

## תוכן העניינים:

2	מבוא להנדסת חשמל
2	מעגלים מצומדים מגנטית ושנאים
2	מעגלים מצומדים מגנטית :
2	סיכום כללי :
5	שאלות :
9	תשובות סופיות :
10	השנאי האידיאלי :
10	סיכום כללי :
13	שאלות :
15	תשובות סופיות :

# מבוא להנדסת חשמל

## מעגלים מצומדים מגנטית ושנאים

### מעגלים מצומדים מגנטית:

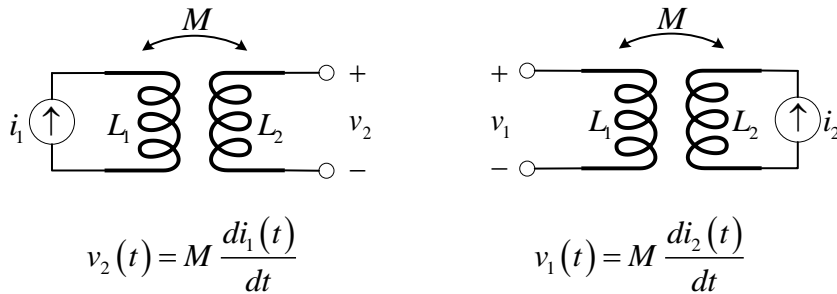
סיכום כללי:

השראות עצמית:

מפל המתח על סליל בעל השראות עצמית  $L$  כתוצאה מזרם  $i(t)$  יחושב:  $v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$ .

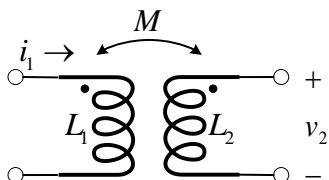
השראות הדדית:

שני סלילים הסמוכים זה לזה, משרים שדה מגנטי אחד על השני כתוצאה מזרם העובר דרכם. את ההשראות ההדדית מסמנים באות  $M$  ובאמצעות חץ כפול:



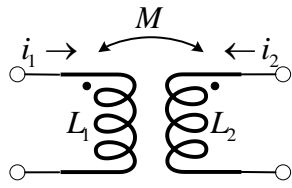
לסלילים בעלי השראות הדדית קוראים **סלילים מצומדים** (coupled inductors).

סימון סכמתי והסכם הנקודות (Dot convention):

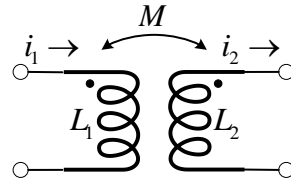


זרם שנכנס להדק המנוקד של סליל אחד יוצר מתח מושרה בסליל השני שכיוונו החיובי בהדק המנוקד.

**השראות עצמתי והשראות הדדית:**



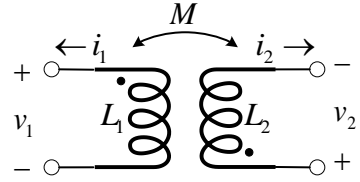
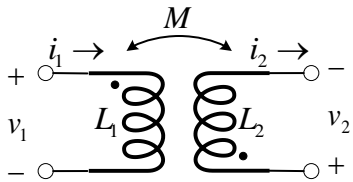
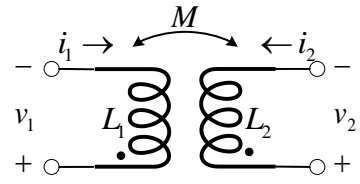
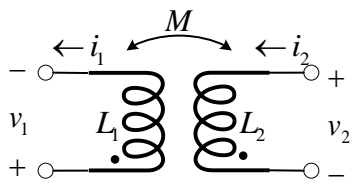
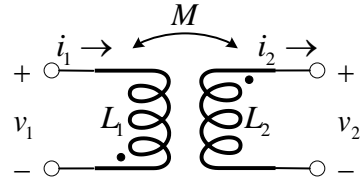
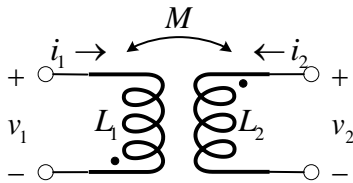
$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M \frac{di_2}{dt}$$



$$v_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt}$$

**❖ דוגמא לכתיבה נכונה של מפלי מתחים כתוצאה מהשראות עצמתי והדדית:**

כתוב את הביטויים של המתחים בכל אחד מהמקרים הבאים:



