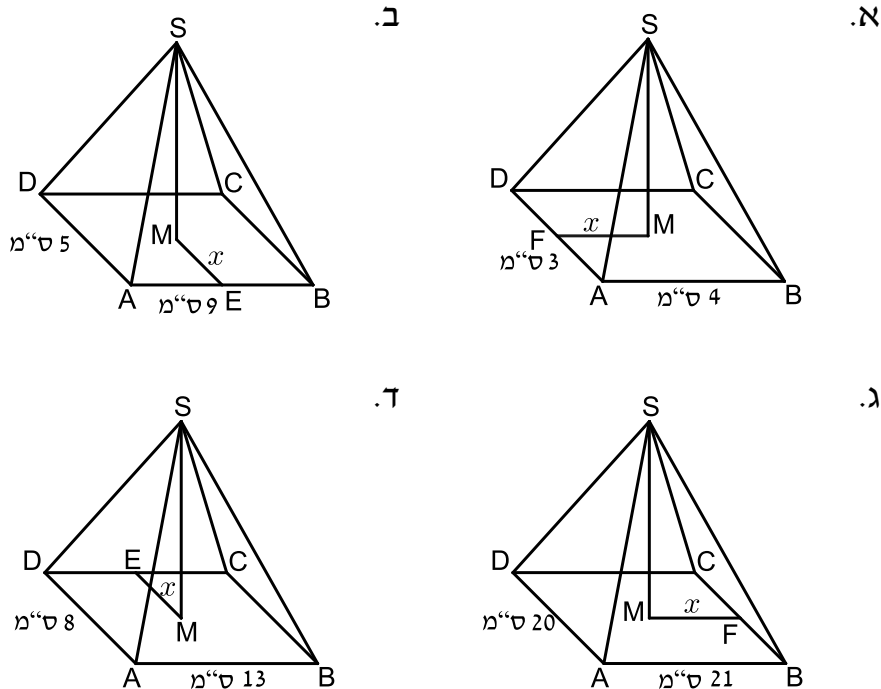


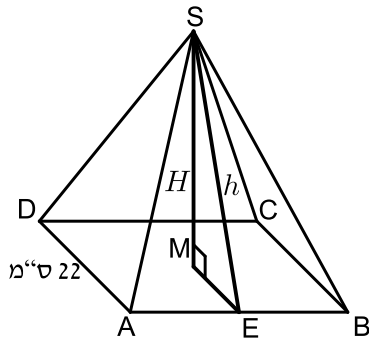
שאלות:

1) הקטע x בכל אחד מהמלבנים הבאים יוצא ממרכז המלבן M ומאונך לצלע שאליה הוא מגיע. מצא את x בכל מלבן.

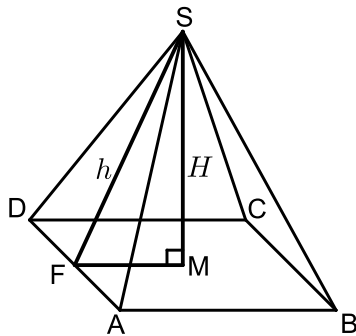


2) נתונות הפירמידות הישרות הבאות שבסיסן מלבן ו- M היא נקודת מפגש אלכסוני המלבן. הקטע x יוצא מהנקודה M ומאונך לצלע הבסיס אליה הוא מגיע. מצא את x בכל מקרה.

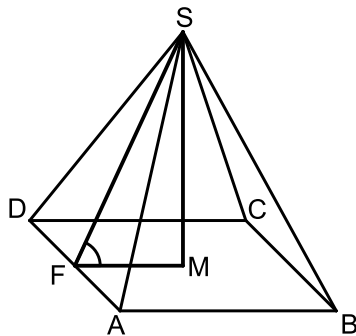




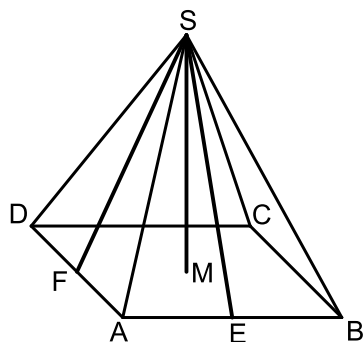
- (3) נתונה פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.
רוחב המלבן: $AD = 22$ ס"מ
וגובה הפירמידה: $H = 32$ ס"מ ($SM = 32$).
א. מצא את ME (ME מאונך ל-AB).
ב. מצא את h (גובה הפאה הצדדית SE).



