

דינמיקה

## דינמיקה (מכניקה 2)

סטודנטים יקרים,

לפניכם ספר תרגילים בקורס דינמיקה. קורס דינמיקה הינו אחד הקורסים המעניינים והמאתגרים במדעי ההנדסה, בו לומד הסטודנט את היסודות הפיזיקליים השולטים בתנועת חלקיקים וגופים קשיחים ואת ניתוח תנועתם, יחד עם העקרונות המתמטיים המלווים את תאור הבעיות ופתרוןן.

הקורס מוגש בסרטוני ווידאו מלווים בהסבר קולי כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מבנית, שיטתית ופשוטה כפי שנעשה בשיעור פרטי.

את הקורס בנה ד"ר אמיר זוהר, בעל נסיון רב בהוראת המקצוע.

באתר הקורס בתחילת כל פרק תמצאו סרטוני הסבר ורקע תאורטי לאותו הפרק, וכן נקודות חשובות להן יש לשים לב כשניגשים לפתרון שאלות, וכמובן סרטוני פתרונות מלאים לתרגילים המובאים בספר זה ומלווים בהסברים מפורטים הכוללים אנימציה המדגימה את התנועה המתרחשת בכל תרגיל.

## תוכן העניינים:

4	פרק 1
4	קינמטיקה של חלקיק – תיאור התנועה במרחב
4	קואורדינטות קבועות בזמן (קואורדינטות קרטזיות)
5	קואורדינטות משתנות בזמן (קואורדינטות פולריות וקואורדינטות מסלול)
8	פרק 2
8	קינטיקה של חלקיק: כוחות ותנועה, חוקי ניוטון
8	תרגילים
11	פרק 3
11	תנע זוויתי ומערכת חלקיקים
11	תרגילים
13	פרק 4
13	קינמטיקה של גוף קשיח – מהירות נקודה על גוף קשיח
13	תרגילים – דו מימד
17	תרגילים – תלת מימד
19	פרק 5
19	מפרקים ואילוצים מרחביים
20	פרק 6
20	תאוצה זוויתית – גזירת המהירות הזוויתית
20	תרגילים
21	פרק 7
21	קינמטיקה של גוף קשיח – תאוצת נקודה על גוף קשיח
21	תרגילים
25	פרק 8
25	קינמטיקה של גוף קשיח ומומנטי התמד
25	תרגילים
28	פרק 9
28	דינמיקה של גוף קשיח ומשוואות התנועה
28	תרגילים בדו מימד
30	תרגילים בתלת מימד – תנועה סיבובית ללא גילגול
33	תרגילים בתלת מימד – תנועה עם גילגול ללא החלקה
35	פרק 10

35..... רקע מתמטי

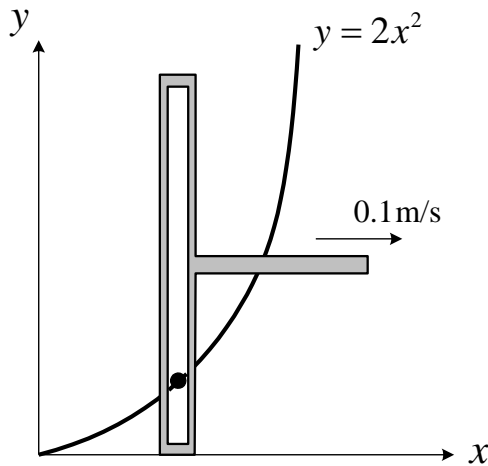
# פרק 1

## קינמטיקה של חלקיק – תיאור התנועה במרחב

### קואורדינטות קבועות בזמן (קואורדינטות קרטזיות)

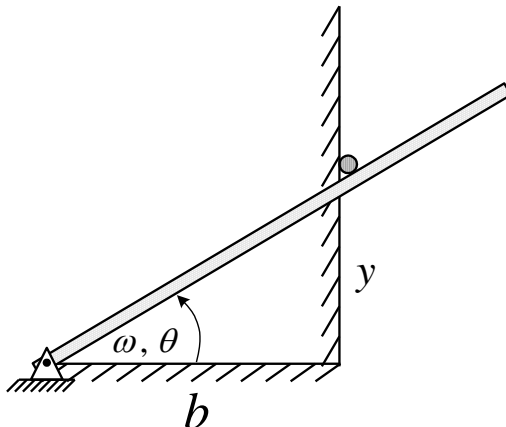
#### (1) מוט במהירות קבועה

חלקיק נע על מסילה פרבולית בהשפעת מוט בעל מגרעת הנע במהירות אופקית קבועה. מצא את המהירות האנכית של החלקיק כתלות בזמן.



#### (2) מוט מסתובב מול קיר

חלקיק מונח על מוט המסתובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . החלקיק נתמך ע"י קיר אנכי. מצא את המהירות האנכית של החלקיק כתלות בזמן.



## קואורדינטות משתנות בזמן (קואורדינטות פולריות וקואורדינטות מסלול)

### 3) ארבעה חלקיקים בתאוצה פולרית

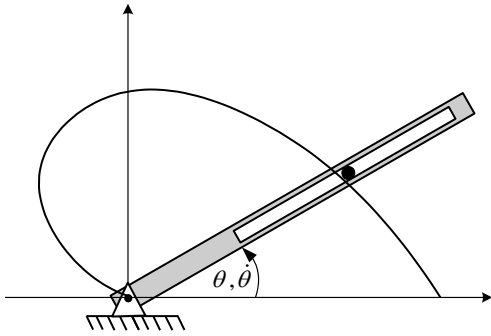
נתונים מיקומם בזמן של ארבעה חלקיקים בקואורדינטות פולריות. מצא את תאוצתו של כל חלקיק ושרטט את תנועתו במרחב.

$$\ddot{\vec{r}} = (\ddot{r} - \dot{\theta}^2 r)\hat{r} + (\ddot{\theta}r - 2\dot{\theta}\dot{r})\hat{\theta}$$

A(5t<sup>2</sup>, 30)  
B(5, 180t)  
C(5, 180t<sup>2</sup>)

### 4) מוט במהירות קבועה בעקומה

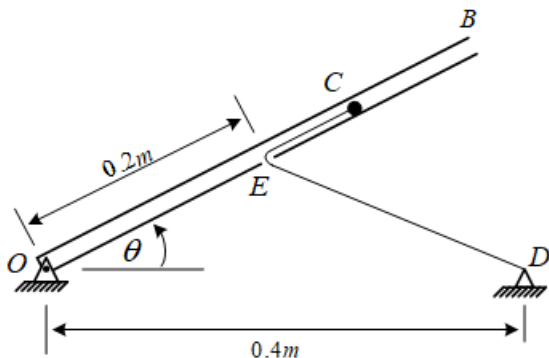
חלקיק נע לאורך עקומה  $r = b(1 + \cos \theta)$  ומונע ע"י מוט הסובב במהירות זוויתית קבועה  $\dot{\theta}$ . מהי מהירות החלקיק ותאוצתו?



### 5) מסה קשורה לחוט במוט מסתובב

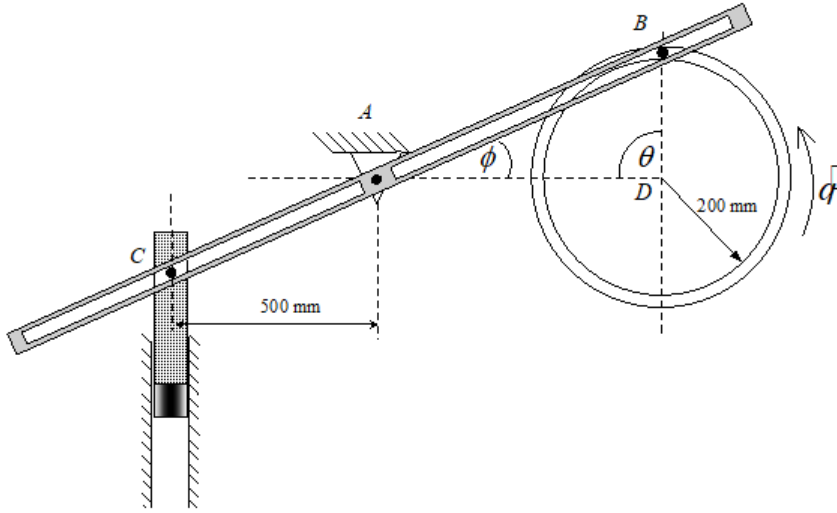
המוט OB מחוברת בציר בנקודה O ובתוכו מחליק ללא חיכוך חלקיק C שמסתו 50 גרם. החלקיק מחובר באמצעות חוט המותח בכל משך התנועה לנקודה D. למוט מהירות זוויתית קבועה  $\dot{\theta} = 4 \text{ rad/s}$  ונתון ש  $r = 0.4 \text{ m}$  כאשר  $\theta = 0^\circ$ . כמו כן נתונים:  $OE = 0.2 \text{ m}$ ,  $OB = OD = 0.4 \text{ m}$ . אורך החוט CED נשאר קבוע. המערכת אופקית. ברגע בו  $\theta = 30^\circ$  חשב את:

$\dot{r}$ ,  $\ddot{r}$  כאשר  $\theta = 30^\circ$  מהם הכוחות הפועלים על החלקיק?



6 פין בגלגל מסובב בוכנה

גלגל ברדיוס 200 mm סובב במהירות זוויתית קבועה  $\dot{\theta} = 0.5 \text{ rad/s}$  סביב מרכזו D. בהיקף הגלגל מצוי פין B הגורם למוט להסתובב סביב A. פין C מחובר לבוכנה היכולה לנוע אנכית. שני הפינים B ו-C מחליקים בתוך במוט. ברגע המתואר -  
 $\theta = 90^\circ$ ,  $\phi = 37^\circ$ . חשב את  $\dot{\phi}$ ,  $\ddot{\phi}$  את המהירות של הבוכנה ואת התאוצה של הבוכנה. חשב עבור נקודה B ועבור הבוכנה את  $\hat{p}$ ,  $\hat{s}$ ,  $\hat{\dot{s}}$ ,  $\hat{n}$ ,  $\hat{t}$  בקורדינטות מסלול.



