

תוכן העניינים:

מערכות ספרתיות	שגיאה! הסימניה אינה מוגדרת.
3	ייצוג מספרים
3	ייצוג מספרים בבסיסים שונים :
3	סיכום כללי :
4	שאלות :
4	תשובות סופיות :
5	פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים :
5	סיכום כללי :
6	שאלות :
6	תשובות סופיות :
7	המרות מספרים בין בסיסים :
7	סיכום כללי :
8	שאלות :
10	תשובות סופיות :
11	מספרים משלימים :
11	סיכום כללי :
12	שאלות :
12	תשובות סופיות :
13	חיסור מספרים עם שיטות המשלים :
13	סיכום כללי :
14	שאלות :
14	תשובות סופיות :
15	פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים מכוונים :
15	סיכום כללי :
17	שאלות :
17	תשובות סופיות :
18	קודים בינאריים :
18	סיכום כללי :
19	שאלות :
21	תשובות סופיות :

23..... : מבוא לתורת האינפורמציה

23..... : סיכום כללי

27..... : שאלות

30..... : תשובות סופיות

31..... : ייצוג מספרים בשיטת הנקודה הצפה

31..... : סיכום כללי

33..... : שאלות

35..... : תשובות סופיות

תלמידים יקרים!

ספר זה מכיל את מלוא היצע הנושאים של הפרק 'ייצוג מספרים' הנמצא באתר גול. על מנת לעשות בו שימוש מיטבי עליכם להיעזר בו במקביל לנושאים ולסרטונים הפתוחים בעמוד הקורס המותאם למוסד ולחוג שלכם.

במידה וברצונכם לקבל מענה לנושאים נוספים הקשורים לייצוג מספרים אתם מוזמנים לפנות לשירות לקוחות של האתר ואנו נעשה את מיטב המאמץ לעדכן את תכני הפרק ותכני הקורס על מנת לתת את המענה הטוב ביותר עבורכם!

שתהיה למידה מהנה ופורה!
צוות האתר גול.

מערכות ספרתיות

ייצוג מספרים

ייצוג מספרים בבסיסים שונים:

סיכום כללי:

כתיבת מספרים:

אופן הכתיבה של מספר במתמטיקה: $\dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots$

בסיס במערכת מספרים:

הבסיס מוגדר בתור מספר הספרות במערכת המספרים שבה מוצג מספר מסוים. נסמן את הבסיס של מערכת מספרים כלשהי ב- r . הספרות של מערכת מספרים בבסיס r הן: $[0:r-1]$.

סוגי בסיסים נפוצים:

שם	עשרוני (Decimal)	בינארי (Binary)	אוקטלי (Octal)	הקסדצימלי (Hexadecimal)
בסיס r	10	2	8	16
ספרות	$[0:9]$	$[0,1]$	$[0:7]$	$[0:F]$

אופן דוגמאות קריאת מספרים מבסיסים (בבסיס עשרוני):

כדי לקרוא מספר $\dots a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} \dots$ בבסיס r נבצע:

$$a_2 a_1 a_0 . a_{-1} a_{-2} = a_2 \cdot r^2 + a_1 \cdot r^1 + a_0 \cdot r^0 + a_{-1} \cdot r^{-1} + a_{-2} \cdot r^{-2}$$

הערות:

- מספרים בבסיסים שונים ייכתבו באופן הבא: $(101)_5$, $(23)_8$, $(FOA2)_{16}$.
- לספרות 0,1 בבסיס הבינארי קוראים **סיביות** (או ביטים - Bits).

שאלות:

- (1) המר את המספרים הבינאריים הבאים לעשרוניים:
- | | | |
|----------------|---------------------|----------|
| א. 1011 | ב. 1001001000110010 | ג. 10.01 |
| ד. 11011.00101 | | |
- (2) מצא את ערכם העשרוני של המספרים הבאים בבסיסים שלהם:
- | | | |
|--------------|---------------|----------------|
| א. $(25)_6$ | ב. $(32)_4$ | ג. $(121)_3$ |
| ד. $(1.2)_3$ | ה. $(43.2)_6$ | ו. $(41.23)_5$ |
- (3) מצא את ערכם העשרוני של המספרים ההקסדצימלים הבאים:
- | | | |
|--------|---------|---------|
| א. FB1 | ב. 20AB | ג. 3B.A |
|--------|---------|---------|

תשובות סופיות:

- | | | | |
|-------------|----------|-----------|--------------------|
| (1) א. 11 | ב. 37426 | ג. 2.25 | ד. 27.15625 |
| (2) א. 17 | ב. 14 | ג. 16 | ד. $1\frac{2}{3}$ |
| (3) א. 4017 | ב. 8363 | ג. 59.625 | ה. $27\frac{1}{3}$ |
| | | ו. 21.52 | |

פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים:

סיכום כללי:

חיבור וחיסור מספרים בבסיסים שונים:

נחבר שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות חיבור ארוך ספרה-ספרה מה-LSB כלפי ה-MSB. כאשר תוצאת החיבור גדולה מ- $r-1$ נעביר ספרה לדרגה הבאה. בחיבור שני מספרים (בבסיס r) בני N ספרות כל אחד תיתכן תוצאה נחסר שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות חיסור ארוך ספרה-ספרה (מחסר פחות מחוסר) מה-LSB כלפי ה-MSB. בנושא זה נעסוק רק בחיסור מהצורה $M - N$ כאשר $M > N$. אם תוצאת החיסור בדרגה מסוימת לא אפשרית, נשאל מהספרה בדרגה הבאה (borrow).

כפל וחילוק מספרים בבסיסים שונים:

נכפול שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות כפל ארוך. נחלק שני מספרים M ו- N (שניהם בבסיס r) באמצעות חילוק ארוך.

חוקיות והגדרות:

- בחיבור של שני מספרים (בבסיס r) בני n ספרות כל אחד תיתכן תוצאה בעלת $n+1$ ספרות. במקרה זה, ספרת ה-MSB נקראת נשא (carry).
- בכפל של שני מספרים (בבסיס r) בני n ו- m ספרות כל אחד תיתכן תוצאה בעלת $n+m$ ספרות.

שאלות:

(1) נתונים שני המספרים הבאים : A : 10011011 , B : 10001101.

א. חשב את הסכום של שני המספרים בבסיס בינארי.

ב. חשב את ההפרש : A-B.

(2) חשב את הסכומים וההפרשים הבאים :

א. $(4AB)_{16} + (80E)_{16}$ ב. $(FF20)_{16} - (E40A)_{16}$

ג. $(702)_8 + (45)_8$ ד. $(360)_8 - (21)_8$

ה. $(122)_3 + (210)_3$ ו. $(221)_3 - (102)_3$

(3) חשב את המכפלות הבאות :

א. $(AB)_{16} \cdot (E7)_{16}$ ב. $(750)_8 \cdot (62)_8$ ג. $(1001)_2 \cdot (101)_2$

(4) חשב את חילוק המספרים הבאים :

א. $110100 : 100$

ב. $1111000 : 1100$

ג. $1100100 : 1101$

תשובות סופיות:

(1) א. 100101000 ב. 1110

(2) א. $(CB9)_{16}$ ב. $(1B16)_{16}$ ג. $(747)_8$ ד. $(337)_8$ ה. $(1102)_3$ ו. $(112)_3$

(3) א. $(9A4D)_{16}$ ב. $(57520)_8$ ג. $(101101)_2$

(4) א. 1101 ב. 1010 ג. 111 ושארית של 1001.