**כללי הכתיבה של מפלי מתחים:**

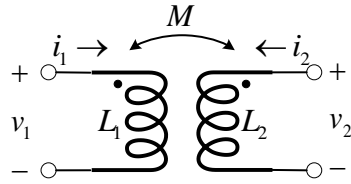
**1. השראות עצמית:**

- אם זרם נכנס לסליל מההדק החיובי של מפל מתח כלפי ההדק השלילי אז ההשראות העצמית תהיה חיובית.
- אם זרם נכנס לסליל מההדק השלילי של מפל מתח כלפי ההדק החיובי אז ההשראות העצמית תהיה שלילית.

**2. השראות הדדית:**

- אם שני הזרמים נכנסים לנקודות או יוצאים מהנקודות, אז נחבר את ההשראות ההדדית.
- אם זרם אחד נכנס והשני יוצא מהנקודה, נחסר את ההשראות ההדדית.

**מתחים עם מקורות זרם חילופין:**



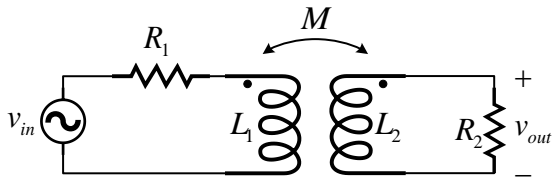
נעזר בכתיב פאזורים:

$$\begin{cases} \hat{V}_1 = j\omega L_1 \hat{I}_1 + j\omega M \hat{I}_2 \\ \hat{V}_2 = j\omega L_2 \hat{I}_2 + j\omega M \hat{I}_1 \end{cases}$$

**❖ דוגמא לכתיבה נכונה של מפלי מתחים כתוצאה מהשראות עצמתי והדדית:**

נתון המעגל הבא ובו:  $v_{in}(t) = 2 \cos(10t)$  V

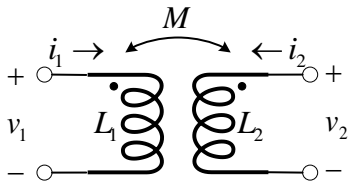
כמו כן:  $R_1 = 5\Omega$ ,  $R_2 = 500\Omega$ ,  $L_1 = 2H$ ,  $L_2 = 200H$ ,  $M = 18H$



א. מצא את יחס הפאזורים:  $\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}}$

ב. כתוב ביטוי עבור:  $H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)}$

**אנרגיה האגורה בסלילים מצומדים:**



האנרגיה של זוג סלילים מצומדים  $L_1$  ו- $L_2$  עם השראות הדדית  $M$  שזורמים דרכם זרמים  $i_1$  ו- $i_2$  בהתאמה, תחושב ע"י:

$$w(t) = \frac{1}{2} L_1 i_1^2(t) + \frac{1}{2} L_2 i_2^2(t) \pm M i_1(t) i_2(t)$$

**הערות:**

1. הנוסחה מתייחסת לאנרגיה רגעית בזמן  $t$  תוך הנחה כי לא קיימת אנרגיה התחלתית האגורה במערכת.

2. עבור זרמי חילופין קבועים נקבל:  $W = \frac{1}{2} L_1 \hat{I}_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \hat{I}_2^2 \pm M \hat{I}_1 \hat{I}_2$

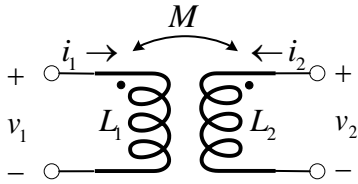
3. סימן תוספת האנרגיה כתוצאה מהשראות הדדית נקבע לפי כיווני הזרמים באותו האופן שתואר עבור המתחים.

חסם עליון עבור ההשראות ההדדית ומקדם הצימוד:

פיזיקלית, ברשת פאסיבית של סלילים מצומדים מתקיים:  $M \leq \sqrt{L_1 L_2}$ .

מגדירים את מקדם הצימוד באופן הבא:  $0 \leq k \leq 1$ ,  $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}$ .