7 מסה במדרון מסובבת מוט

בלוק A שמסתו 2kg משוחרר ממנוחה ממעלה מישור משופע בגובה 3m. תוך כדי תנועתו הבלוק מסובב מוט חסה המחובר לציר בנקודה B הנמצאת מתחת לבלוק ברגע תחילת התנועה. לאחר שהבלוק עשה דרך של 3m לאורך המישור חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים ב-B:

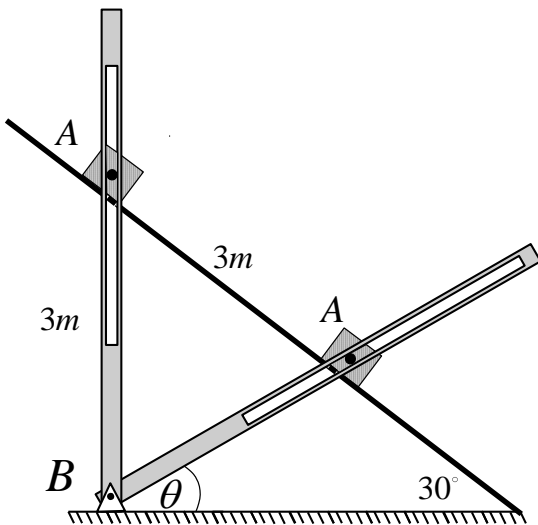
א.  $\dot{y}, \dot{x}, \dot{r}$

ב.  $\dot{\theta}$

ג.  $\ddot{y}, \ddot{x}, \ddot{r}$

ד.  $\ddot{\theta}$

ה.  $\hat{p}, \hat{s}, \hat{\dot{s}}, \hat{n}, \hat{t}$  בקורדינטות מסלול.



8) חלקיק בחצי מעגל מחליק במוט

חלקיק A במסה  $m$  משוחרר ממנוחה מקצה מסילה חצי מעגלית בקוטר  $1\text{m}$  ומגובה  $1\text{m}$  יחסית לקרקע. תוך כדי תנועתו החלקיק מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה O. ציר Y משיק למסילה בצידה השני.

א. באיזו זווית  $\theta$  (שאינה  $90^\circ$ ) תתאפס המהירות הזוויתית של המוט? חשב או הסבר

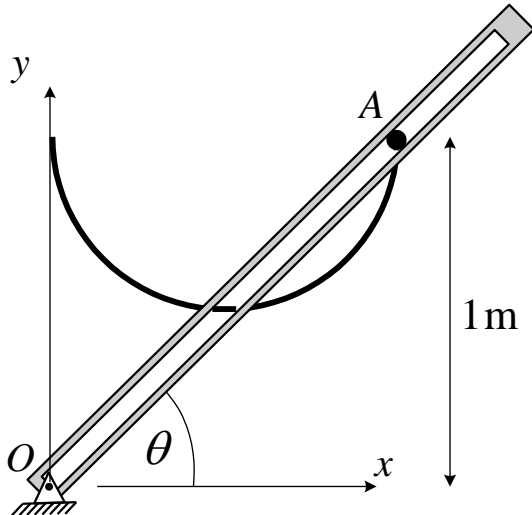
עבור זווית זו חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים O:

ב.  $\dot{r}$

ג.  $\ddot{r}$

ד.  $\ddot{\theta}$

ה.  $\rho, \ddot{s}, \dot{s}$  בקורדינטות מסלול



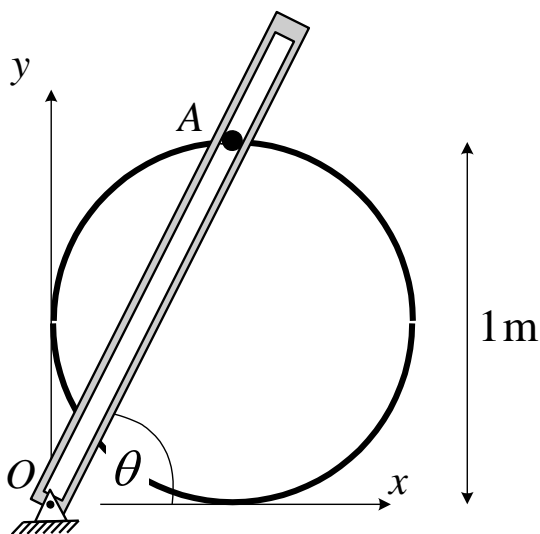
9) מסה במעגל מסובבת מוט

חלקיק A במסה  $m$  משוחרר ממנוחה מפסגת מסילה מעגלית בקוטר  $1\text{m}$  לכיוון הקרקע בהשפעת כוח הכובד. תוך כדי תנועתו החלקיק מסובב מוט חסר מסה המחובר לציר בנקודה O. הצירים משיקים למסילה. כאשר החלקיק מגיע ל-B במחצית הדרך לקרקע, חשב את הגדלים הבאים יחסית לראשית צירים O:

$\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \dot{r}, r$

מהי  $\dot{\theta}$  כשהחלקיק יגיע למהירות מקסימלית?

ב.  $\rho, \ddot{s}, \dot{s}, \hat{n}, \hat{t}$  בקורדינטות מסלול.





# פרק 2

## קינטיקה של חלקיק: כוחות ותנועה, חוקי ניוטון

### תרגילים

#### 1) מסה על חצי עיגול וקפיץ

החלקיק במסה  $3\text{ kg}$  נע ללא חיכוך בתוך מוט המקביל לציר  $y$  ונלחץ ע"י קפיץ אל מסילה מעגלית שרדיוסה  $1\text{ m}$ . המוט נע במהירות אופקית קבועה  $0.5\text{ m/s}$  כמוראה בציר. קבוע הקפיץ  $10\text{ N/m}$ . כשהחלקיק בגובה אפס הקפיץ רפוי. המערכת אנכית ויש להתחשב בכוח הכובד.

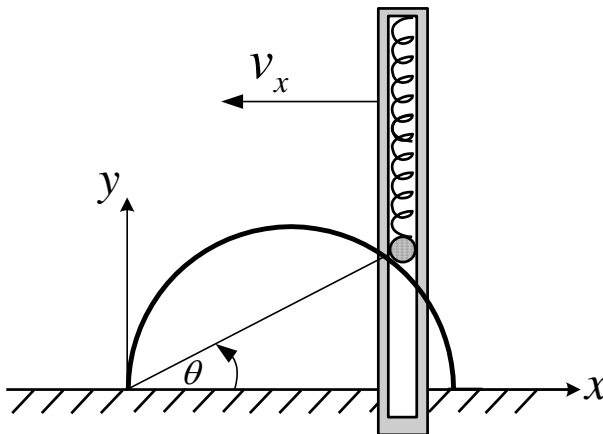
כאשר  $\theta = 15^\circ$  חשב:

א.  $\dot{r}$

ב.  $\dot{\theta}$

ג.  $\ddot{r} - \dot{\theta}$

ד. את הכוחות הפועלים על החלקיק



#### 2) מסה במהירות קבועה בתוך מוט וקפיץ

חלקיק שמסתו  $27\text{ g}$  נע שמאלה במהירות קבועה  $0.6\text{ m/s}$  וגורם למוט  $OA$  לנוע. קפיץ בעל קבוע של  $10\text{ N/m}$  ואורך רפוי של  $0.5\text{ m}$  מחבר את החלקיק לציר הסיבוב. המערכת מישורית. הנח כי אין חיכוך במערכת ומצא עבור החלקיק

כתלות ב-  $\theta$ :

א. את  $r$

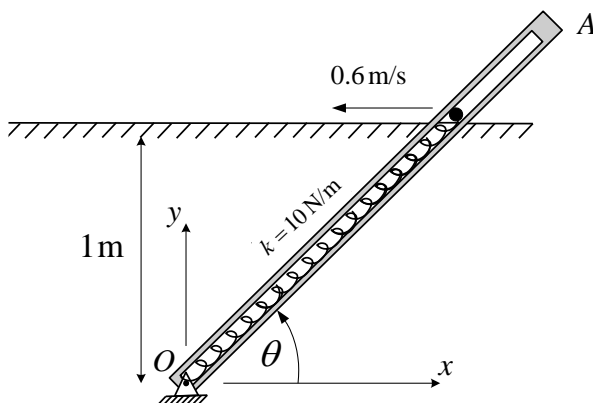
ב. את  $\dot{r}$

ג. את  $\dot{\theta}$

ד. את  $\ddot{r}$

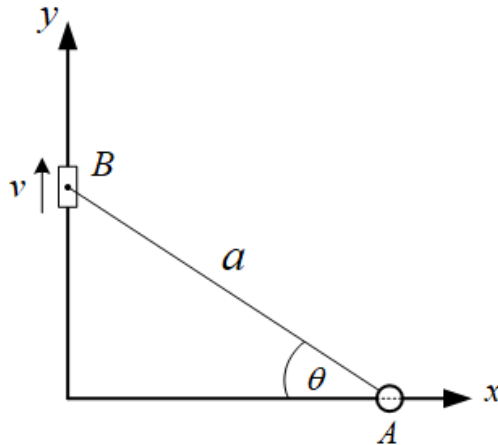
ה. את  $\ddot{\theta}$

ו. את הכוחות הפועלים



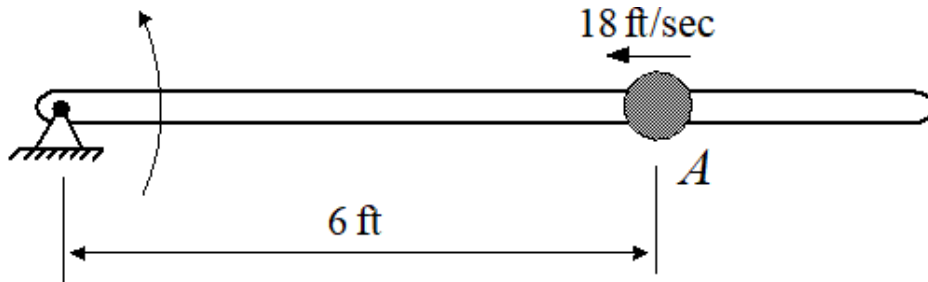
3) מסה קשורה למסה

מחליק B נע במהירות קבועה  $v$  לאורך מוט אנכי וקשור בחוט באורך  $l$  לחלקיק A שמסתו  $m$  המחליק על מוט אופקי. המערכת מישורית. חשב עבור חלקיק A כתלות ב  $\theta$  את מהירות החלקיק ותאוצתו. מהם הכוחות הפועלים על החלקיק וחשב את ערכם כאשר:  $l = 3m$ ,  $v = 0.5m/s$ ,  $\theta = 37^\circ$ . חשב את הגדלים הבאים עבור תיאור תנועת החלקיק בקורדינטות מסלול:  $\rho, \ddot{s}, \dot{s}, \hat{n}, \hat{t}$ .