המרות מספרים בין בסיסים:

סיכום כללי:

טבלת חזקות של בסיס בינארי:

2^n	n	2^n	n	2^n	n
1,048,576	20	1,024	10	1	0
2,097,152	21	2,048	11	2	1
4,194,304	22	4,096	12	4	2
8,388,608	23	8,192	13	8	3
16,777,216	24	16,384	14	16	4
33,554,432	25	32,768	15	32	5
67,108,864	26	65,536	16	64	6
134,217,728	27	131,072	17	128	7
268,435,456	28	262,144	18	256	8
536,870,912	29	524,288	19	512	9

המרת מספר (שלם) $M = a_{m-1}a_{m-2}\dots a_0$ בן m ספרות מבסיס עשרוני לבסיס r :

- נחלק את המספר פי r .
- נרשום את השארית בצד ונחלק את התוצאה השלמה פי r פעם נוספת.
- נחזור על התהליך עד שלא נותר חלק שלם (אלא רק שארית).
- נרשום את המספר המתקבל מהשארית האחרונה כלפי הראשונה.

המרת מספר (שברי) $M = 0.a_{-1}a_{-2}\dots a_{-m}$ בן m ספרות מבסיס עשרוני לבסיס r :

- נכפול את המספר פי r .
- נרשום את השלם בצד ונכפול את התוצאה השברית פי r פעם נוספת.
- נחזור על התהליך עד שלא נותרה שארית (אלא רק שלם).
- נרשום את המספר המתקבל השלם הראשון כלפי האחרון.

שאלות:

(1) המר את המספרים העשרוניים הבאים למספרים בינאריים:

א. 38	ב. 45
ג. 244	ד. 321
ה. 0.125	ו. 0.84375
ז. 0.33	ח. 0.833
ט. 12.25	י. 32.375
יא. 4.07	יב. 61.32

(2) כתוב את המספר העשרוני $(61.25)_{10}$ בבסיס 3 ובבסיס 8.

(3) כתוב את המספרים הבינאריים הבאים בבסיס הקסדצימלי:

א. 101	ב. 1011
ג. 10010101	ד. 11011101000101101101
ה. 101.1	ו. 100101.0010111

(4) כתוב את המספרים הבינאריים הבאים בבסיס אוקטלי:

א. 101	ב. 1011
ג. 10010101	ד. 11011101000101101101
ה. 101.1	ו. 100101.0010111

(5) כתוב את המספרים הבאים בבסיס בינארי:

א. $(FB)_{16}$	ב. $(40A)_{16}$
ג. $(9.9)_{16}$	ד. $(66)_8$
ה. $(702)_8$	ו. $(2.32)_8$

6) המר את המספרים העשרוניים הבאים לבסיס בינארי, אוקטלי והקסדצימלי:
א. 0.6875.

ב. 0.714 (מצא מספרים בדיוק של 6 ספרות לפחות).

7) כתוב את המספרים הבאים בבסיס המבוקש:

א. המספר $(53)_6$ בבסיס 9.

ב. המספר $(104)_7$ בבסיס 5.

ג. המספר $(444)_5$ בבסיס 6.

ד. המספר $(0.02)_3$ בבסיס 6.

ה. המספר $(32.13)_4$ בבסיס 8.

8) נתון המספר 0.02 בבסיס 3.

א. כתוב את המספר בבסיס 5.

ב. מה המחזוריות הספרות של המספר?

ג. כמה ספרות יהיו במספר (בבסיס 5) עבור דיוק הקטן מ- 10^{-3} ?

ד. מה הדיוק של המספר כאשר יש בו 10 ספרות מימין לנקודה העשרונית?

9) באיזה בסיס כל אחת מהמשוואות הבאות נכונה:

א. $(101)^2 + 2004 = 12210$.

ב. $3 \cdot 5 + 24 = 51$.

ג. $\frac{40 - 7 \cdot 2}{6} = 3$.

10) מצא את הבסיס שבו כל אחד מהשוויונות הבאים הוא נכון:

א. $\sqrt{301} = 13$.

ב. $\sqrt[4]{121} = 3$.

11) מצא את כל הבסיסים שבהם אי השוויונים הבאים הם נכונים:

א. $(11)^2 < 122$.

ב. $(11)^3 < 1451$.

12 לפניך המשוואה הבאה: $(22)_x + (22)_y = (102)_x$, כאשר x ו- y הם בסיסים שונים ($x \neq y$).

- א. מצא קשר בין x ו- y (זכור כי: $x, y \in \mathbb{N}$).
- ב. ידוע כי ההפרש בין הבסיסים הוא 1. מצא את x ו- y .

תשובות סופיות:

- 1** א. $(100110)_2$ ב. $(101101)_2$ ג. $(11110100)_2$
- ד. $(101000001)_2$ ה. $(0.001)_2$ ו. $(0.11011)_2$
- ז. $(0.0101010001\dots)_2$ ח. $(0.110101\dots)_2$ ט. $(1100.01)_2$
- י. $(100000.011)_2$ יא. $(100.00010001\dots)_2$ יב. $(111101.01010001\dots)_2$
- 2** $(61.25)_{10} = (2021.020202\dots)_3 = (75.2)_8$
- 3** א. $(5)_{16}$ ב. $(B)_{16}$ ג. $(95)_{16}$ ד. $(DD6D)_{16}$
- ה. $(5.8)_{16}$ ו. $(25.2E)_{16}$
- 4** א. $(5)_8$ ב. $(13)_8$ ג. $(225)_8$ ד. $(3350555)_8$
- ה. $(5.4)_8$ ו. $(45.134)_8$
- 5** א. $(11111011)_2$ ב. $(010000001010)_2$ ג. $(1001.1001)_2$
- ד. $(110110)_2$ ג. $(111000010)_2$ ו. $(010.011010)_2$
- 6** א. $(0.1011)_2 = (0.54)_8 = (0.B)_{16}$
- ב. $(0.101101)_2 = (0.55)_8 = (0.B4)_{16}$
- 7** א. $(36)_9$ ב. $(203)_5$ ג. $(324)_6$ ד. $(0.12)_6$ ה. $(16.34)_8$
- 8** א. $(0.1023410234\dots)_5$ ב. $\overline{10234}$ ג. 0.102 ד. $7.1 \cdot 10^{-5}$
- 9** א. $r=5$ ב. $r=6$ ג. $r=8$
- 10** א. $r=4$ ב. $r=8$
- 11** א. כל בסיס שמקיים: $r \geq 3$ ב. כל בסיס שמקיים: $r \geq 6$
- 12** א. $x = 1 + \sqrt{2y+3}$ ב. $x = 4, y = 3$

מספרים משלימים:

סיכום כללי:

הגדרת מספרים משלימים:

בהינתן מערכת ספרות בבסיס r , שני מספרים a ו- b בני n ספרות, ייקראו משלימים זה של זה אם: $a + b = r^n$.