❖ דוגמא 1 לניתוח מעגל עם נוסחת האנרגיה:

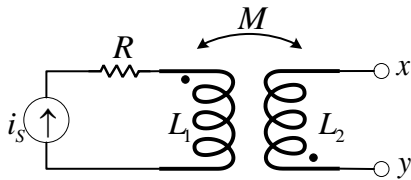


באיור שלפניך נתון:  $i_1 = 5i_2 = 10 \cos(400t - 30^\circ)$  mA

כמו כן:  $L_1 = 5$  H,  $L_2 = 20$  H,  $k = 0.7$

מצא את  $v_1(0)$  ואת האנרגיה האגורה במערכת עבור  $t = 0$ .

❖ דוגמא 2 לניתוח מעגל עם נוסחת האנרגיה:



באיור שלפניך נתון:  $i_s = 10 \cos(40t)$  mA

כמו כן:  $R = 5 \Omega$ ,  $L_1 = 5$  H,  $L_2 = 20$  H,  $k = 0.7$

מצא את האנרגיה האגורה במערכת עבור  $t = 0$

כאשר:

א.  $x$  ו- $y$  מנותקים (open circuit).

ב.  $x$  ו- $y$  מקוצרים (short circuit).

שאלות:

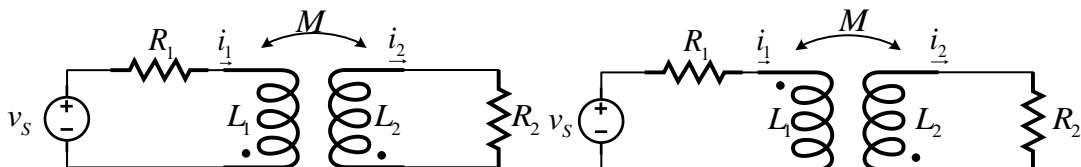
1) כתוב משוואות החוגים עבור כל אחד מהמעגלים הבאים.

נתון:  $v_s(t) = 8e^{-200t}$  [V],  $R_1 = 5 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$

$L_1 = 6$  mH,  $L_2 = 30$  mH,  $M = 8$  mH

א.

ב.



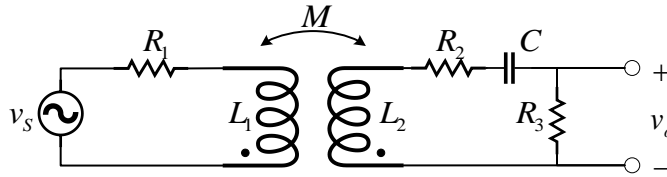
(2) המעגל שלפניך מוזן ממקור מתח סינוסי:  $v_s(t) = 2 \cos(10t)$  [V]

נתון:  $R_1 = R_3 = 2\Omega$ ,  $R_2 = 4\Omega$ ,

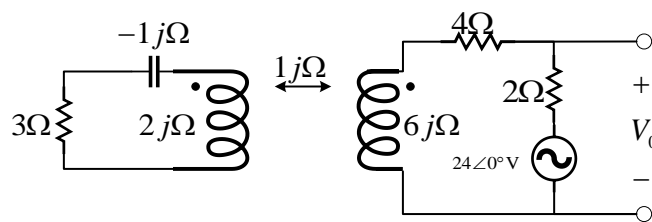
וכן:  $C = 50\text{mF}$ ,  $L_1 = 400\text{mH}$ ,  $L_2 = 300\text{mH}$ ,  $M = 200\text{mH}$ .

מגדירים את מתח המוצא  $v_o(t)$  כמתואר.

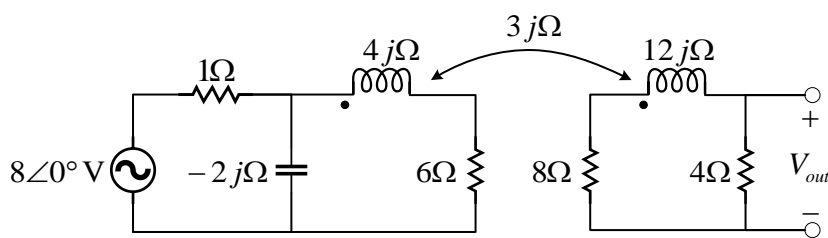
מצא את הגבר המתח בצורה פאזורית:  $\frac{\hat{V}_o}{\hat{V}_s}$ .