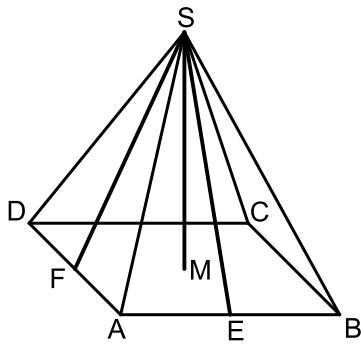
- (4) נתונה פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.
אורך המלבן: $AB = 10$ ס"מ,
גובה (h) הפאה הצדדית: $SF = 14$ ס"מ.
מצא את גובה הפירמידה (H) SM.



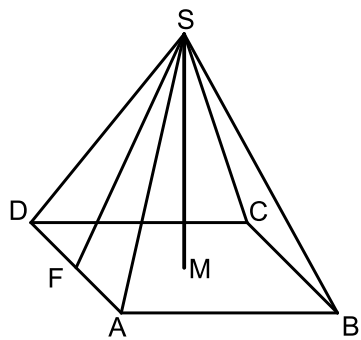
- (5) הבסיס של פירמידה הוא מלבן.
נתון: $AD = 14$ ס"מ, $AB = 18$ ס"מ,
וגובה הפאה הצדדית: $SF = 10$ ס"מ.
א. מצא את גובה הפירמידה.
ב. מצא את זווית F במשולש SFM ($\sphericalangle SFM$).



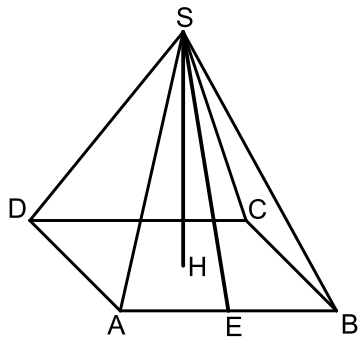
- (6) הבסיס של פירמידה הוא מלבן.
נתון: $AD = 11$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ.
גובה הפאה הצדדית SAD הוא: $SF = 19$ ס"מ.
א. חשב את גובה הפירמידה.
ב. חשב את התיכון ל-SE של הפאה הצדדית SAB.
ג. מצא את $\sphericalangle SFM$.



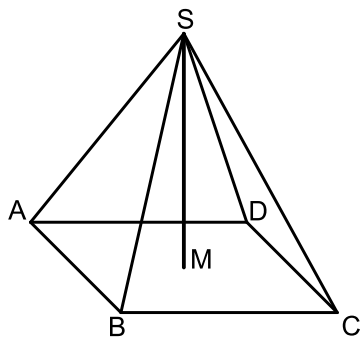
- 7) הבסיס של פירמידה ישרה הוא מלבן.
נתון: $AD = 8$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ.
וגובה הפאה הצדדית SAB הוא: $SE = 20$ ס"מ.
א. מצא את גובה הפירמידה.
ב. מצא את הגובה SF של הפאה הצדדית SAD.
ג. מצא את זווית $\angle SFM$.



- 8) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון:
גובה הפירמידה הוא 15 ס"מ וחוצה זווית הראש של הפאה הצדדית SAD הוא: $SF = 17$ ס"מ.
א. מצא את הזווית שבין חוצה זווית הראש של פאה SAD לבין הבסיס.
ב. מצא את "חצי אורך" הבסיס FM.
ג. חשב את אורך הבסיס AB.