בהינתן מערכת ספרות בבסיס r נוכל להגדיר שני סוגי משלימים:

- המשלים ל- $r-1$ (באנגלית: The Diminished Radix Complement).
- המשלים ל- r (באנגלית: The Radix Complement).

המשלים ל- r :

המשלים ל- r של מספר N בעל n ספרות, בבסיס r הוא: $\bar{N} = r^n - N$. כדי למצוא את המשלים ל- r ניתן לקחת את המשלים ל- $r-1$ ולהוסיף 1 לתוצאה. (ראה דוגמאות בבסיס עשרוני ובינארי בסרטוני הוידאו באתר גול).

המשלים ל- $r-1$:

המשלים ל- $r-1$ של מספר N בעל n ספרות, בבסיס r , הוא: $\bar{N} = (r^n - 1) - N$. (ראה דוגמאות בבסיס עשרוני ובינארי בסרטוני הוידאו באתר גול).

מציאת המשלימים של שברים:

במקרה של שבר נתעלם מהנקודה ונבצע את אותן השיטות. לבסוף נחזיר את הנקודה לתוצאה במיקום היחסי שבו היא הייתה.

הערות:

- לביצוע המשלים ל-1 (של מספר בינארי) יש להפוך את כל הסיביות שלו.
- לביצוע המשלים ל-2 (של מספר בינארי) יש להעתיק את כל הסיביות (מה-LSB) עד ה-1 הראשון. לאחר מכן יש להפוך את יתרת הסיביות.

שאלות:

- (1) כתוב את המשלימים של המספרים העשרוניים הבאים לפי כל שיטה:
- המשלים ל-9 של $(8054)_{10}$.
 - המשלים ל-9 של $(0.625)_{10}$.
 - המשלים ל-10 של $(8054)_{10}$.
 - המשלים ל-10 של $(0.625)_{10}$.
- (2) כתוב את המשלימים של המספרים הבינאריים הבאים לפי כל שיטה:
- המשלים ל-1 של 110101.
 - המשלים ל-1 של 0.00011.
 - המשלים ל-2 של 110101.
 - המשלים ל-2 של 0.00011.
- (3) נתון המספר 5AF3.
- מצא את המשלים ל-16 של המספר הנ"ל.
 - המר את המספר לבינארי ומצא את המשלים ל-2 שלו.
 - המר את התוצאה מהסעיף הקודם והשווה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

- (1) א. 1945 ב. 9.374 ג. 1946 ד. 9.375
- (2) א. 001010 ב. 1.111 ג. 001011 ד. 1.11101
- (3) א. A50D ב. 1010010100001101

חיסור מספרים עם שיטות המשלים:

סיכום כללי:

המטרה המרכזית של שימוש במספרים משלימים כי לצורך המרת פעולת החיסור בפעולת חיבור, וזאת מכיוון שהמחשב 'יודע' לבצע רק חיבור בין מספרים. לשם כך נעזר בשתי שיטות המשלימים בכדי להחליף את פעולת החיסור המבוקשת בפעולה או פעולות חיבור שתיתנה את התוצאה הרצויה.

כאשר נרצה לחסר שני מספרים M ו- N , הנתונים בבסיס r באופן הבא: $M - N$ (כלומר: N הוא המחסר ו- M הוא המחוּסר), נבצע את השלבים הבאים:

- (1) נמיר את פעולת החיסור בחיבור ע"י לקיחת המשלים ל- r של המחסר.
- (2) נבצע חיבור רגיל.
- (3) אם תוצאת החיסור חיובית (כלומר: $M \geq N$) נקבל זליגה (End carry) אשר יש להתעלם ממנה.
- (4) אם תוצאת החיסור שלילית (כלומר: $M < N$) ניקח את המשלים של תוצאת החיבור. במקרה זה התוצאה הסופית תהיה עם סימן שלילי.

עבור לקיחת המשלים ל- $r-1$ נבצע:

- אם תוצאת החיסור חיובית (כלומר: $M \geq N$), יש להוסיף 1 לתוצאה הסופית.
- אם תוצאת החיסור שלילית (כלומר: $M < N$) אין צורך באף שינוי.

הערות:

- (1) אנו כעת מתעלמים מסימן המספר - דבר שיקבל דיון מורחב בנושא הבא.
- (2) נבחין כי במחשב העובד לפי שיטת המשלים ל- r , ההמרה של פעולת חיסור תתבטא בפעולת חיבור אחת בעוד שמחשב העובד לפי שיטת המשלים ל- $r-1$ יהיה צורך בשתי פעולות חיבור על מנת לקבל את התוצאה הרצויה.

מציאת המשלימים של שברים:

במקרה של שבר נתעלם מהנקודה ונבצע את אותן השיטות. לבסוף נחזיר את הנקודה לתוצאה במיקום היחסי שבו היא הייתה.

שאלות:

(1) בצע את חיסור המספרים הבא באמצעות המשלים המצויין:

א. $(3752 - 748)_{10}$ בעזרת המשלים ל-10.

ב. $(352 - 6408)_{10}$ בעזרת המשלים ל-10.

ג. $(3752 - 748)_{10}$ בעזרת המשלים ל-9.

ד. $(352 - 6408)_{10}$ בעזרת המשלים ל-9.

(2) בצע את חיסור המספרים הבא באמצעות המשלים המצויין:

א. $(10110110 - 10010)_2$ בעזרת המשלים ל-2.

ב. $(10010 - 11000011)_2$ בעזרת המשלים ל-2.

ג. $(10110110 - 10010)_2$ בעזרת המשלים ל-1.

ד. $(10010 - 11000011)_2$ בעזרת המשלים ל-1.

תשובות סופיות:

(1) א. 3004 ב. -6056 ג. 3004 ד. -6056.

(2) א. 10100100 ב. -10110001 ג. 10100100 ד. -10110001.

פעולות אריתמטיות עם מספרים בינאריים מכוונים:

סיכום כללי:

הצגת מספר מכוון:

מקרה ראשון (Signed): $\boxed{a_0} \boxed{a_1} \boxed{a_2} \cdots \boxed{a_n}$
sign magnitude

מקרה שני (Unsigned): $\boxed{a_0} \boxed{a_1} \boxed{a_2} \cdots \boxed{a_n}$
magnitude

3 דרכים להציג מספרים מכוונים:

- הצגת סימן-גודל: Sign-Magnitude
- הצגת משלים ל-1: Signed-1's-complement representation.
- הצגת משלים ל-2: Signed-2's-complement representation.

הצגת מספר עשרוני ב-3 השיטות:

Singed-2's complement	Singed-1's complement	Signed Magnitude	ערך עשרוני
0111	0111	0111	+7
0110	0110	0110	+6
0101	0101	0101	+5
0100	0100	0100	+4
0011	0011	0011	+3
0010	0010	0010	+2
0001	0001	0001	+1
0000	0000	0000	+0
-	1111	1000	-0
1111	1110	1001	-1
1110	1101	1010	-2
1101	1100	1011	-3
1100	1011	1100	-4
1011	1010	1101	-5
1010	1001	1110	-6
1001	1000	1111	-7
1000	-	-	-8

- בייצוג מספרים ב-3 השיטות, מספר חיובי יכול 0 בסיבית ה-MSB שלו ומספר שלילי יכול 1. כך ההצגה של מספרים חיוביים בשיטות המשלים זהות להצגה בינארית רגילה בעוד שלהצגה של מספרים שליליים קיים יתרון אשר שונה משיטה לשיטה.
- עקב הקונפליקט בהצגת המספר 0 בשיטת SM ו-1's comp., מקובל לייצג מספרים שליליים ולבצע פעולות אריתמטיות של חיבור וחסור ע"י הצגתם בשיטת המשלים ל-2 בלבד.
- השיטות האחרות משמשות לביצוע פעולות לוגיות וייצוגים מסוימים במחשבים התלויים ביישום ובמטרה שלהם.