4) מסה עם מהירות על מוט מסתובב

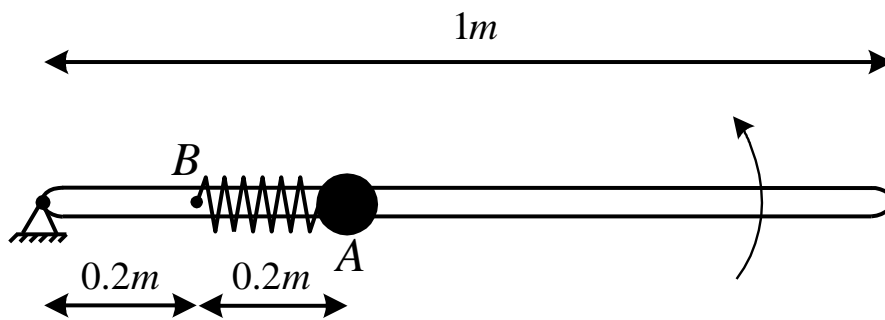
מוט חלק חסר מסה סובב במהירות קבועה של  $30 \text{ r.p.m}$ . במרחק  $6 \text{ ft}$  מהציר מצוי מחליק A שמסתו  $2 \text{ lb}$  ונייח יחסית למוט. מקנים למחליק מהירות התחלתית של  $18 \text{ ft/s}$  יחסית למוט לכיוון הציר. א. פתח ביטוי למהירות המחליק ביחס למוט. ב. כאשר המחליק נמצא במרחק  $3 \text{ ft}$  מהציר חשב את מהירותו יחסית למוט. האם יתכן יותר מפתרון אחד? ג. חשב את הכוחות הפועלים על החלקיק ברגע זה. ד. האם המחליק יגיע לציר הסיבוב? הסבר. אם לא, עד לאיזה מרחק מהציר יגיע המחליק?



5) מחליק עם קפיץ על מוט מסתובב

חלקיק בעל מסה 250g יכול להחליק על מוט חסה מסה החופשי להסתובב סביב ציר z. המחליק מוחזק בנקודה A ע"י חוט. קפיץ בעל קבוע של  $k = 5N/m$  ובעל אורך חופשי של 0.8m המוחזק בנקודה B לוחץ את החלקיק החוצה. כשהמוט סובב במהירות  $\omega_1 = 15 \text{ rad/s}$  חותכים את החוט.

ברגע שהחלקיק מגיע לקצה המוט חשב את  $a_\theta, a_r, v_\theta, v_r$  המהירות והתאוצה הזוויתית של המוט והתאוצה של המחליק יחסית למוט.



## פרק 3

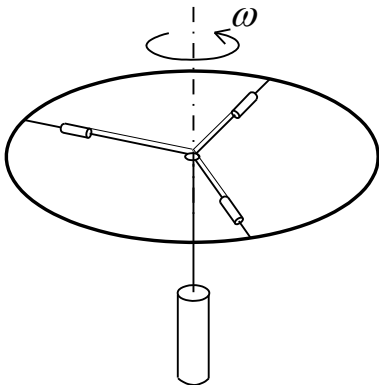
# תנע זוויתי ומערכת חלקיקים

### תרגילים

#### 1) מסות על מסילה מסתובבת עם חור

מערכת מורכבת משלושה גופים זהים שמסת כל אחד  $2\text{kg}$  המוחזקים במקומם לאורך שלושה מוטות חלקים חסרי מסה באורך  $1.5\text{m}$  המחוברים ב  $120^\circ$  זה מזה בין שתי טבעות חסרות מסה. כל אחד מהגופים מחובר בחוט חסר מסה למשקולת התחתונה שמסתה  $10\text{kg}$ . בשלב התחלתי הגופים נמצאים במרחק  $1.5\text{m}$  מהמרכז והמערכת סובבת בחופשיות במהירות זוויתית של  $1\text{ rad/s}$ . הגופים משוחררים.

מה תהיה המהירות הזוויתית של הגלגל והמהירות בה יורדת המשקולת התחתונה, לאחר שהיא ירדה  $1\text{m}$ ? הסבר כיצד ישתנו תשובותיך אם בין הגופים למוטות יש חיכוך.



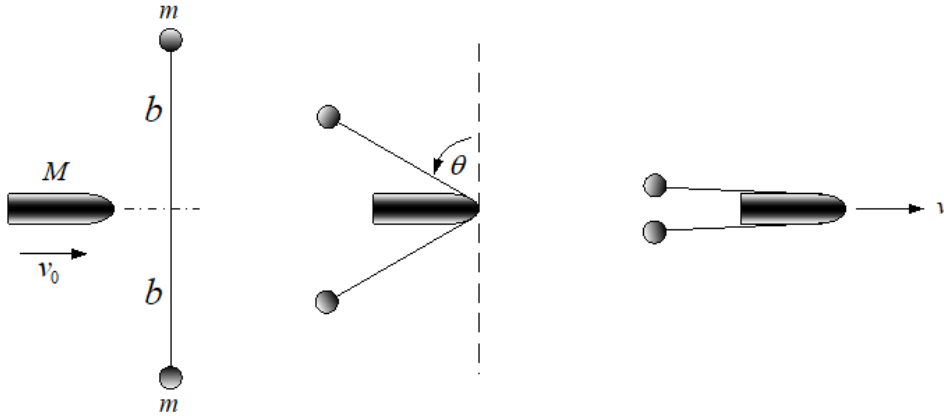
#### 2) מתקף למוט ושני כדורים

שני חלקיקים במסה  $1.5\text{kg}$  כל אחד מחוברים במוט חסר מסה באורך  $60\text{cm}$  על משטח אופקי חלק. מתקף של  $10\text{N} \cdot \text{sec}$  מופעל תוך שבריר שניה על הגוף התחתון. תאר את תנועת המערכת וחשב את מהירות הגופים לאחר סיבוב של  $90^\circ$ .



3) מסה פוגעת בחוט קשור למסות

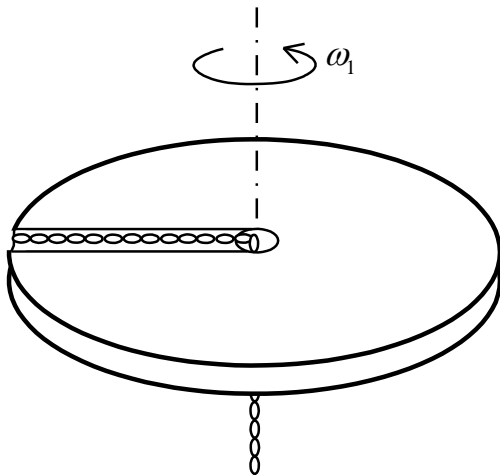
שני חלקיקים במסה  $m$  מחוברים בחוט בלתי מתיח שאורכו  $2b$ . חלקיק שלישי במסה  $M$  ומהירות  $V_0$  פוגע במרכז החוט וממשיך בתנועתו. חשב את המהירות  $V$  כאשר הזווית  $\theta$  תגיע ל  $90^\circ$ , וכן את  $\dot{\theta}$  של החוט ברגע זה.



4) שרשרת נופלת מדיסקה מסתובבת

שרשרת באורך  $20 \text{ ft}$  מוחזקת במנוחה לאורך מסילה על דיסקה במסה זניחה שקטורה  $20 \text{ ft}$  ובמרכזה חור וחופשיה להסתובב. המהירות הזוויתית במצב זה הינה  $\dot{\theta}_1 = 0.5 \text{ rad/sec}$ . ברגע מסוים השרשרת משתחררת ומתחילה ליפול מטה. מהי המהירות הזוויתית לאחר שהשרשרת ירדה מטה  $5 \text{ ft}$  ומהי מהירות השרשרת ביחס לדיסקה ברגע זה?

מסת השרשרת ליחידת אורך  $\lambda = 10 \text{ lb/m}$



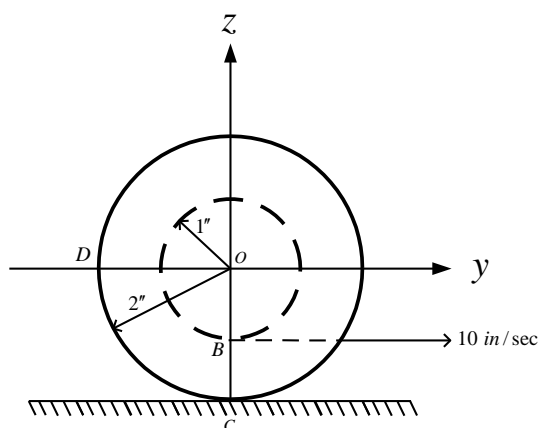
## פרק 4

# קינמטיקה של גוף קשיח – מהירות נקודה על גוף קשיח

### תרגילים – דו מימד

(1) יויו

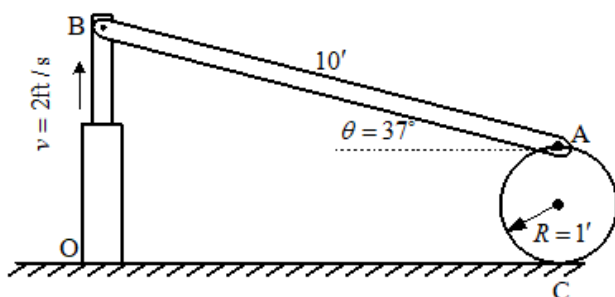
חוט מלופף סביב ציר של יויו המונח על רצפה. החוט נמשך אופקית במהירות  $10 \text{ in/sec}$  יחסית לקרקע. מהי מהירות הנקודות O ו-D בהנחה שאין החלקה ב-C? מהי המהירות הזוויתית של היויו?



(2) מוט טלסקופי עולה ומסובב גלגל

מוט טלסקופי OB נפתח במהירות  $v = 2 \text{ ft/s}$ . המוט מקושר לדיסקה בעזרת מוט נוסף AB דרך הצירים ב-A ו-B. ברגע המתואר, נמצאת על הקוטר האנכי של הדיסקה. בהנחה שאין החלקה ב-C:

- חשב את מהירות נקודה A.
- חשב את המהירות הזוויתית של המוט AB.
- חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה.
- בהנחה שהמוט OB יכול להיפתח ללא הגבלה, האם תנועת הדיסקה מוגבלת? הסבר

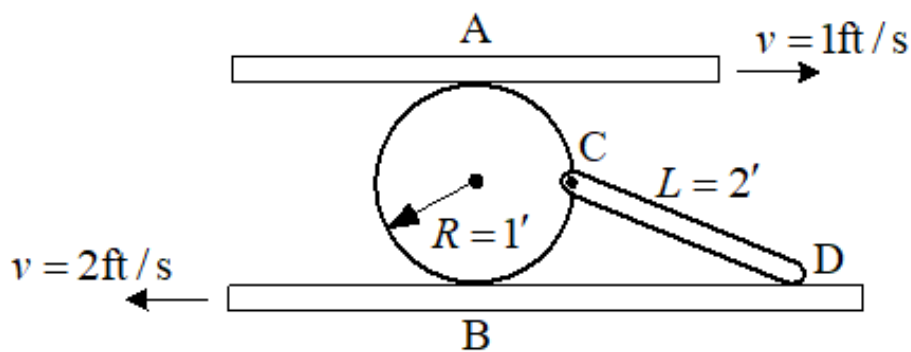


3) שתי פלטות מסובבות דיסקה

דיסקה נתונה בין שני לוחות הנעים כמוראה בציור. בין הדיסקה ללוחות אין החלקה.