- 9) בפירמידה ישרה שבסיסה מלבן נתון:
 $AD = 12$ ס"מ, $AB = 15$ ס"מ.
הזווית שבין גובה הפאה הצדדית SAD לבין הבסיס היא בת 48° .
א. חשב את גובה הפירמידה.
ב. חשב את הזווית בין גובה הפאה SAB לבין הבסיס.
ג. חשב את אורך התיכון לבסיס של הפאה SAB.



- 10) הבסיס של פירמידה ישרה הוא מלבן.
F היא האמצע של AB.
נתון: $AB = 15$ ס"מ, $BC = 19$ ס"מ.
והזווית שבין הישר SF לבין הבסיס היא בת 60° .
א. חשב את גובה הפירמידה.
ב. חשב את הזווית שבין גובה הפאה SBC לבין הבסיס.
ג. חשב את גובה הפאה הצדדית SAB.

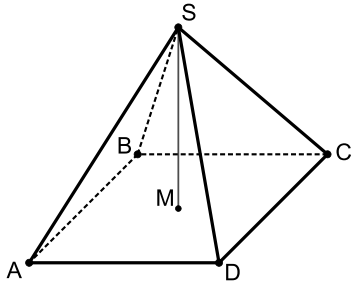
תשובות סופיות:

- (1) א. 4 ס"מ ב. 3.5 ס"מ ג. 4 ס"מ ד. 2.5 ס"מ
- (2) א. 2 ס"מ ב. 2.5 ס"מ ג. 10.5 ס"מ ד. 4 ס"מ
- (3) א. 11 ס"מ = ME ב. 33.83 ס"מ = h
- (4) א. 13.07 ס"מ = H
- (5) א. 4.35 ס"מ = SM ב. $\angle F = 25.84^\circ$
- (6) א. 17.45 ס"מ = SM ב. 18.3 ס"מ = SE ג. $\angle SFM = 66.75^\circ$
- (7) א. 19.59 ס"מ = SM ב. 20.49 ס"מ = SF ג. $\angle SFM = 72.97^\circ$
- (8) א. 61.92° ב. 8 ס"מ = MF ג. 16 ס"מ = AB
- (9) א. 8.33 ס"מ = SH ב. $\angle SEH = 54.23^\circ$ ג. 10.26 ס"מ = SE
- (10) א. 16.45 ס"מ = SM ב. $\angle SEM = 65.5^\circ$ ג. 19 ס"מ = SF

נפח של פירמידה:

סיכום כללי:

נפח פירמידה יחושב ע"י שליש ממכפלת הבסיס בגובה הפירמידה.



כלומר:
$$\text{נפח פירמידה} = \frac{\text{גובה} \cdot \text{שטח בסיס}}{3}$$

ניתן גם להתייחס לכל ממדי הפירמידה באופן הבא:

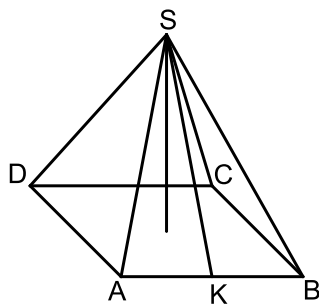
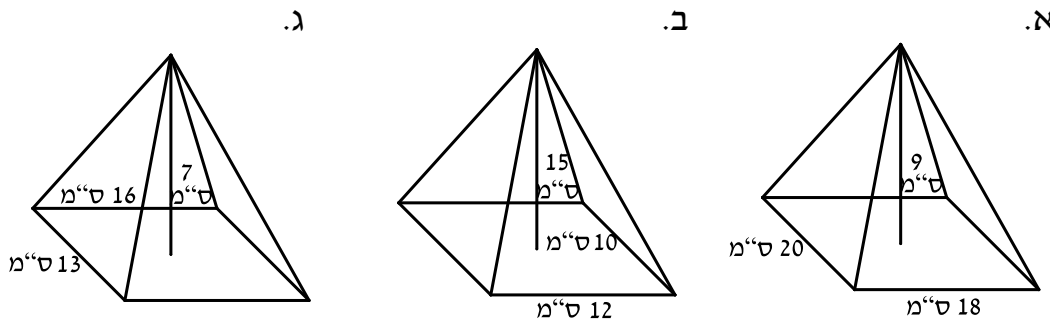
$$\text{נפח פירמידה} = \frac{\text{גובה} \cdot \text{רוחב} \cdot \text{אורך}}{3}$$

מתמטית נכתוב: $V = \frac{B \cdot h}{3} = \frac{a \cdot b \cdot h}{3}$

כאשר: a - אורך בסיס הפירמידה, b - רוחב בסיס הפירמידה, h - גובה הפירמידה.