אופן ההמרה של פעולות חיסור עם מספרים מכוונים לחיבור:

על מנת לבצע חיסור של מספרים מכוונים, נמיר אותו לחיבור לפי הכללים:

$$(\pm A) - (+B) = (\pm A) + (-B)$$

$$(\pm A) - (-B) = (\pm A) + (+B)$$

כך, נוכל להפוך כל פעולה עם מספרים המיוצגים בשיטת המשלים ל-2 לפעולת חיבור.

מסקנות וסיכום בנוגע לחיבור וחסור של מספרים מכוונים:

כדי לבצע חיבור של מספרים מכוונים, כאשר מספר שלילי מיוצג בשיטת המשלים ל-2, והמספרים עצמם נתונים בערכם העשרוני:

- נכתוב אותם כ-unsigned (ערך בלבד) ונרפד את המספר גדול מביניהם (בערכו המוחלט) עם זוג אפסים (00) או זוג אחדים (11) לפי סימנו. נרפד את המספר הקטן בהתאם כך שאורכם יהיה זהה.
- נבצע חיבור אריתמטי פשוט. (במידה ויש לבצע חיסור, נמיר את המחסר ע"י לקיחת המשלים ונהפוך את התרגיל לחיבור).

בצורה זו מובטח כי תוצאת החיבור תוך לקיחת המשלים של המספרים השליליים תמיד תהיה מיוצגת בשיטת המשלים ל-2 כאשר יש להתעלם מסיבית ה-Carry (ה-Stack Overflow).

שאלות:

(1) הצג את המספרים הבאים בשלוש השיטות: שיטת Sign-Magnitude, שיטת המשלים ל-1 ושיטת המשלים ל-2.

א. -43 ב. -75 ג. -158

(2) לפי שני מספרים הנתונים בהצגת Sign-Magnitude: (+3562), (+863). המר את המספרים לפי שיטת המשלים ל-10 וחשב את:

א. $(+3562) + (+863)$ ב. $(+3562) + (-863)$

ג. $(-3562) + (+863)$ ד. $(-3562) + (-863)$

(3) נתונים המספרים: +73 ו-42+. המר את המספרים לבסיס בינארי בעזרת שיטת המשלים ל-2, חשב את התרגילים הבאים והחזר לבסיס עשרוני:

א. $(+42) + (-73)$ ב. $(-42) + (-73)$

(4) נתונים המספרים: $a = (01000101.0011)_2$ ו- $b = (10110)_2$ המיוצגים בשיטת

המשלים ל- $r-1$. חשב את ערך תוצאת החילוק: $\frac{a}{b}$

(רשום גם בשיטת המשלים ל- $r-1$).

(5) נתונים המספרים: $a = (1010010.1)_2$ ו- $b = (1000)_2$ המיוצגים בשיטת

המשלים ל- r . חשב את ערך תוצאת החילוק: $\frac{a}{b}$

(רשום גם בשיטת המשלים ל- r).

תשובות סופיות:

(1) א. Sign Magnitude: 10101011; 1's complement: 11010100 ; 2's complement: 11010101

ב. Sign Magnitude: 11001011; 1's complement: 10110100 ; 2's complement: 10110101

ג. Sign Magnitude: 110011110; 1's complement: 101100001 ; 2's complement: 101100010

(2) א. +4425 ב. +2699 ג. -2699 ד. -4425

(3) א. -31 ב. -115

(4) 1's complement: 1000.0100

(5) 0101.1011 (תוצאת החילוק היא חיובית!).

קודים בינאריים:

סיכום כללי:

להלן ריכוז הקודים הבינאריים הנפוצים:

Gray	8,4,-2,-1	Excess 3	2,4,2,1	BCD	ערך עשרוני
0000	0000	0011	0000	0000	0
0001	0111	0100	0001	0001	1
0011	0110	0101	0010	0010	2
0010	0101	0110	0011	0011	3
0110	0100	0111	0100	0100	4
0111	1011	1000	1011	0101	5
0101	1010	1001	1100	0110	6
0100	1001	1010	1101	0111	7
1100	1000	1011	1110	1000	8
1101	1111	1100	1111	1001	9
1111	0001	0000	0101	1010	10
1110	0010	0001	0110	1011	11
1010	0011	0010	0111	1100	12
1011	1100	1101	1000	1101	13
1001	1101	1110	1001	1110	14
1000	1110	1111	1010	1111	15

עבור הקודים BCD, 2,4,2,1, Excess 3 ו-8,4,-2,-1 הצירופים המתאימים לערכים העשרוניים 10-15 לא קיימים ולא חוקיים.

טבלת קוד ASCII:

$b_4b_3b_2b_1$	$b_7b_6b_5$							
	000	001	010	011	100	101	110	111
0000	NUL	DLE	SP	0	@	P	'	p
0001	SOH	DC1	!	1	A	Q	a	q
0010	STX	DC2	"	2	B	R	b	r
0011	ETX	DC3	#	3	C	S	c	s
0100	EOT	DC4	\$	4	D	T	d	t
0101	ENQ	NAK	%	5	E	U	e	u
0110	ACK	SYN	&	6	F	V	f	v
0111	BEL	ETB	'	7	G	W	g	w
1000	BS	CAN	(8	H	X	h	x
1001	HT	EM)	9	I	Y	i	y
1010	LF	SUB	*	:	J	Z	j	z
1011	VT	ESC	+	;	K	{	k	{
1100	FF	FS	,	<	L	\	l	
1101	CR	GS	-	=	M	}	m	}
1110	SO	RS	.	>	N	^	n	~
1111	SI	US	/	?	O	_	o	DEL

סיבית הזוגיות (parity bit):

היות וקוד ASCII מורכב מ-7 ביטים, נוכל להוסיף ביט נוסף בצד המשמעותי ביותר וניתן לערך שלו להיות 1 או 0 על מנת שסכום ה-1-ים יהיה זוגי. לביט הנוסף קוראים סיבית הזוגיות.