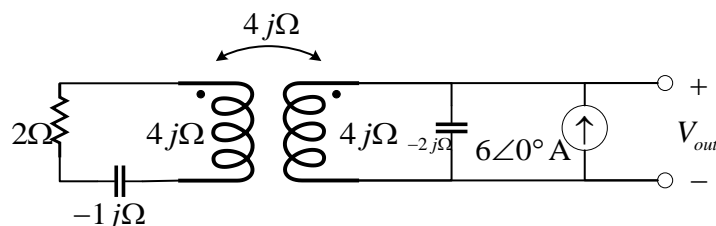
(3) במעגל שלפניך נתונים הגדלים הפאזוריים הבאים, מצא את  $\hat{V}_o$ .



(4) במעגל שלפניך נתונים הגדלים הפאזוריים הבאים, מצא את  $\hat{V}_{out}$ .

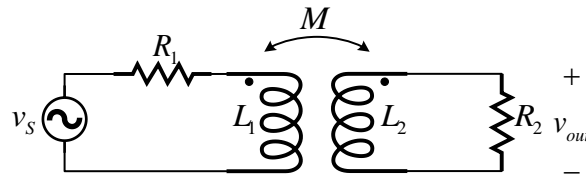


(5) במעגל שלפניך נתונים הגדלים הפאזוריים הבאים, מצא את  $\hat{V}_{out}$ .



6 במעגל שלפניך נתון :

$$v_s(t) = 10 \cos(\omega t) \text{ [V]}, R_1 = 4\Omega, R_2 = 800\Omega, L_1 = 4\text{H}, L_2 = 400\text{H}, M = 20\text{H}$$



א. מצא ביטוי ל-  $v_{out}(t)$  עבור  $\omega = 10 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$ .

ב. מצא את היחס הפאזורי  $\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_{in}}$  והסבר את משמעותו.

ג. חזור על סעיפים א-ב עבור  $\omega = 200 \frac{\text{rad}}{\text{sec}}$  וציין מה השתנה.

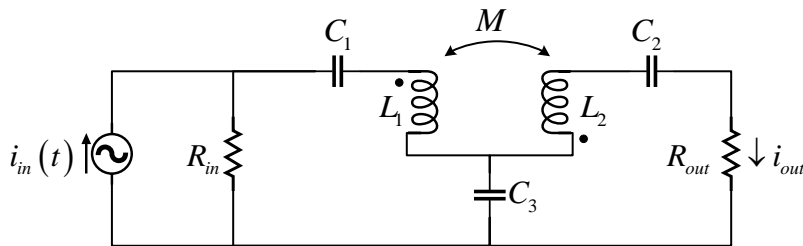
ד. כתוב את פונקציית התמסורת הכללית של המעגל  $H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_s(j\omega)}$ .

ה. מצא את התדר  $\omega_{max}$  עבור  $|H(j\omega_{max})|$  מקבלת ערך מירבי וחשב את ערך זה.

7 נתון המעגל הבא ובו ערכי הגדלים :

$$i_{in}(t) = 4 \sin(100t) \text{ [A]}, R_{in} = R_{out} = 1\Omega$$

$$L_1 = L_2 = 20\text{mH}, M = 10\text{mH}, C_1 = C_2 = 10\text{mF}, C_3 = 5\text{mF}$$



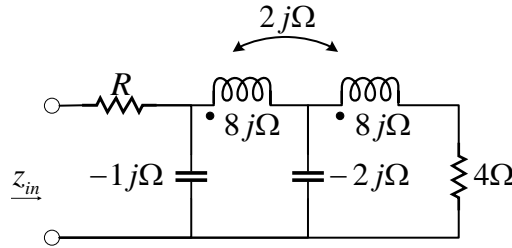
א. יש למצוא את  $i_{out}(t)$  ואת יחס הפאזורים  $\frac{\hat{I}_{out}}{\hat{I}_{in}}$ .

ב. כעת מניחים כי מקור הזרם הוא:  $i_{in}(t) = i_0 \sin(\omega t)$  וכי כל הרכיבים נתונים כגדלים פרמטריים ולא מספריים.