שאלות:

1) חשב את הנפח של כל אחת מהפירמידות הבאות:



2) המלבן ABCD הוא הבסיס של פירמידה ישרה ומרובעת

SABCD. אורכי מקצועות הבסיס הם: $AD = 10$ ס"מ,

$AB = 15$ ס"מ והגובה של הפאה הצדדית SAB הוא:

$SK = 17$ ס"מ.

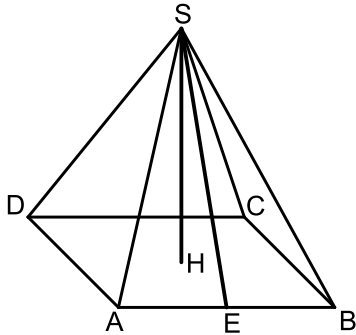
א. חשב את גובה הפירמידה.

ב. חשב את נפח הפירמידה.

ג. חשב את הזווית שבין הישר SK

לבין בסיס הפירמידה.

3 המלבן ABCD הוא הבסיס של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD.



גובה הפירמידה הוא: $SH = 22$ ס"מ.

הגובה של פאה צדדית הוא: $SE = 25$ ס"מ.

א. חשב את הזווית שבין הישר SE לבין בסיס הפירמידה.

ב. חשב את מקצוע הבסיס, BC.

ג. חשב את המקצוע AB,

אם נפח הפירמידה הוא 1040 סמ"ק.

תשובות סופיות:

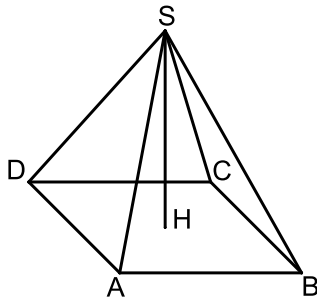
- (1) א. 1080 סמ"ק ב. 600 סמ"ק ג. 485.33 סמ"ק.
- (2) א. $SM = 16.24$ ס"מ ב. $V = 812.4$ סמ"ק ג. 72.89° .
- (3) א. $\angle SEH = 61.64^\circ$ ב. $BC = 23.74$ ס"מ ג. $AB = 5.97$ ס"מ.

שטחים וזוויות של פאות בפירמידה:

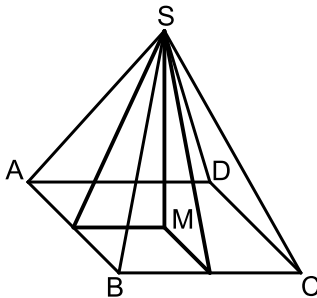
סיכום כללי:

בנושא זה נתמקד בחישובים הכוללים שטחים של פאות צדדיות. היות ובפירמידה ישרה כל הפאות הן משולשים שווי-שוקיים, נצטרך למצוא את שטחם. לשם כך נעזר בנוסחת שטח משולש.

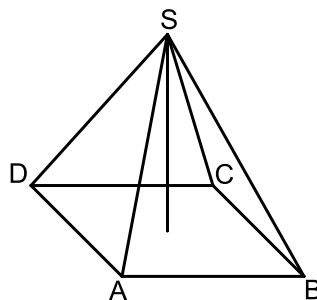
שאלות:



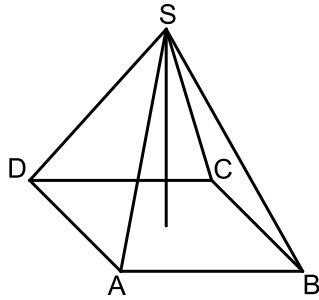
- (1) המלבן ABCD הוא הבסיס של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD. אורך המלבן הוא: $AB = 22$ ס"מ ורוחבו הוא: $AD = 17$ ס"מ. גובה הפירמידה הוא: $SH = 24$ ס"מ.
- חשב את הגובה של הפאה הצדדית SAB.
 - חשב את השטח של הפאה הצדדית SAB.
 - חשב את השטח של הפאה הצדדית SAD.