שאלות:

- (1) הצג את המספר העשרוני 5401 לפי כל אחד מהקודים הבאים:
- א. ייצוג בינארי רגיל (ללא קידוד).
 - ב. בקוד BCD.
 - ג. בקוד Excess-3.
 - ד. בקוד 8,4,-2,-1.
 - ה. בקוד 2,4,2,1.
- (2) כתוב את המספרים העשרוניים 423 ו-629 לפי BCD ובצע חיבור שלהם בבסיס זה.
- (3) מגדירים בסיס בן 4 ספרות שמקבל את המשקלים 6,3,1,1. כתוב טבלת התאמה עבור 10 הספרות העשרוניות.
- (4) מגדירים קוד בינארי בן 10 סיביות המייצג כל אחת מעשר הספרות העשרוניות. כל ספרה מקבלת קוד המורכב מתשעה אפסים ו-1 אחד.
- א. הצע 2 דרכים להצגת הספרות העשרוניות באמצעות קוד זה (שני קידודים שונים).
 - ב. כעת מציעים קוד נוסף, המייצג את 10 הספרות העשרוניות באמצעות 5 סיביות באופן הבא:
 - עבור מספרים זוגיים ואפס, הקוד מכיל 4 אפסים ו-1 אחד במיקום הסידורי של מחצית המספר הזוגי.
 - עבור מספרים אי-זוגיים, הקוד מכיל 4 אחדים ו-0 אחד במקום הסידורי של מחצית מהמספר העוקב של המספר האי-זוגי.
- i. איזו ספרה עשרונית מייצג הקוד 01000?
 - ii. איזו ספרה עשרונית מייצג הקוד 10111?
 - iii. כתוב בקוד הנ"ל את הספרות 4,5.
- (5) כתוב את קוד ASCII עבור: "Hello World!" ע"י שימוש ב-8 סיביות וסיבית זוגיות הקובעת מספר זוגי של 1-ים.

6) קוד Bi-quinary הוא קוד שהיה משמש בחשבוניות ובמחשבים קדומים. זה הוא קוד בן 7 סיביות הבנוי לפי המשקלים: 5043210. כאשר כל מילת קוד מורכבת משני 1-ים וחמישה 0-ים.

א. כתוב בטבלה את ייצוג הספרות העשרוניות באמצעות קוד זה ותאר מה מיוחד בו.

ב. חשב את הסכום: $1000100 + 0100100$ וכתוב את התוצאה באמצעות הקוד.

ג. האם הוספת סיבית זוגיות תועיל בשיטת קידוד זו? מה ניתן לומר על אופן הצגת הספרות בשיטה זו?

7) צורת קידוד שכיחה במערכות טלקומוניקציה נקראת m מתוך n כאשר הערכים m ו- n נבחרים להיות כאלו שנותנים 10 צירופים שונים.

סוג נפוץ של קוד זה הוא: קוד 2 מתוך 5.

בשיטת קידוד זו קיימות 10 אפשרויות הצגת מספרים לפי המשקלים: 01236. ככלל, את המספר 0 מציגים ע"י 01100.

א. כתוב בטבלה את ייצוג הספרות העשרוניות באמצעות קוד 2 out of 5.

ב. כתוב את המספר הבא בצורה עשרונית: 11000 01100 00110 00011.

תשובות סופיות:

- (1) א. 1010100011001 ב. 0101010000000001 ג. 1000011100110100
 ד. 1011010000000111 ה. 1011010000000001
- (2) 1052.
- (3) להלן טבלת התאמה:

ערך עשרוני	6,3,1,1
0	0000
1	0001 או 0010
2	0011
3	0100
4	0101 או 0110
5	0111
6	1000
7	1001 או 1010
8	1011
9	1100

- (4) א. להלן 2 צורות ייצוג של הקוד:

קידוח	ערך עשרוני
1000000000	0
0100000000	1
0010000000	2
0001000000	3
0000100000	4
0000010000	5
0000001000	6
0000000100	7
0000000010	8
0000000001	9

קידוח	ערך עשרוני
0000000001	0
0000000010	1
0000000100	2
0000001000	3
0000010000	4
0000100000	5
0001000000	6
0010000000	7
0100000000	8
1000000000	9

- ב. i. 6. ב. ii. 7. ב. iii. 4 : 00100, 5 : 11011.

- (5) להלן הקוד:

$\underbrace{01001000}_H$ $\underbrace{01100101}_e$ $\underbrace{01101100}_i$ $\underbrace{01101100}_l$ $\underbrace{01101111}_o$ $\underbrace{10100000}_-$
 $\underbrace{11010111}_w$ $\underbrace{10100000}_o$ $\underbrace{01110010}_r$ $\underbrace{01101100}_l$ $\underbrace{11100100}_d$ $\underbrace{00100001}_!$

6) א. טבלה מופיעה למטה. ב. $(1010000)_{Bi}$ ג. סיבית זוגיות לא תועיל מכיוון שכל מילת קוד מכילה שני ביטים של 1 ולכן לא תאפשר זיהוי שגיאות.

ספרה עשרונית	Bi-Quinary
0	0100001
1	0100010
2	0100100
3	0101000
4	0110000
5	1000001
6	1000010
7	1000100
8	1001000
9	1010000

7) א. להלן טבלה: ב. 1059.

קידוד: 01236	ערך עשרוני
01100	0
11000	1
10100	2
10010	3
01010	4
00110	5
10001	6
01001	7
00101	8
00011	9

מבוא לתורת האינפורמציה:

סיכום כללי:

מבוא לקודים:

קוד הוא דרך להצפין מידע המועבר ממקום אחד למקום אחר. לקידוד מידע מספר מטרות:

- (1) שמירה על חשאיות המידע המועבר ע"י הצפנה מונעת מגורמים עוינים לגנוב המידע.
- (2) אפשרות של גילוי שגיאות הנגרמות כתוצאה מההעברה עצמה של המידע (בין אם בשידור אלחוטי ובין אם בשידור באמצעות כבלים/סיבים וכו').
- (3) אפשרויות שונות לתיקון של שגיאות אשר זוהו במידע המתקבל.

יתירות מילות קוד:

כידוע, עם n סיביות ניתן להציג 2^n ערכים שונים, אלו ייקראו **מילות קוד**. קוד בעל n סיביות הכולל 2^n מילות קוד שונות נקרא **קוד ללא יתירות** (Redundancy).

קצב הקוד (Code Rate):

נקרא גם Transmission Rate (קצב שידור) והוא מוגדר בתור היחס שבין מספר ביטי המידע, k , למספר הביטים הכולל המשודר, n , באופן הבא: $R = \frac{k}{n}$.

מרחק בין שתי מילים בינאריות:

המרחק בין שתי מילות בינאריות, כל אחת באורך n : $A = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_0)$ ו- $B = (b_n, b_{n-1}, \dots, b_0)$ מוגדר בתור מספר הסיביות שיש לשנות ב- A על מנת להגיע ל- B (או להיפך). נסמן זאת: $d(A, B)$ - המרחק בין A ל- B .

משקל המינג (Hamming Weight):

משקל המינג מוגדר בתוך מספר ה-1ים שבמילת קוד. למשל, במילה 10111 יש 4 אחדים ולכן משקלה הוא 4. נסמן זאת: $w(10111) = 4$.

מרחק המינג (Hamming Distance):

מספר הסיביות שיש לשנות במילת קוד על מנת להגיע למילת קוד אחרת. למשל: $d(0100,1101) = 2$. גאומטרית, נוכל לומר כי יש שני ענפים המפרידים בין שתי מילות הקוד.

הערה:

מרחק המינג בין מילת קוד C לבין הקוד 00000 הוא פשוט משקל המילה C : $d(C,00000) = w(C)$.

מרחק קוד:

מרחק קוד מוגדר בתוך המרחק המינימלי בין שתי מילות קוד תקינות. נסמן את מרחק הקוד ב- m .