מוט CD מקושר לדיסקה בנקודה C. נקודה D מחליקה על הלוח התחתון. ברגע המתואר, C נמצאת על הקוטר האופקי של הדיסקה.

- חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה
- חשב את מהירות נקודה C
- חשב את מהירות נקודה D
- חשב את המהירות הזוויתית של המוט CD

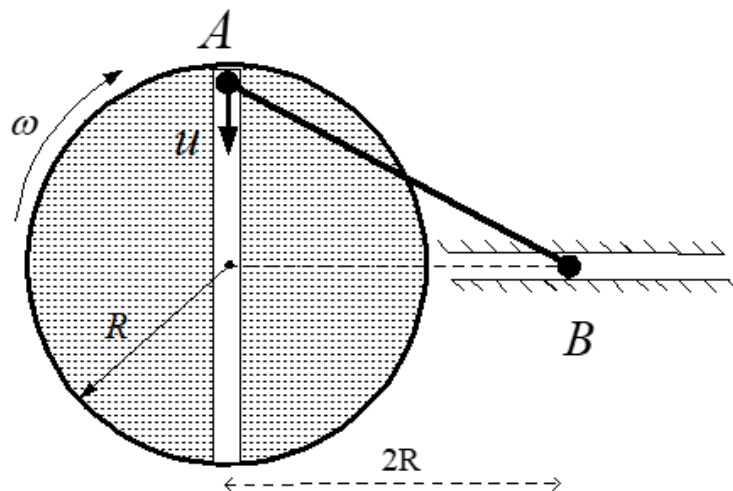


4) דיסקה עם חלקיק + מסילה עם עוד חלקיק

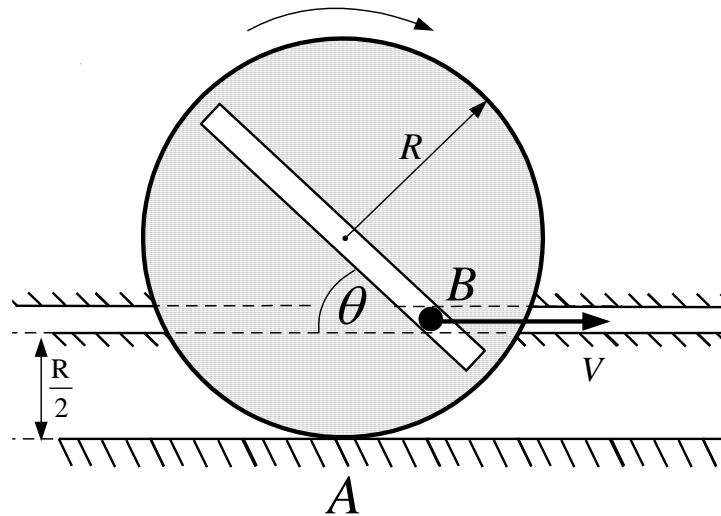
גלגל ברדיוס R שלאורך הקוטר שלו יש חריץ, סובב סביב מרכזו במהירות זוויתית קבועה  $\omega$ . חלקיק A נע לאורך החריץ במהירות קבועה  $u$  יחסית לגלגל. חלקיק B מחובר במוט קשיח לחלקיק A ויכול לנוע לאורך מסילה אופקית.

א. עבור הרגע המתואר חשב את מהירות החלקיק B ואת המהירות הזוויתית של המוט AB?

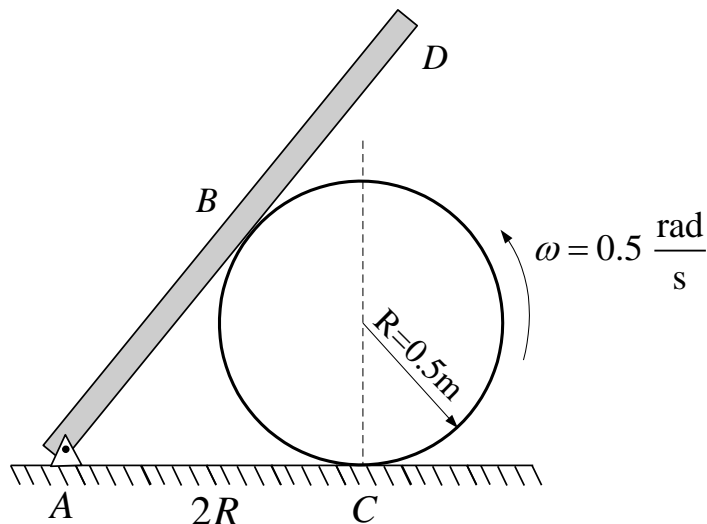
ב. האם המהירות הזוויתית של המוט AB שקיבלת קבועה? הסבר.



- 5) חלקיק נע אופקית ומסובב גלגל עם מגרעת  
 חלקיק B נע במסילה אופקית במהירות קבועה  $V$ .  
 החלקיק חופשי לנוע בתוך מגרעת בגלגל, ומסובב את הגלגל תוך כדי תנועתו.  
 הגלגל שרדיוסו  $R$  מתגלגל ללא החלקה על הרצפה שמרחקה  $R/2$  מתחת למסילה.  
 א. חשב את המהירות הזוויתית של הגלגל ואת המהירות  $u$  של החלקיק יחסית לגלגל כתלות ב  $\theta$ .  
 ב. האם וכיצד ישתנו תשובותיך אם ידוע כי מסת החלקיק  $m$  ומסת הגלגל  $M$  ?



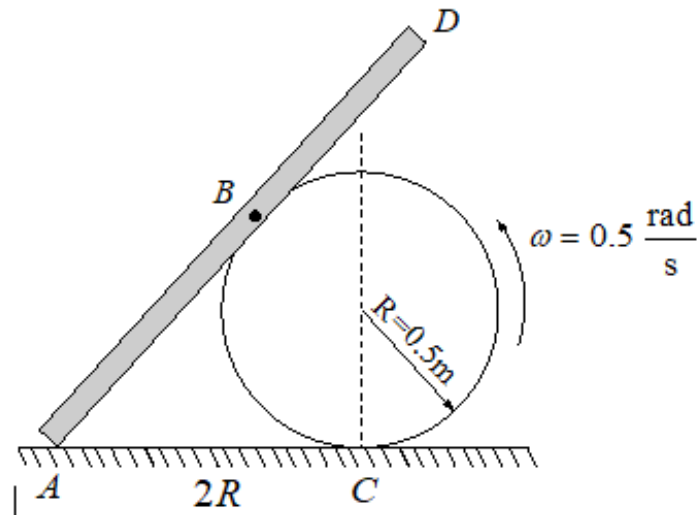
- 6) דיסקה מסובבת מוט המחובר לציר  
 דיסקה ברדיוס  $R=0.5\text{m}$  מתגלגלת ללא החלקה על הרצפה במהירות זוויתית קבועה  $\omega=0.5\text{rad/s}$ . מוט  $AD$  מחובר לציר ב  $A$  ונשען על הדיסקה – בין הדיסקה למוט קיימת החלקה. הדיסקה דוחפת את המוט וגורמת לסיבוב המוט תוך כדי תנועתה.  
 חשב את המהירות הזוויתית של המוט כאשר  $AC=2R$ .





(7) גלגל דוחף מוט

דיסקה ברדיוס  $R=0.5\text{m}$  מתגלגלת ללא החלקה על הרצפה במהירות זוויתית קבועה  $\omega=0.5\text{rad/s}$ . מוט  $AD$  מחובר לדיסקה עם ציר ב  $B$  ומחליק על הרצפה ב  $A$ . חשב את המהירות הזוויתית של המוט כאשר  $AC=2R$ .



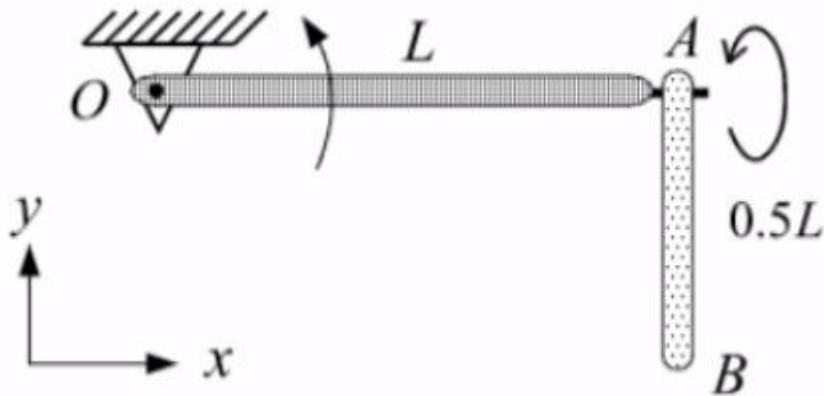
## תרגילים – תלת מימד

### (8) שני מוטות בתלת מימד

מוט OA סובב במישור הדיף והמוט AB סובב סביב מסמר התקוע על ציר האורך של OA.

$$\vec{V}_B = 4\hat{i} + v_y\hat{j} + 8\hat{k}$$

חשב את  $V_y$  ואת המהירות הזוויתית של שני המוטות.