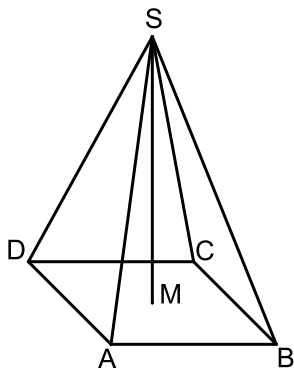
- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא מלבן ABCD. אורכו של מקצוע הבסיס AB הוא 12 ס"מ ואורכו של מקצוע הבסיס BC הוא 17 ס"מ. F היא האמצע של AB. הזווית שבין הישר SF לבין הבסיס היא 51° .
- חשב את גובה הפירמידה.
 - E היא האמצע של BC. חשב את הזווית שבין הישר SE לבין הבסיס.
 - חשב את גובה הפאה הצדדית SAB.
 - חשב את שטח הפאה SAB.



- (3) הבסיס ABCD של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD הוא מלבן. נתון: $AB = 25$ ס"מ, $AD = 20$ ס"מ. זווית הראש של הפאה הצדדית SAB היא 44° .
- חשב את הגובה של הפאה SAB.
 - SF הוא חוצה זווית הראש של הפאה SAB. חשב את הזווית שבין SF לבין בסיס הפירמידה.
 - חשב את גובה הפירמידה.



- (4) הבסיס ABCD של פירמידה ישרה ומרובעת הוא מלבן.
נתון: $AD = 14$ ס"מ, $AB = 19$ ס"מ.
זווית הראש של הפאה הצדדית SAB היא 34° .
- חשב את הגובה של הפאה SAB.
 - חשב את שטח הפאה SAB.
 - חשב את גובה הפירמידה.
 - חשב את זווית הראש של הפאה SAD.



- (5) נתונה פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע.
אורך צלע הריבוע 18 ס"מ וגובה הפירמידה 13 ס"מ.
- חשב את נפח הפירמידה.
 - חשב את הזווית שבין המקצוע הצדדי לבסיס.
 - חשב את הזווית שבין הפאה הצדדית לבסיס.
 - חשב את זווית הראש של הפאה הצדדית SAB.
 - חשב את השטח של הפאה הצדדית SAB.

תשובות סופיות:

- | | | |
|---------------------------|----------------------------|--|
| ג. $S_{SAD} = 224.4$ סמ"ר | ב. $S_{SAB} = 280.06$ סמ"ר | א. $SF = 25.46$ ס"מ (1) |
| ג. 13.5 ס"מ | ב. 60.24° | א. $SM = 10.49$ ס"מ (2) |
| ג. $SM = 29.27$ ס"מ | ב. 71.14° | ד. $S_{SAB} = 81$ סמ"ר |
| ג. $SM = 30.27$ ס"מ | ב. $S_{SAB} = 295.19$ סמ"ר | א. $SF = 30.93$ ס"מ (3) |
| | ב. 45.6° | א. $SF = 31.07$ ס"מ (4) |
| ג. 55.3° | ה. $S_{SAB} = 142.29$ סמ"ר | ד. 24.88° |
| | | א. $V = 1404$ סמ"ק (5) |
| | | ד. $\sphericalangle ASB = 59.29^\circ$ |

שטח פנים ושטח מעטפת של פירמידה:

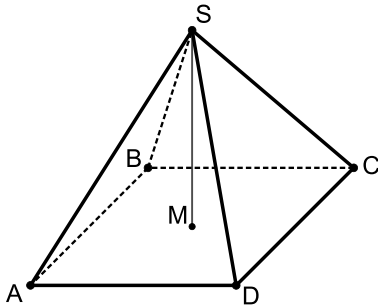
סיכום כללי:

שטח מעטפת:

סכום כל שטחי הפאות הצדדיות:

$$M = S_{SAB} + S_{SBC} + S_{SCD} + S_{SAD}$$

היות ושל זוג פאות נגדיות שוות: $M = 2(S_{SAB} + S_{SBC})$.