גילוי שגיאות ותיקון שגיאות:

קודים שונים נבדלים זה מזה במספר פרמטרים, ביניהם היכולת לגלות שגיאות והיכולת לתקן שגיאות.

גילוי שגיאה (Error Detection):

כאשר מדברים על גילוי שגיאה הכוונה היא לכך שהקוד יודע שהתקבלה מילה לא תקינה אך לא יודע כיצד לבצע את התיקון (יתכנו מספר אפשרויות, כולן במרחק שווה מהמילה השגויה).

תיקון שגיאה (Error Correction):

בתיקון שגיאה, מדובר על קוד שיוודע באיזו סיבית/יות נפלו שגיאות והוא משנה את ערכן כך שתתקבל מילת הקוד התקנית שנשלחה.

נוסחה כללית לגילוי ותיקון שגיאות:

בהינתן קוד שבו המרחק המינימלי בין שתי מילות קוד תקניות הוא m , כמות השגיאות שניתן לגלות (בנוסף לאלו שניתן לתקן) הוא d וכמות השגיאות שניתן לתקן הוא c נוכל להגדיר את הקשר הבא:

$$m = 2c + d + 1$$

פירוט מקרים:

- | | |
|------------------------------------|--|
| עבור: $m = 1$ נקבל: $c = 0, d = 0$ | כלומר לא ניתן לגלות שגיאות (ולא לתקן). |
| עבור: $m = 2$ נקבל: $c = 0, d = 1$ | כלומר ניתן לגלות שגיאה אחת (אך לא לתקן). |
| עבור: $m = 3$ נקבל: $c = 0, d = 2$ | כלומר ניתן לגלות שתי שגיאות (אך לא לתקן אותן). |
| או: $c = 1, d = 1$ | כלומר ניתן לגלות שגיאה אחת ולתקן אותה. |
| עבור: $m = 4$ נקבל: $c = 1, d = 1$ | כלומר ניתן לגלות שגיאה אחת ולתקן אותה. |
| או: $c = 0, d = 3$ | כלומר ניתן לגלות 3 שגיאות אך לא לתקן אותן. |

סיבית הזוגיות – תזכורת:

סיביות הזוגיות (Even parity bit) נועדה להשלים את מספר ה-1ים במילת קוד נתונה לערך זוגי.

באותו האופן ניתן להגדיר סיבית אי-זוגיות (Odd parity bit) שתשלים את מספר ה-1ים לערך אי-זוגי.

השמת סיבית זוגיות למילות קוד מניב מרחק מינימלי של 2 - כלומר ניתן לגלות שגיאה אך לא לתקן.

קודים לגילוי ותיקון שגיאות:

במסגרת הקורס שלנו נסתפק בהגדרות הבאות עבור קוד עם מרחק קוד של 3:

נסמן את אורך ההודעה המקורית ב- m סיביות מידע, (m הוא מלשון message).

נוסיף k סיביות בדיקה כך שהמילה שתשודר תהיה באורך: $n = m + k$.

נעזר באי השוויון הבא למציאת k : $2^k \geq n + 1$.

קוד המינג (Hamming Code):

קוד המינג הינו קוד לגילוי ותיקון שגיאות עם מרחק קוד של 3.
 לקוד m סיביות מידע ו- k סיביות בדיקה אשר הן סיביות זוגיות (Parity bits).
 קוד שבו 4 סיביות מידע ו-3 סיביות זוגיות, קרוי Hamming (7,4) code.
 נסמן: $M = (m_1 m_2 m_3 m_4)_2$ את ההודעה המשודרת וב- $p_1 p_2 p_3$ את סיביות הזוגיות.
 בצד המקלט, מתקבל הקוד בצורה הבאה: $b_1 b_2 b_3 b_4 b_5 b_6 b_7$ כאשר b_1 הוא ה-LSB!
 סיביות הזוגיות יהיו בכל המקומות שהן חזקות שלמות של 2:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
p_1	p_2		p_3				p_4								p_5	

דוגמא עבור קוד בן 7 סיביות:

P_1	P_2	D_3	P_4	D_5	D_6	D_7
p_1	p_2	m_1	p_3	m_2	m_3	m_4

החוקיות של סיביות הזוגיות הן כדלהלן:
 כל סיבית זוגיות צריכה להשלים למספר זוגי של 1-ים עבור סיביות המידע הבאות:

$$P_1 \rightarrow D_3 D_5 D_7$$

$$P_2 \rightarrow D_3 D_6 D_7$$

$$P_4 \rightarrow D_5 D_6 D_7$$

ניתוח בצד המקלט:

נסמן בצורה הכללית ביותר את הקוד המתקבל: $W = (w_1 w_2 w_3 w_4 w_5 w_6 w_7)_2$
 נבצע את תהליך הבדיקה הבא:
 נכתוב ערך תיקון, שהוא מילה בינארית בת 3 סיביות: $C_3 C_2 C_1$ המוגדרות כך:

$$C_3 = P(w_4, w_5, w_6, w_7) = w_4 \oplus w_5 \oplus w_6 \oplus w_7$$

$$C_2 = P(w_2, w_3, w_6, w_7) = w_2 \oplus w_3 \oplus w_6 \oplus w_7$$

$$C_1 = P(w_1, w_3, w_5, w_7) = w_1 \oplus w_3 \oplus w_5 \oplus w_7$$

המיקום של הסיבית השגויה הוא הערך העשירוני של המילה הבינארית $C_3 C_2 C_1$.
 אם מתקבל הערך 0 הרי שאין שגיאה והמילה המתקבלת תקינה לחלוטין.

שאלות:

(1) לפניך מספר מילים המיוצגות בקוד Hamming(7,4). קבע אלו מהן תקינות ואלו אינן תקינות. עבור המילים שאינן תקינות קבע כמה שגיאות קרו, באלו סיביות, והאם ניתן לתקן אותן.

א. 1010101

ב. 0111000

ג. 1011101

(2) כתוב בקוד Hamming את הקודים שיש לשדר עבור המילים הבאות:

א. 1001

ב. 10111

ג. 100010011110

(3) מהו מספר הביטים המינימאלי הדרוש על מנת לקודד 300 סימנים שונים בקוד Hamming?

(4) מהו מספר הביטים המינימאלי הדרוש על מנת לקודד 3000 סימנים שונים בקוד Hamming?

(5) רוצים לשדר את המילה 0001 באמצעות קוד Hamming(7,4).

א. כתוב את מילת הקוד המשודרת.

ב. המקלט קיבל את המילה השגויה הבאה: 1000001.

i. כמה שגיאות קיימות במילה ובאלו סיביות?

ii. האם המקלט יכול לגלות את השגיאות ולתקן אותן?

ג. בהנחה כי מדיניות המקלט היא לגלות ולתקן שגיאות, איזו מילה הוא יקבל? הסבר את התופעה מבחינה גאומטרית.

(6) נתון קוד המכיל את המילים הבאות:

111111111111, 111100001111, 000011111111, 111111110000, 000011110000, 111111110000, 101010101010, 010101010101, 000000001111, 111100000000, 000000000000.

מי מהטענות הבאות נכונה בהכרח:

א. בקוד זה ניתן לגלות 3 שגיאות ללא תיקון.