יש למצוא ביטוי לתדירות זוויתית  $\omega_0$  ולקבוע  $k$  עבורם אות המוצא

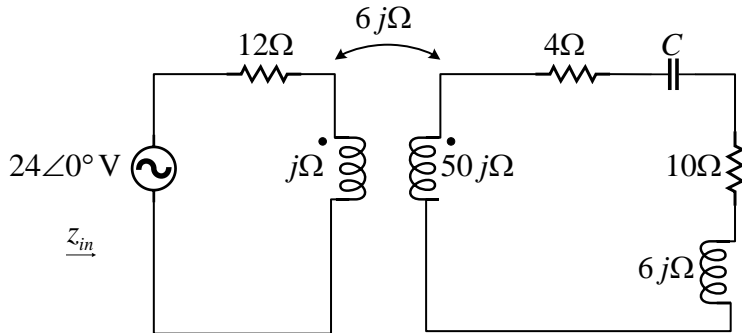
יהיה רק מהצורה:  $i_{out}(t) = \pm |k \cdot i_0| \cos(\omega_0 t)$ .

8 נתון המעגל הבא ובו ערכי הרכיבים המצוינים :



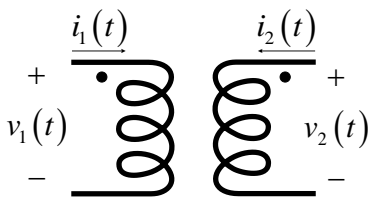
- א. יש למצוא את עכבת הכניסה  $\hat{Z}_{in}$  עבור  $R=1\Omega$ .
- ב. חזור על הסעיף הקודם ומצא את ערכו של  $R$  עבורו גודל עכבת הכניסה יהיה  $2\Omega$ . הינך יכול להתעלם מהזווית שלה.
- ג. האם קיים ערך של  $R$  עבורו:  $|z_{in}|=1\Omega$ ? נמק.

9 במעגל שלפניך נתונים כל ערכי הרכיבים. יש למצוא את ערכו של הקבל  $C$  עבורו עכבת הכניסה  $z_{in}$ , הנראית מבעד למקור המתח  $24\angle 0^\circ V$  תהיה התנגדותית טהורה בתדר של  $60\text{Hz}$ .



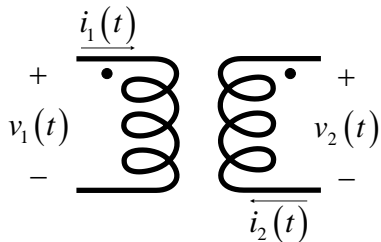
10 במעגל שלפניך נתונים שני הזרמים :

- $i_1(t) = 12 \cos(377t - 45^\circ) \text{ mA}$  ,  $i_2(t) = 5 \cos(377t - 60^\circ) \text{ mA}$
- ערכי הסלילים הם:  $L_1 = 2\text{H}$ ,  $L_2 = 32\text{H}$  וגם:  $k = 0.9$ .
- א. מצא את ההשראות ההדדית,  $M$ .
- ב. מצא את המתחים  $v_1(t)$  ו- $v_2(t)$  לפי הסימון שבאיור.



ג. מצא את האנרגיה האגורה בסלילים המצומדים לאחר  $1\text{msec}$  בהנחה שבתחילה לא הייתה להם אנרגיה התחלתית כלשהי.

- ד. חזור על סעיפים א-ג אם כעת הזרם  $i_2(t)$  הוא בכיוון הבא:





**תשובות סופיות:**

$$5i_1 + 6m \frac{di_1}{dt} + 8m \frac{di_2}{dt} = 8e^{-200t} \quad ; \quad 10i_2 + 30m \frac{di_2}{dt} + 8m \frac{di_1}{dt} = 0 \quad \text{א. (1)}$$

$$.5i_1 + 6m \frac{di_1}{dt} - 8m \frac{di_2}{dt} = 8e^{-200t} \quad ; \quad 10i_2 + 30m \frac{di_2}{dt} - 8m \frac{di_1}{dt} = 0 \quad \text{ב. (2)}$$

$$.0.139 \angle 24.7^\circ \quad \text{ג. (3)}$$

$$.20.29 \angle 10.8^\circ \text{ [V]} \quad \text{ד. (4)}$$

$$.0.907 \angle -162^\circ \text{ [V]} \quad \text{ה. (5)}$$

$$v_{out}(t) = 12.67 \cos(10t - 67.66^\circ) \text{ [V]} \quad \text{ו. (6)}$$

$$.1.267 \angle -67.66^\circ \quad \text{ז. (7)}$$

$$.66.6 \cdot 10^{-3} \angle -89^\circ \quad , \quad v_{out}(t) = 0.666 \cos(10t - 89^\circ) \text{ [V]} \quad \text{ח. (8)}$$