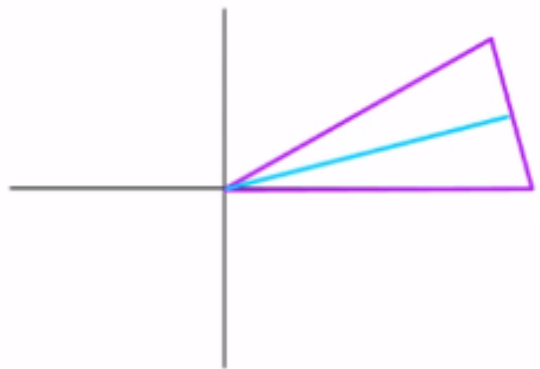
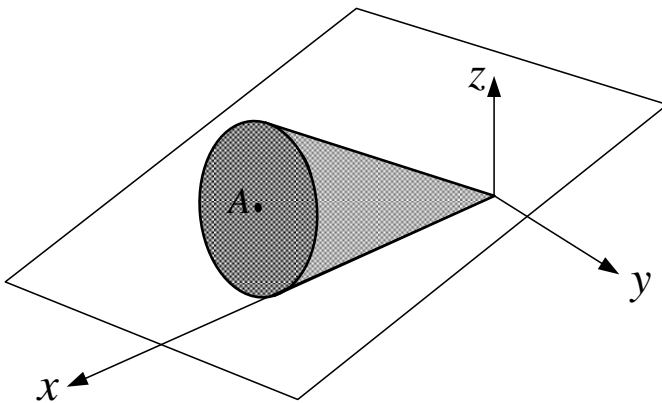


### (9) חרוט על רצפה

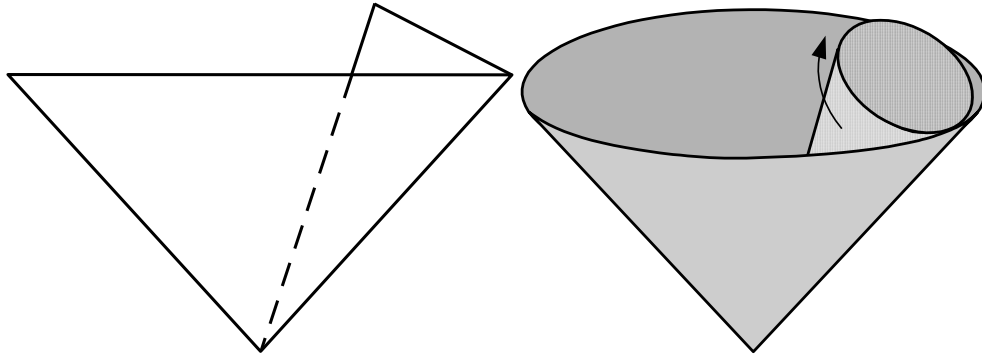
חרוט מתגלגל ללא החלקה על רצפה ומשלים  $n$  סיבובים בשניה.

חשב את המהירות הזוויתית של החרוט.

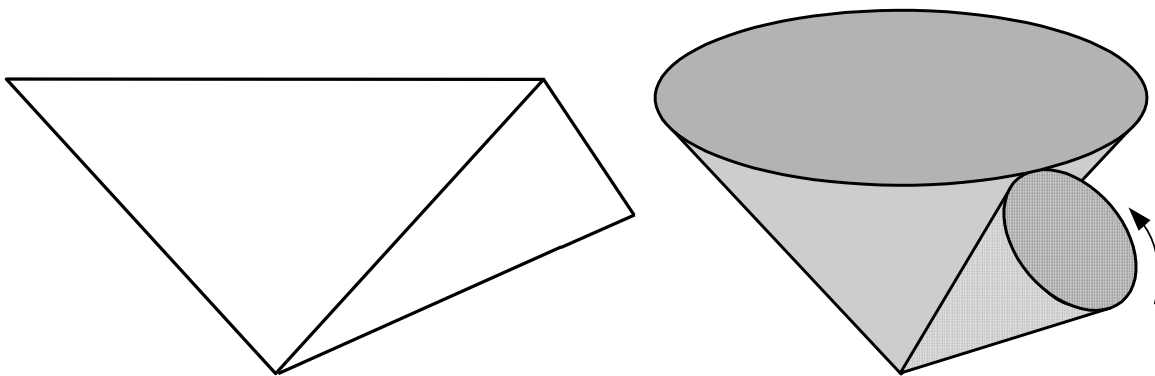
ידועים אורך קו יוצר  $l$  וזווית יוצר  $a$ .



10) חרוט מתגלגל בתוך חרוט  
ניתוח תנועת חרוט המתגלגל בתוך חרוט אחר – חישוב מהירות זוויתית.



11) חרוט מתגלגל מחוץ לחרוט  
ניתוח תנועת חרוט המתגלגל מחוץ לחרוט אחר – חישוב מהירות זוויתית.



## פרק 5

# מפרקים ואילוצים מרחביים – גזירת המהירות הזוויתית

פרק זה הינו תאורטי בלבד ואינו כולל תרגילים

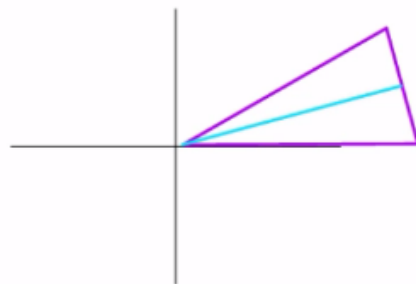
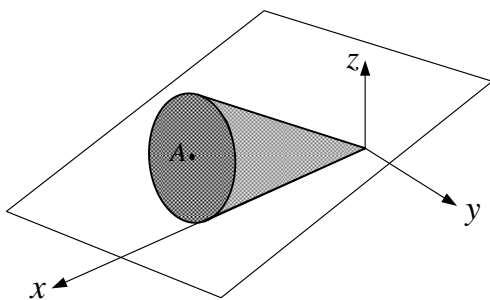
## פרק 6

# תאוצה זוויתית – גזירת המהירות הזוויתית

### תרגילים

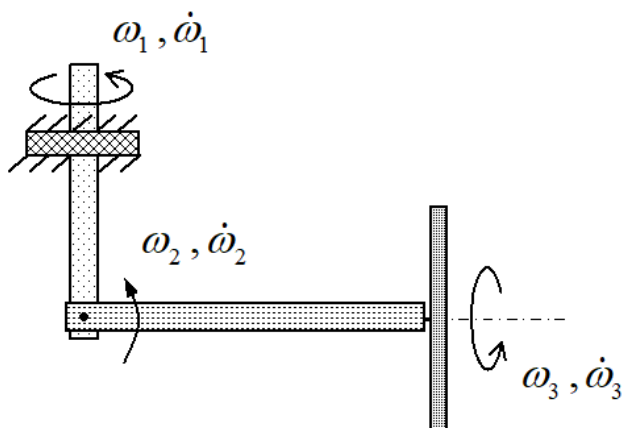
#### (1) תאוצה של חרוט

חרוט מתגלגל ללא החלקה על רצפה ומשלים  $n$  סיבובים בשניה. חשב את המהירות הזוויתית של החרוט ואת התאוצה הזוויתית של החרוט. ידועים אורך קו יוצר  $l$  וזווית יוצר  $a$ .



#### (2) מהירות ותאוצה של שני מוטות ודיסקה

מוט סובב סביב ציר אנכי במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_1, \dot{\omega}_1$ . בקצה המוט סובב מוט נוסף במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_2, \dot{\omega}_2$  יחסית למוט הראשון. ברגע המתואר המוט אופקי. בקצה מוט זה סובבת דיסקה במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_3, \dot{\omega}_3$  יחסית למוט השני. חשב את המהירות והתאוצה הזוויתיות המוחלטות של הדיסקה.



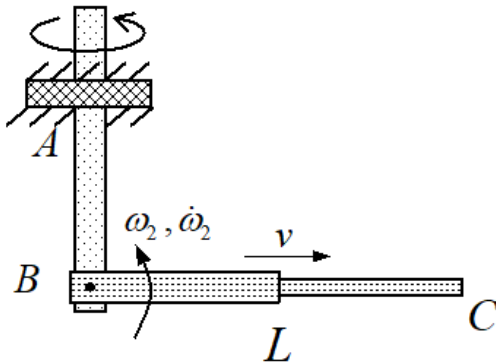
## פרק 7

# קינמטיקה של גוף קשיח – תאוצת נקודה על גוף קשיח

### תרגילים

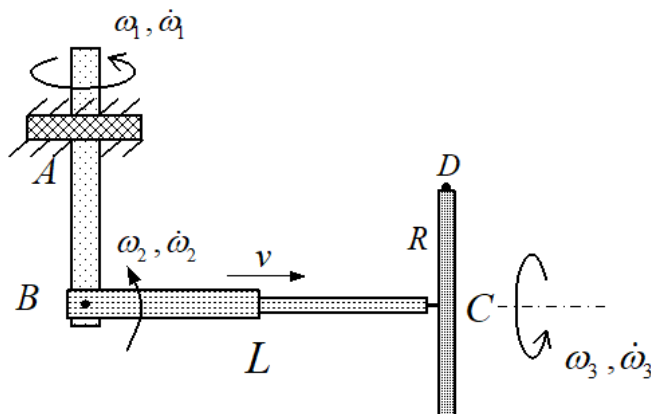
#### 1) מוט טלסקופי ושני סיבובים

מוט AB סובב סביב ציר אנכי במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_1, \dot{\omega}_1$  בקצה המוט סובב מוט טלסקופי BC במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_2, \dot{\omega}_2$  יחסית למוט הראשון הנפתח במהירות קבועה  $v$ . ברגע המתואר המוט אופקי ואורכו  $L$ . חשב את המהירות והתאוצה של נקודה  $c$ .  $\omega_1, \dot{\omega}_1$



#### 2) דסקה בניצב על מוט טלסקופי מסתובב

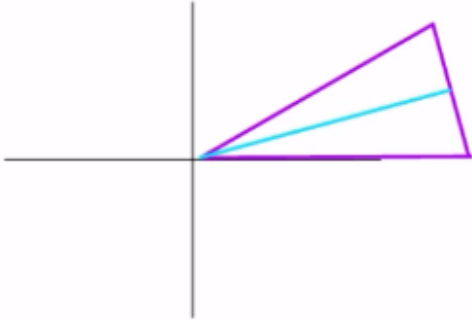
מוט AB סובב סביב ציר אנכי במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_1, \dot{\omega}_1$ . בקצה המוט סובב מוט טלסקופי BC במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_2, \dot{\omega}_2$  יחסית למוט הראשון הנפתח במהירות קבועה  $v$ . ברגע המתואר המוט אופקי ואורכו  $L$ . בקצה מוט זה סובבת דיסקה ברדיוס  $R$  במהירות ותאוצה זוויתיות במהירות ותאוצה



זוויתיות  $\omega_3, \dot{\omega}_3$  יחסית למוט הטלסקופי. חשב את המהירות והתאוצה של נקודה D על היקף הדיסקה.