ב. מרחק הקוד הוא 8.

ג. בקוד זה ניתן לגלות עד 2 שגיאות ומתוכן לתקן שגיאה אחת.

ד. בקוד זה ניתן לגלות שגיאה אחת ולתקן שגיאה אחת.

ה. כל מילה שתצורף לקוד תגרום להקטנת מרחק הקוד.

ו. כל מילה שתצורף לקוד תגרום להגדלת מרחק הקוד.

- 7) נתון הקוד הבא: 101101, 111000, 000111, 010010, 101010, 010101.
- מהו מרחק הקוד?
 - מוסיפים את מילת הקוד הבאה בכל מקרה. קבע האם מרחק הקוד ישתנה. במידה וכן, האם הוא יגדל או יקטן? כמה שגיאות ניתן יהיה לגלות בעזרתו וכמה מהן ניתן יהיה לתקן?
 - 101111
 - 111111
 - האם קיימת מילה אשר תגדיל את מרחק הקוד הנתון? נמק.
 - האם תוספת של כל מילה בת 6 סיביות בהכרח תקטין את מרחק הקוד? נמק.
- 8) נתון קוד בן 9 סיביות במיוצג בצורה הבאה: $P_0x_0x_1x_2x_3x_4x_5x_6P_1$ כאשר $0 \leq i \leq 6$; x_i הינן סיביות המידע ו- P_0, P_1 הן סיביות זוגיות המוגדרות באופן הבא:
- משלימה את הזוגיות של ביטי המידע שמיקומם הוא זוגי.
 - משלימה את הזוגיות של ביטי המידע שמיקומם הוא אי-זוגי.
- מה הוא יחס השידור של קוד זה (Code Rate)?
 - כמה שגיאות ניתן בהכרח לגלות בקוד זה וכמה ניתן לתקן?
- 9) במערכת מסוימת יש לשדר את קבוצת הסמלים הבאה: $\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ כאשר לכל סמל מתאימים קוד באופן הבא:
- $$\{CW_1 = 101010, CW_2 = 010101, CW_3 = 000000, CW_4 = 111111\}$$
- מה הוא מרחק הקוד הנתון (m)?
 - מה הוא מספר השגיאות שניתן לתקן ו/או לגלות בעזרת קוד זה? יש לפרט את כל האפשרויות במידה וישנה יותר מאחת.
 - המקלט של המערכת מתוכנת לתקן שגיאה אחת (מבין כל האפשרויות שמצאת בסעיף הקודם). צייר תרשים גיאומטרי הממחיש את רצפי מילות הקוד החוקיות והלא-חוקיות שבין הקודים CW_2 ו- CW_3 .
 - הסבר על בסיס התרשים שעשית את האפשרויות שפירטת בסעיף הקודם.
- כיצד המקלט יתרגם את מילות הקוד הבאות:
 - 010000
 - 111000
 - בהנחה שמשנים את אופי המקלט כך שכעת הוא מגלה שגיאות בלבד (ולא מתקן אותם). כיצד תשתנה תשובתך לסעיף ד' נמק.

10 נתונים מספרים המיוצגים בקוד דו ממדי.
בקוד זה, כל ביט מימין הוא ביט הזוגיות של השורה המתאימה, וכל ביט למטה הוא ביט הזוגיות של הטור המתאים. עבור כל מספר, בדקו האם יש בו שגיאה/שגיאות. אם ניתן לתקן את מילת הקוד - תקנו.
אחרת, הסבירו מדוע לא ניתן לתקן.

א.

1	0	0	0	1
0	1	1	0	0
0	0	0	1	1
1	1	0	0	0
0	0	1	1	0

ב.

0	0	0	1	0
1	1	0	0	0
1	0	0	0	1
1	1	1	0	1
1	0	1	0	0

ג.

1	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	1	0	1
0	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1
1	1	0	0	0	0	0

ד.

0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1

תשובות סופיות:

- (1) א. תקין ב. לא תקין (שגיאה בסיבית 5) ג. לא תקין (שגיאה בסיבית 4).
 (2) א. 0011001 ב. 111001111 ג. 01100001100111100.
 (3) 13 סיביות (9 סיביות מידע ו-4 סיביות זוגיות).
 (4) 17 סיביות (12 סיביות מידע ו-5 סיביות זוגיות).
 (5) א. 1101001 ב. i. 2 שגיאות, בסיביות 2 ו-4.
 ב. ii. המקלט לא יכול לגלות את השגיאות או לתקן אותן.
 ג. 1101001.
 (6) טענות א' ו-ד' נכונות.
 (7) א. 3 ב. i. מרחק הקוד כעת יהיה 1. לא ניתן לגלות ולא ניתן לתקן.
 ב. ii. מרחק הקוד יהיה 2. ניתן לגלות שגיאה אך לא לתקן.
 ג. לא. ד. כן (ראה הוכחה מפורטת בסרטון הוידאו).
 (8) א. 0.75 ב. לגלות שגיאה אחת אך לא לתקן.
 (9) א. 3 ב. לגלות שגיאה ולתקן שגיאה או לגלות 2 שגיאות.
 ג. ראה איור והסבר בסרטון הוידאו.
 ד. $000000 \rightarrow 010000$, $101111 \rightarrow 111111$
 ה. עבור 010000 המקלט מגלה 2 שגיאות.
 עבור 111000 המקלט מגלה שתי שגיאות (לא השתנה).
 (10) א. הקוד תקין. ב. השגיאה בתא (1,4).
 ג. לא ניתן לדעת היכן השגיאה. ד. לא ניתן לדעת היכן השגיאה.

ייצוג מספרים בשיטת הנקודה הצפה:

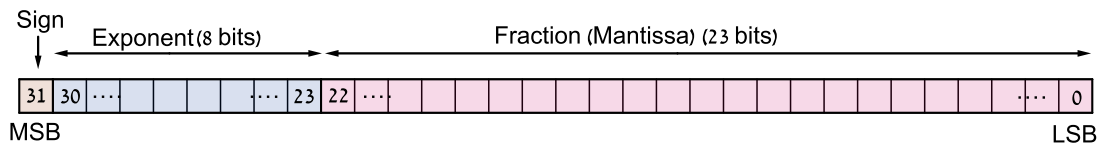
סיכום כללי:

תיאור ואופן השיטה:

ייצוג מספרים בצורה מדעית, ע"י שימוש בנקודה העשרונית, Fixed point representation או Floating point representation. נקרא בשם:

ייצוג הנקודה הצפה כולל 3 שדות באופן הבא:

- שדה הסימן (Sign) - קובע את סימן המספר כאשר: 0 - חיובי, 1 - שלילי.
- שדה המעריך (Exponent) - נותן את חזקת המספר בתוספת 127. כדי למצוא את המעריך יש לחסר 127 מהמספר הנ"ל: $2^{\text{Exponent}-127}$.
- שדה המנטיסה (Mantissa) או השבר (Fraction) - נותן את החלק השברי של המספר.