$$H(j\omega) = \frac{j\omega MR_2}{[R_1 R_2 - \omega^2 (L_1 L_2 - M^2)] + j[\omega (R_1 L_2 + R_2 L_1)]} \quad \text{ט. (9)}$$

$$. \omega_{max} = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{L_1 L_2 - M^2}} \quad , \quad |H(j\omega_{max})| = 3 \frac{1}{3} \quad \text{י. (10)}$$

$$.0.325 \angle -77.47^\circ \quad , \quad i_{out}(t) = 1.3 \sin(100t - 77.47^\circ) \text{ [A]} \quad \text{יא. (11)}$$

$$. k \text{ מופיע בסרטון.} \quad \left( c_{xy} = \frac{c_x c_y}{c_x + c_y} \right) \quad , \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{c_{13} c_{23}} \left| \frac{R_{out} c_{23} - R_{in} c_{13}}{R_{in} L_2 - R_{out} L_1} \right|} \quad \text{יב. (12)}$$

$$. \text{ג. לא.} \quad R = 1.43 \Omega \quad \text{יג.} \quad \hat{Z}_{in} = 1.688 \angle -49^\circ \text{ [\Omega]} \quad \text{יד. (13)}$$

$$.99.48 \mu\text{F} \quad , \quad 53.8 \mu\text{F} \quad \text{יז. (14)}$$

$$M = 7.2 \text{H} \quad \text{יח. (15)}$$

$$v_1(t) = 35.96 \cos(377t + 33.73^\circ) \text{ [V]} \quad , \quad v_2(t) = 92.17 \cos(377t + 35.24^\circ) \text{ [V]} \quad \text{יט. (16)}$$

$$w(t = 1 \text{m sec}) = 690.16 \mu\text{J} \quad \text{כ. (17)}$$

$$v_1(t) = 5.369 \cos(377t - 175.8^\circ) \text{ [V]} \quad , \quad v_2(t) = 28.92 \cos(377t - 167.7^\circ) \text{ [V]} \quad \text{כא. (18)}$$

$$. w(t = 1 \text{m sec}) = 43.3 \mu\text{J} \quad \text{כב. (19)}$$

## השנאי האידיאלי:

### סיכום כללי:

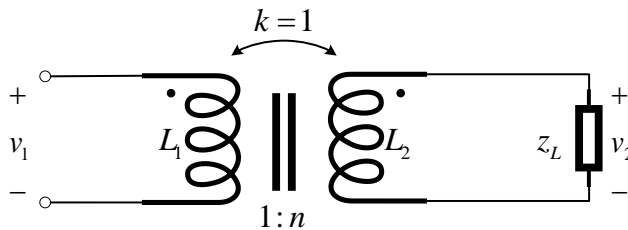
#### השנאי האידיאלי:

התקן המורכב מסלילים מצומדים שבהם:

1. מקדם הצימוד הוא  $k=1$ .
2. השראות הסלילים היא גדולה מאוד ביחס לעומס  $(L_1, L_2 \rightarrow \infty)$ .
3. אין איבודי אנרגיה בתוך ההתקן עצמו (כלומר:  $P_{in} = P_{out}$  בכניסות ויציאות השנאי).

#### הגדרות:

- נקרא לצד שאליו מחובר מקור האנרגיה (בד"כ צד שמאל) **החלק הראשוני/ראשי של השנאי (Primary)**. הוא יסומן ב- $L_1$  עם זרם ומתח  $i_1$  ו- $v_1$  בהתאמה.
- נקרא לצד שאליו מחובר העומס (בד"כ צד ימין) **החלק המשני של השנאי (Secondary)**. הוא יסומן ב- $L_2$  עם זרם ומתח  $i_2$  ו- $v_2$  בהתאמה.
- מגדירים יחסי ליפופים:  $n = \frac{N_2}{N_1}$ .
- קשר בין השראות לליפופים:  $\frac{L_2}{L_1} = \frac{N_2^2}{N_1^2} \triangleq n^2$ .



#### עכבות זרמים ומתחים בשנאי:

- עכבת הכניסה הנראית מעבד לחלק הראשי:  $Z_{in} = \frac{Z_L}{n^2}$ .
- קשר בין זרמים בשנאי:  $\frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{n}$ .
- קשר בין מתחים בשנאי:  $\frac{V_2}{V_1} = n$ .