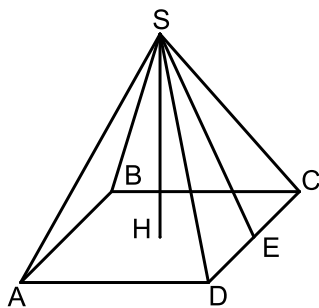
שטח פנים:

השטח של כל הפאות **כולל** בסיס הפירמידה:

$$P = S_{ABCD} + S_{SAB} + S_{SBC} + S_{SCD} + S_{SAD}$$

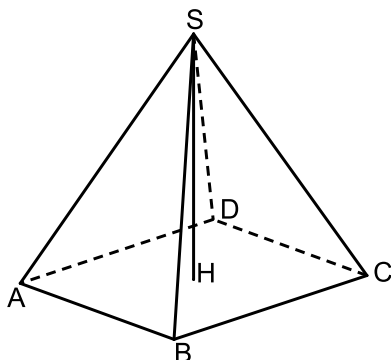
ניתן גם לכתוב: $P = S_{ABCD} + M$ כאשר M הוא שטח המעטפת מלמעלה.

שאלות:



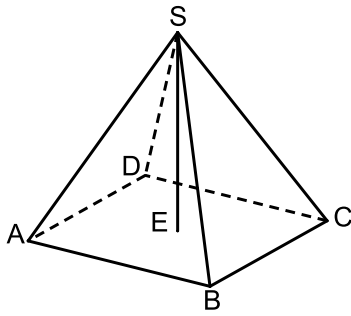
(1) נתונה פירמידה ישרה שבסיסה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 7 מטרים. אורך גובה הפירמידה הוא 9 מטרים.

- חשב את הגובה SE של הפאה הצדדית SDC.
- חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.
- חשב את שטח הפנים של הפירמידה.



(2) מוזיאון הטכנולוגיה בסינגפור בנוי בצורת פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע ABCD. מקצועות הבסיס של הפירמידה שווים ל-222 מ' כל אחד. הגובה של הפירמידה שווה ל-133 מ'.

- חשב את שטח המעטפת של המוזיאון.
- חשב את שטח הפנים של המוזיאון.



3) כיתה י"א 3 השתתפה בתחרות שנערכה לכבוד חג הפסח. המשימה הראשונה הייתה בניית פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע. השלד של הפירמידה הורכב ממוטות: ארבעה מוטות בבסיס הפירמידה, ארבעה מוטות צדדיים ומוט אחד מרכזי לתמיכה המאונך לבסיס. אורך כל מוט בבסיס הפירמידה שווה ל-6 מ' ואורך כל מוט צדדי שווה ל-8 מ'.

- א. התלמידים החליטו לחזק את הפירמידה על ידי הוספת מוט לאורך אלכסון הבסיס של הפירמידה. מצאו את האורך של מוט זה.
- ב. מצאו את אורך המוט המרכזי SE.
- ג. מצאו את הזווית שבין המוט הצדדי לרצפת הפירמידה.
- ד. עוטפים את הפירמידה ביריעת בד זהובה מכל הצדדים (ללא הריצפה). בכמה מטרים מרובעים של בד השתמשו?

תשובות סופיות:

- 1) א. $SE = 9.65$ מ' ב. $M = 135.19$ מ"ר ג. $P = 184.19$ מ"ר
- 2) א. $M = 76915.87$ מ"ר ב. $P \approx 126199.87$ מ"ר
- 3) א. $AC = 8.48$ מ' ב. $SE = 6.78$ מ' ג. 58°
- ד. $M = 356$ מ"ר