הצגת מידע לפי תקן IEEE754: $N = (-1)^{\text{Sign}} \cdot (1 + \text{Fraction}) \cdot 2^{\text{Exponent}-127}$

הערה:

במידה ושדה ה-Exp הוא 0 וכל עוד שדה ה-Fraction אינו אפס,

הייצוג יתאים למספר: $N = (-1)^{\text{Sign}} \cdot (\text{Fraction}) \cdot 2^{-126}$

ערכים מיוחדים ולא-מספריים המוקצים בשיטה:

כללים	הייצוג	הערך
שדה Sign - 0 שדה Exp - 0 שדה Fraction - 0	$0 \underbrace{00000000}_{8\text{bits}} \underbrace{00000000\dots\dots0}_{23\text{bits}}$	אפס חיובי
שדה Sign - 1 שדה Exp - 0 שדה Fraction - 0	$1 \underbrace{00000000}_{8\text{bits}} \underbrace{00000000\dots\dots0}_{23\text{bits}}$	אפס שלילי
שדה Sign - 0 שדה Exp - 0 שדה Fraction - כל ערך למעט 0	$0 \underbrace{00000000}_{8\text{bits}} \underbrace{\text{xxxxxxx}\dots\dots\text{X}}_{23\text{bits}}$	מספר א-נורמלי חיובי
שדה Sign - 1 שדה Exp - 0 שדה Fraction - כל ערך למעט 0	$1 \underbrace{00000000}_{8\text{bits}} \underbrace{\text{xxxxxxx}\dots\dots\text{X}}_{23\text{bits}}$	מספר א-נורמלי שלילי
שדה Sign - חסר חשיבות שדה Exp - 255 שדה Fraction - כל ערך למעט 0	$\text{x} \underbrace{11111111}_{8\text{bits}} \underbrace{\text{xxxxxxx}\dots\dots\text{X}}_{23\text{bits}}$	ערך לא מספרי (NaN)
שדה Sign - 0 שדה Exp - 255 שדה Fraction - 0	$0 \underbrace{11111111}_{8\text{bits}} \underbrace{00000000\dots\dots0}_{23\text{bits}}$	אינסוף חיובי
שדה Sign - 1 שדה Exp - 255 שדה Fraction - 0	$1 \underbrace{11111111}_{8\text{bits}} \underbrace{00000000\dots\dots0}_{23\text{bits}}$	אינסוף שלילי

הערכת סדרי גודל:

טווח הצגה (Range) - התחום המירבי שבו ניתן להציג מספרים.
 דיוק (Precision) - מוגדר בתור המרחק בין שני מספרים בחלק השברי של ההצגה.
 רזולוציה (Resolution) - מוגדרת בתור המרחק הקטן ביותר בין שני מספרים עוקבים הניתנים להצגה בשיטה.

בשיטת הנקודה הצפה:

רזולוציה	דיוק	טווח
$\text{Res} = 1.4 \cdot 10^{-45}$	$\text{Precision} = 2^{-23}$	$\text{Range} = \pm 3.4 \cdot 10^{38}$

שאלות:

(1) כתוב את המספרים העשרוניים הבאים בשיטת הנקודה הצפה:

- | | |
|---------------------------|--------------------------|
| א. 67 | ב. 3225 |
| ג. -145 | ד. -4421 |
| ה. 0.375 | ו. -0.15625 |
| ז. 0.078125 | ח. -0.00390625 |
| ט. $-732.5 \cdot 10^{-1}$ | י. $0.420625 \cdot 10^4$ |

(2) רשום את המספרים הבאים בייצוג Floating Point לפי הפורמט

הבא: $(s, e_1, e_0, m_2, m_1, m_0)$ כאשר s היא סיבית הסימן, e_1, e_0 מייצגים

את החזקה ו- m_2, m_1, m_0 מייצגים את ה-mantissa.

ערך המספר הוא: $(-1)^s \cdot 2^{2e_1+e_0} \cdot (m_2 \cdot 2^2 + m_1 \cdot 2^1 + m_0 \cdot 2^0)$

(ציין האם ניתן לייצגם במדויק).

- א. 5
- ב. -17
- ג. 42
- ד. -45

(3) מצא את המספרים הבאים המיוצגים בשיטת ה-Floating point

לפי סטנדרט IEEE754:

- א. 0-10001011-011000000000000000000000
- ב. 1-01101001-101000000000000000000000
- ג. 1-11111101-000100000000000000000000

4) למדנו כי מספר המיוצג בשיטת ה-Floating point מורכב מ-3 חלקים:

- i. Mantissa – מספר בעל N_m ספרות.
- ii. Exponent - מספר בעל N_e ספרות.
- iii. Sign – ספרה אחת.

להלן צורת ההצגה הכללית:

Sign – ספרה אחת	Exponent - N_e ספרות	Mantissa - N_m ספרות
-----------------	------------------------	------------------------

המספר המיוצג הוא: $(-1)^{sign} \cdot M \cdot 2^E$ כאשר M הוא המספר המיוצג ע"י $1 + N_m$, ו- E הוא המספר המיוצג ע"י N_e . נזכור כי שני המספרים, ה-Mantissa וה-Exponent מיוצגים ע"י שיטת המשלים ל-2.

1. נגדיר תחום דינאמי של שיטת הייצוג בתור תחום המספרים הניתנים לייצוג.
2. נגדיר את הרזולוציה של שיטת הייצוג בתור המרחק המירבי בין זוג מספרים סמוכים המוצגים באותה השיטה.

במחשב סיני עתיק מוצגים מספרים בשיטת ה-Floating point לפי המבנה הבא:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sign	Exponent					Mantissa					

כאשר ה-Exponent מכיל סיבית סימן (ועבור מספרים שליליים נעזר במשלים ל-2).

- א. מהם טווח הייצוג (התחום הדינאמי) והרזולוציה של מחשב זה?
- ב. נדרש לשנות את התחום הדינאמי והרזולוציה ע"י שינוי בחלוקת הספרות בין שדה ה-Mantissa וה-Exponent. מצא את התחום הדינאמי המירבי והמינימלי האפשריים ואת הרזולוציה המרבית והמינימלית האפשרית.

תשובות סופיות:

- (1) א. 01000010100001100000000000000000
 ב. 01000101010010011001000000000000
 ג. 11000011000100010000000000000000
 ד. 11000101100010100010100000000000
 ה. 00111110110000000000000000000000
 ו. 10111110001000000000000000000000
 ז. 00111101101000000000000000000000
 ח. 10111011100000000000000000000000
 ט. 11000010100100101000000000000000
 י. 01000101100000110111001000000000

- (2) א. 000101 ב. לא ניתן להציג -17 ולכן נציג -16 : 111010
 ג. לא ניתן להציג 42 ולכן נציג 40 : 011101
 ד. לא ניתן להציג -45 ולכן נציג -48 : 111110

- (3) א. 5632 ב. $-387.430191 \cdot 10^{-7}$ ג. $-9.03875 \cdot 10^{37}$

- (4) א. טווח הייצוג: $-32 \cdot 2^{15} < A < 31 \cdot 2^{15}$

רזולוציה מינימלית: 2^{-16} רזולוציה מקסימלית: 2^{15} .

ב. להלן פירוט:

רזולוציה	תחום דינאמי	צורת חלוקה
$\max : 2^{511}$ $\min : 2^{-512}$	$-2^{511} < A < 2^{511}$	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11
$\max : 2$ $\min : 1$	$-512 < A < 511$	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11