**3) חלקיק מתקדם על חרוט מסתובב**

חרוט מתגלגל ללא חלקה על רצפה ומשלים  $n$  סיבובים בשניה. בהיקף בסיס החרוט נע חלקיק במהירות קבועה  $v$  יחסית לחרוט. חשב את המהירות והתאוצה של החלקיק. ידועים אורך קו יוצר  $l$  וזווית יוצר  $\alpha$ .



**4) דיסקה מקבילה על מוט טלסקופי מסתובב**

דיסקה ברדיוס  $0.2\text{m}$  סובבת סביב צירה ב-  $102$  סל"ד. מוט טלסקופי  $AB$  האוחז אותה נסגר במהירות קבועה של  $0.1\text{m/s}$  וסובב במהירות זוויתית של  $30$  סל"ד בכיוון הישר מ-  $B$  ל-  $A$ . המוט  $CD$  סובב ב-  $20$  סל"ד סביב צירו. ברגע בו אורך המוט  $AB$  הוא  $1.2\text{m}$ , הנקודה  $D$  נמצאת בהמשכו של המוט  $AB$ . המוטות ניצבים זה לזה.

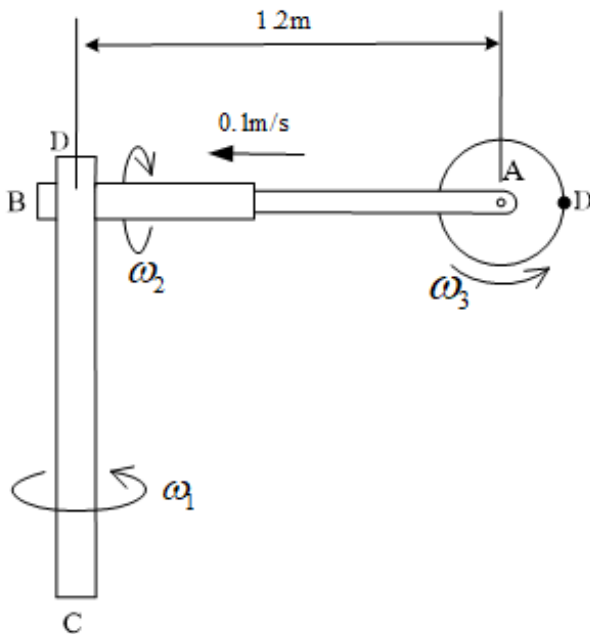
כיווני הסיבוב כמוראה בציור.

א. חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה.

ב. חשב את התאוצה הזוויתית של הדיסקה.

ג. חשב את מהירות נקודה  $D$ .

ד. חשב את תאוצת נקודה  $D$ .

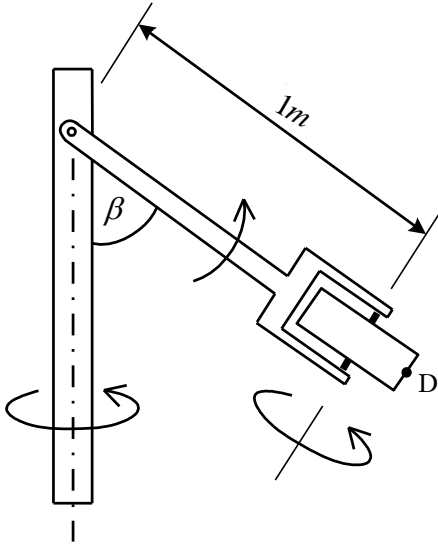


5) דסקה על מוט מסתובב

דיסקה ברדיוס 0.2m סובבת סביב צירה ב- 120 סל"ד והמערכת כולה סובבת ב- 30 סל"ד סביב ציר אנכי. חשב את תאוצת נקודה D אם נתון ש-

$$\ddot{\beta} = 3 \text{ rad/s}^2 \text{ ו- } \dot{\beta} = 2 \text{ rad/s}$$

כאשר  $\beta = 60^\circ$ .

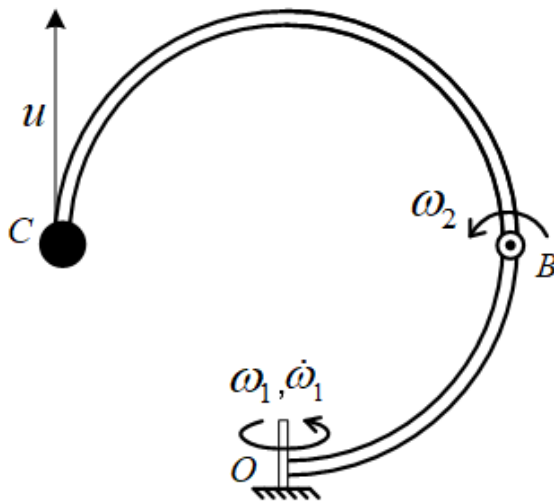


6) חלקיק נע על מוט מעגלי נופל

חלקיק C נע במהירות קבועה  $u$  יחסית למוט חצי מעגלי BC שרדיוסו R. מוט BC סובב במהירות זוויתית  $\omega_2$  ביחס למוט רבע מעגלי OB, גם הוא בדריוס R. מוט OB סובב סביב הציר האנכי במהירות זוויתית  $\omega_1$  ותאוצה זוויתית  $\dot{\omega}_1$ .

א. חשב את תאוצת החלקיק C ברגע המתואר.

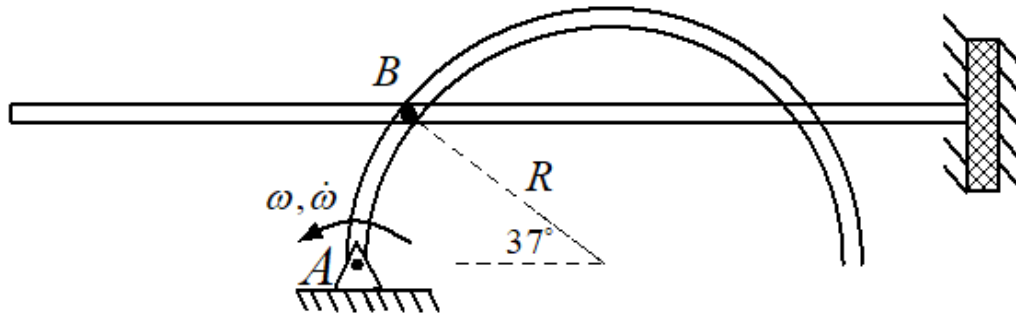
ב. האם כיוון המהירות  $u$  משפיע על התאוצה שקיבלת? אם לא – נמק. אם כן – מהי התאוצה החדשה?





7) חלקיק במוט משולב בחצי מעגל

מסילה מעגלית ברדיוס  $R$  סובבת במהירות ותאוצה זוויתיות כמוראה באיור.  
 חלקיק  $B$  חופשי לנוע בתוך המסילה המעגלית וכן בתוך מסילה אופקית קבועה.  
 ברגע המתואר חשב את מהירות החלקיק, מהירותו יחסית לקשת, תאוצתו  
 ותאוצתו יחסית לקשת.



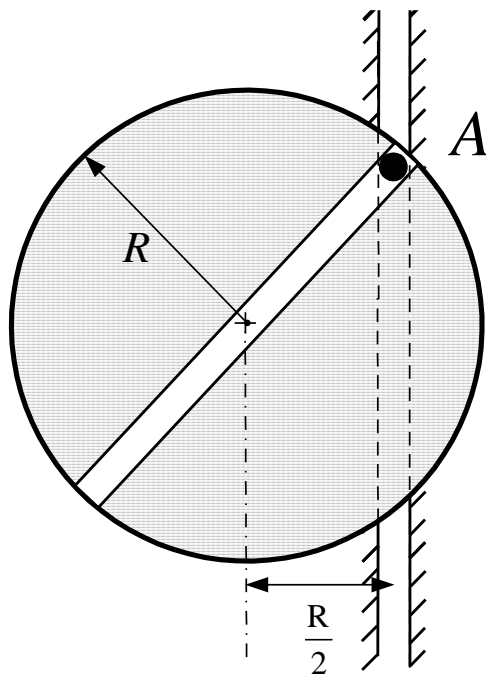
## פרק 8

# קינמטיקה של גוף קשיח ומומנטי התמד

### תרגילים

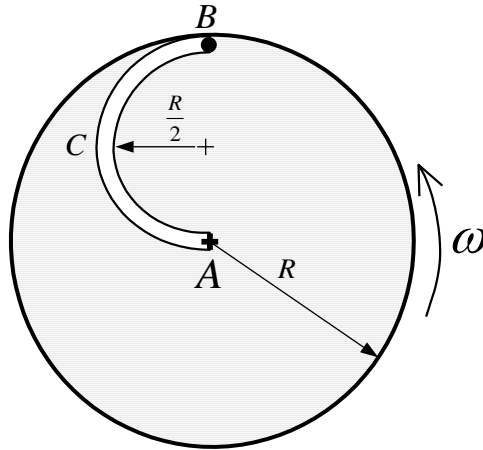
#### 1) חלקיק מסובב דיסקה

חלקיק במסה  $m$  משוחרר ממנוחה מנקודה  $A$  לאורך מסילה אנכית ובמהלך נפילתו חופשי לנוע לאורך מסלול המצוי על קוטר של דיסקה ומסובב אותה. מסת הדיסקה  $M$ . ברגע בו החלקיק יוצא מהדיסקה חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה.



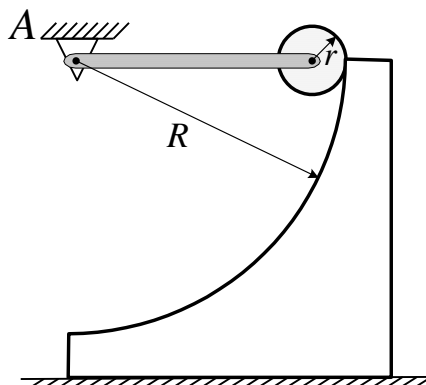
2) חריץ מעגלי בדיסקה מסתובבת

דיסקה במסה  $M$  ורדיוס  $R$  סובבת ללא חיכוך סביב מרכז  $A$ . על הדיסקה ישנה מסילה חצי מעגלית ברדיוס  $R/2$  ובקצה חלקיק  $B$  שמסתו  $m$ . המערכת סובבת במהירות זוויתית של  $\omega$  והחלקיק ניח על הדיסקה. החלקיק מתחיל לנוע במהירות  $u$  קבועה יחסית לדיסקה. לאחר שהדיסקה השלימה סיבוב, החלקיק הגיע לנקודה  $C$  (עבר חצי מסילה) וממשיך בתנועתו. א. ברגע בו החלקיק עובר ב  $C$  חשב את המהירות הזוויתית של המערכת. ב. חשב את המהירות הזוויתית של המערכת כשהחלקיק יגיע ל  $A$ .



3) דיסקה נופלת במסילה מעגלית

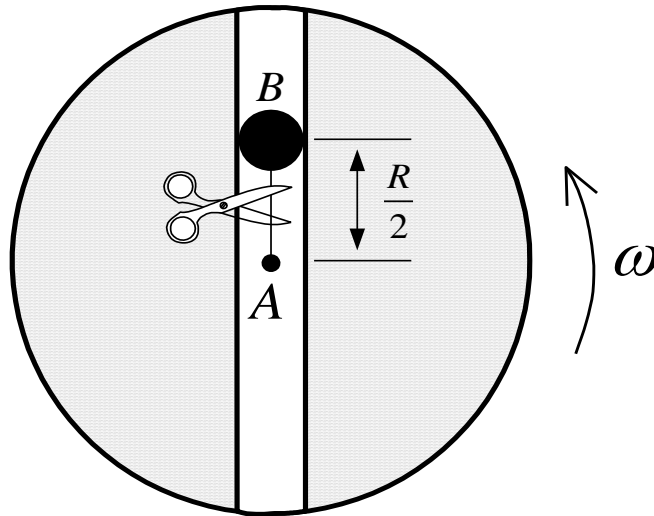
דיסקה ברדיוס  $r$  ומסה  $m$  מחוברת בציר חסר חיכוך למוט שמסתו גם כן  $m$ . המוט מחובר לציר  $A$  שהינו מרכז מסילה רבע מעגלית שרדיוסה  $R$ . במצב התחלתי המוט אופקי והמערכת במנוחה. משחררים את המערכת ומתחילה תנועה בהשפעת כוח הכובד. אין החלקה בין הדיסקה למסלול לכל אורך התנועה. כאשר הדיסקה מגיעה לתחתית המסלול: א. חשב את המהירות הזוויתית של הדיסקה ואת המהירות הזוויתית של המוט. ב. לאחר שהדיסקה תעזוב את המסלול - מהו הגובה הסופי אליו יגיע מרכז הדיסקה?



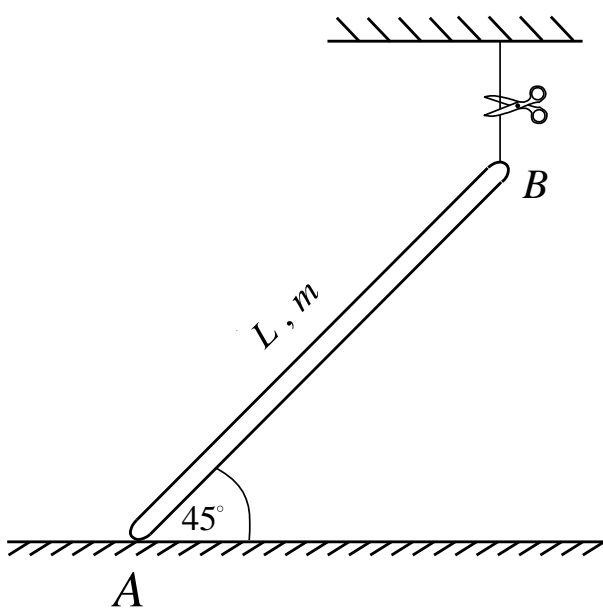
4) חלקיק בחריץ ישר בדיסקה מסתובבת

דיסקה במסה  $4\text{kg}$  ורדיוס  $2\text{m}$  סובבת ללא חיכוך סביב מרכז  $A$ . לאורך הקוטר ישנו חריץ ובתוכו קשור חלקיק  $B$  שמסתו  $1\text{kg}$  במרחק חצי רדיוס ממרכז הדיסקה. המערכת סובבת במהירות זוויתית של  $4\text{ rad/sec}$ . בשלב מסויים גוזרים את החוט המחובר ל  $B$ .

א. חשב את המהירות הזוויתית של המערכת ברגע בו החלקיק מגיע לקצה הדיסקה.  
ב. חשב את המהירות של החלקיק יחסית לדיסקה ברגע זה.



5) מוט נופל על רצפה



מוט באורך  $L$  ומסה  $m$  מונח בקצה האחד על משטח חלק וקשור בקצה השני אל התקרה. גוזרים את החוט.

א. תאר את תנועת המוט עד פגיעתו ברצפה. ברגע בו המוט פוגע ברצפה חשב את:

ב. מהירות קצה  $A$ .  
ג. מהירות קצה  $B$ .  
ד. המהירות הזוויתית.  
ה. התאוצה הזוויתית.  
ו. כיצד ישתנו תשובותיך אם הקצה  $A$  היה מחובר לסמך צירי?

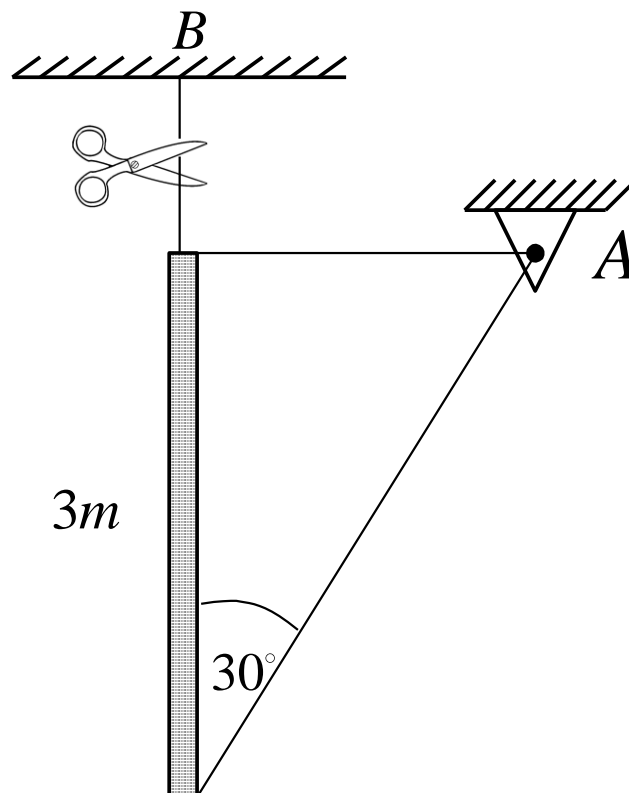
## פרק 9

# דינמיקה של גוף קשיח ומשוואות התנועה

### תרגילים בדו מימד

#### (1) תרגיל 1030

מוט במסה  $4\text{kg}$  ואורך  $3\text{m}$  מוחזק במנוחה ע"י 3 חוטים כמתואר בציור. גוזרים את החוט המחובר ל  $B$ .  
חשב את המתיחויות בחוטים המחוברים ל  $A$  ואת התאוצה הזוויתית של המוט ברגע תחילת התנועה.



2) תרגיל 1040

מוט חלק במסה  $M$  ואורך  $L$  מחובר בציר ב  $A$  וקשור בחוט ל  $B$ . על המוט מצוי חלקיק במסה  $m$  במרחק  $X$  מ-  $A$  וגם הוא קשור בחוט ל  $B$ . המערכת אנכית ונייחת.

גוזרים את שני החוטים בו זמנית.

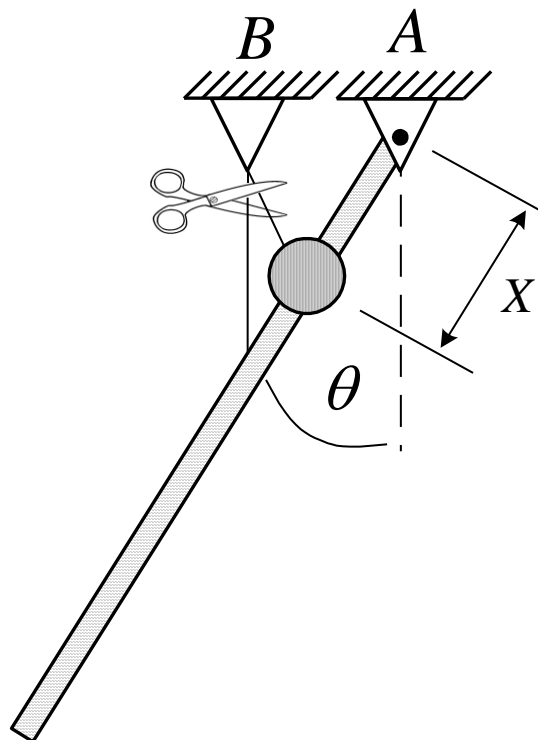
א. פתח ביטוי כתלות ב  $L, X, \theta, M, m$  לחישוב התאוצה הזוויתית של המערכת

ברגע תחילת התנועה וחשב אותה עבור  $X=L/4$  ו  $M=2m$

ב. חשב את התאוצה הקווית של החלקיק יחסית למוט ברגע תחילת התנועה.

ג. האם וכיצד ישתנו תשובותיך במידה והחלקיק היה ממוקם בתחילת התנועה

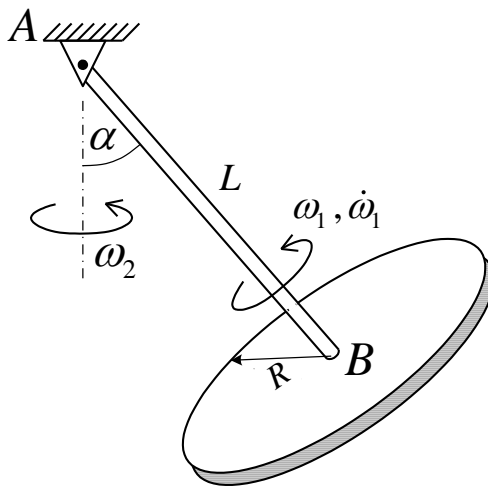
במרחק  $L/4$  מהקצה החופשי (כלומר  $X=3L/4$ ) ? הסבר



## תרגילים בתלת מימד – תנועה סיבובית ללא גילגול

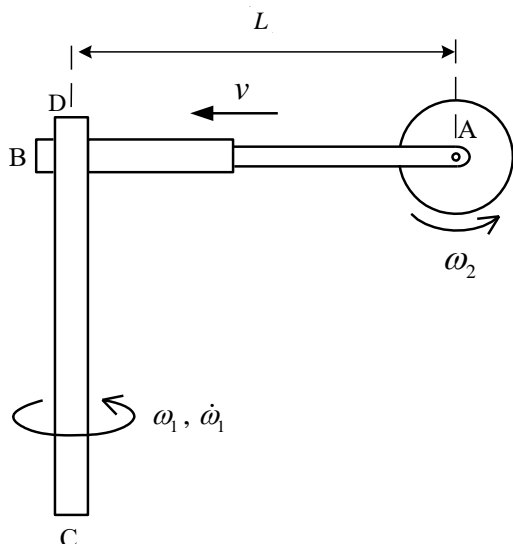
### 1) תרגיל 1050

דיסקה במסה  $m$  ורדיוס  $R$  סובבת במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_1, \dot{\omega}_1$  סביב מוט  $AB$ . המוט  $AB$  חסר מסה וסובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega_2$  סביב האנך. אין להתחשב בכוח הכובד. הזווית בין המוט לאנך  $\alpha$  קבועה. צייר דג"ח ברור וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב  $A$ .



### 2) תרגיל 1060

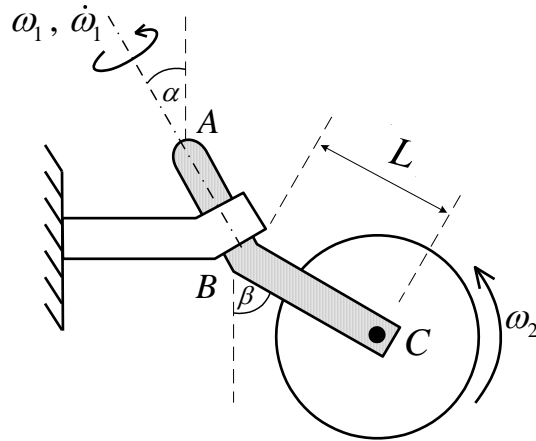
ציר  $CD$  סובב במהירות ותאוצה זוויתיות  $\omega_1, \dot{\omega}_1$ . מוט טלסקופי  $AB$  רתום לציר  $CD$ . דיסקה במסה  $m$  ורדיוס  $R$  סובבת במהירות זוויתית  $\omega_2$  בקצה המוט הטלסקופי  $AB$ . ברגע המתואר אורך המוט הטלסקופי  $AB$  הינו  $L$  והוא נסגר במהירות קבועה  $v$ . אין להתחשב בכוח הכובד.



צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות בריתום  $D$ .

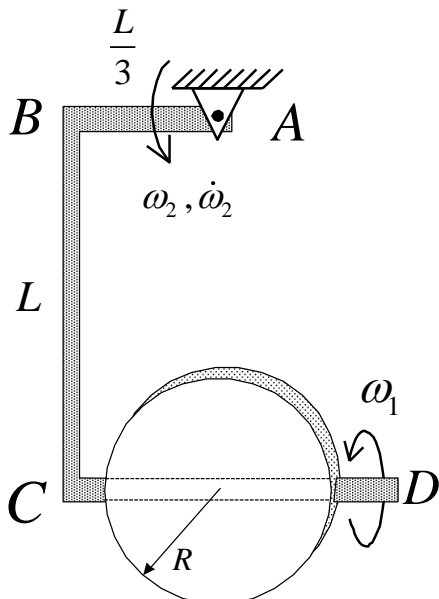
3) תרגיל 1080

להלן מתוארת מערכת הנעה אחורית של קורקינט מסוג Streeeter. הגלגל ברדיוס  $R$  ומסה  $m$  סובב סביב  $C$ . המוט  $ABC$  סובב סביב הציר  $AB$  כפי שמתואר באיור. המוט  $ABC$  חסר מסה. הנח כי הגלגל הינו דיסקה. התעלם מכוח הכובד. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב  $B$ .



4) תרגיל 1090

מוט  $ABCD$  חסר מסה סובב במישור הדיף. הקטע  $CD$  מושחל לאורך הקוטר של דיסקה במסה  $m$  ורדיוס  $R$  הסובבת סביבו. ברגע המתואר מישור הדיסקה מצוי במישור הדיף ומרכז הדיסקה מתחת ל  $A$  כמוראה בציור. התעלם מכוח הכובד. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות ב  $A$  ברגע המתואר. אין צורך לפתור אותן. האם ערכה של  $\omega_1$  משפיע על ערך הריאקציות ב  $A$  במהלך התנועה? הסבר.

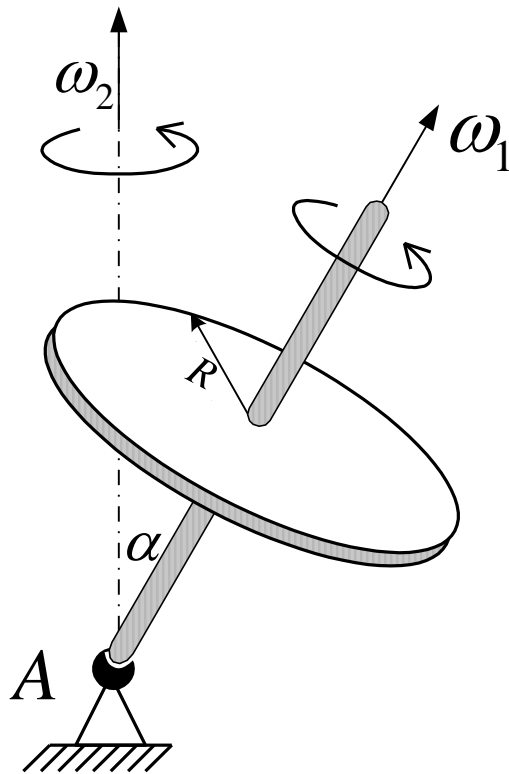




5 תרגיל 1140

סביבון מורכב מדיסקה ברדיוס  $R$  ומסה  $m$  וממוט באורך  $3R$  ומסה  $m$  המחוברים במרכזם. הסביבון סובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega_1$  סביב ציר המוט בכיוון המוראה בציר ונטוי בזווית  $\alpha$  מהאנך. הסביבון מושפע מכוח הכובד הגורם לו לנקיפה (פרצסיה) ב  $\omega_2$  קבועה לא ידועה סביב האנך. קצה מוט הסביבון נתמך בפרק כדורי  $A$ . התחשב בכוח הכובד.

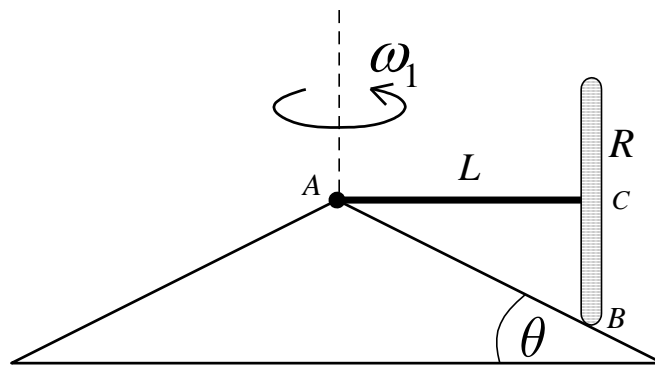
צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות ב  $A$  ומהירות הנקיפה  $\omega_2$ . אין צורך לפתור אותן. בהנחה שקצה הסביבון יועבר אל משטח אופקי חלק ולא ייתמך בפרק הכדורי - האם תשתנה התנועה? אם כן הסבר כיצד. אם לא - הסבר מדוע



## תרגילים בתלת מימד – תנועה עם גילגול ללא החלקה

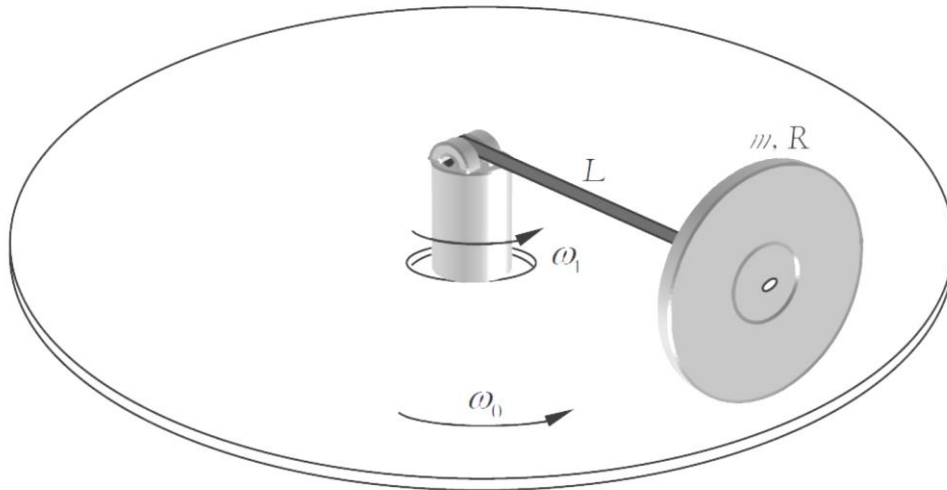
### 1) תרגיל 1130

מוט אופקי חסר מסה באורך  $L$  מחובר בקצהו האחד לפרק כדורי  $A$  וסובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega_1$ . סביב המוט בקצהו השני מתגלגלת דיסקה אנכית במסה  $m$  ורדיוס  $R$ . הדיסקה מתגלגלת ללא החלקה על פני חרוט ניח שזווית הבסיס שלו  $\theta$ . יש להתחשב בכוח הכובד. הזנח חיכוך במערכת. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות על המערכת. אין צורך לפתור אותן. במידה והמהירות הזוויתית  $\omega_1$  אינה קבועה, וקיימת תאוצה זוויתית  $\dot{\omega}_1$  האם וכיצד ישתנו הריאקציות? הסבר. כיצד יושפעו חישוביך במידה והתנועה היתה על משטח אופקי ?



2) תרגיל 1100

טבלה אופקית סובבת במהירות זוויתית קבועה  $\omega_0$ . מוט אופקי חסר מסה באורך  $L$  מחובר בקצהו האחד לציר אופקי  $A$  הסובב במהירות זוויתית קבועה  $\omega_1$ . ידוע כי  $\omega_1 > \omega_0$ . סביב המוט בקצהו השני מתגלגלת דיסקה אנכית במסה  $m$  ורדיוס  $R$ . הדיסקה מתגלגלת ללא החלקה על הטבלה. יש להתחשב בכוח הכובד. הזנח חיכוך בין הדיסקות. צייר דג"ח מתאים וכתוב את משוואות התנועה לחישוב הריאקציות הפועלות על המערכת. אין צורך לפתור אותן. שים לב למבנה הציר ב  $A$



# פרק 10

## רקע מתמטי

פרק זה הינו תאורטי בלבד ואינו מכיל תרגילים.