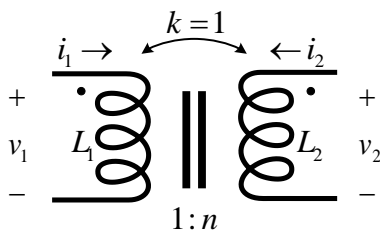
**הערות:**

1. עבור הזרמים, דרך נוספת לכתיבה היא:  $N_1 I_1 = N_2 I_2$ .  
היחס הנ"ל ישנה סימן אם אחד מכיווני הזרמים ישתנה, או שאחת מהנקודות תשתנה. במידה ושני הזרמים משתנים או ששתי הנקודות מתחלפות, היחס יישאר חיובי.
2. עבור מתחים, דרך נוספת לכתיבה היא:  $N_1 V_2 = N_2 V_1$ .  
היחס הנ"ל ישנה סימן אם אחד מכיווני המתחים ישתנה, או שאחת מהנקודות תשתנה. במידה ושני המתחים משתנים או ששתי הנקודות מתחלפות, היחס יישאר חיובי.

**הספק של שנאי אידיאלי:**

מתקיים:  $P_{in} = P_{out} = V_2 I_2 = V_1 I_1$ .  
ההספק הזה מוגדר בתור ההספק המירבי שהשנאי מסוגל להפיק.  
בהנחה כי מדובר בעומס עם פאזה  $Z_L = |Z_L| \angle \theta$  אז המתח יקדים/יפגר ביחס לזרם באותה המידה שכן העומס המשוקף  $Z_{in} = \frac{|Z_L|}{n^2} \angle \theta$  הוא גם בעל אותה הפאזה.

**יחסי זרמים ומתחים בשנאי אידיאלי מישור הזמן:**

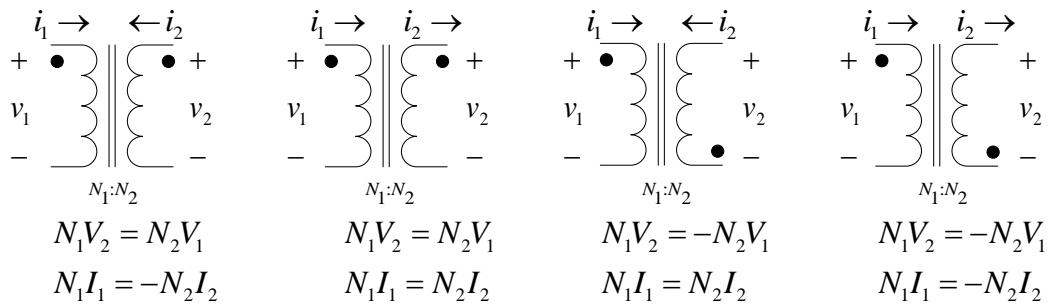


עבור האיור הסמוך מתקיים:

- $v_1 = \frac{1}{n} v_2$
- $i_1 = -n \cdot i_2$

כאשר כל האותות הם כלליים (ולאו דווקא סינוסיים).  
הביטויים הנ"ל לא מתייחסים לזרמים ומתחים קבועים (DC) אלא רק לערכים התלויים בזמן.

**סיכום משוואות יחסים בין זרמים ומתחים בשנאי אידיאלי:**



**כללים:**

**1. עבור מתחים:**

נכתוב:  $N_1V_2 = N_2V_1$  כאשר שני המתחים חיוביים או שניהם שליליים בסימון הנקודות.  
 נכתוב:  $N_1V_2 = -N_2V_1$  כאשר מתח אחד חיובי בסימון הנקודה והשני שלילי.

**2. עבור זרמים:**

נכתוב:  $N_1I_1 = N_2I_2$  כאשר זרם אחד נכנס לנקודה והאחר יוצא ממנה.  
 נכתוב:  $N_1I_1 = -N_2I_2$  כאשר שני הזרמים נכנסים לנקודה או שניהם יוצאים ממנה.

**מעגלים שקולים ושיקוף רכיבים:**

שיקוף משני לראשי:

- העכבה שבצד המשני מחולקת פי  $n^2$ :  $Z_{ref} = \frac{Z_2}{n^2}$ .
- הזרם שבצד המשני יוכפל פי  $n$ :  $i_{ref} = n \cdot i_2$ .
- המתח של הצד המשני יחולק פי  $n$ :  $v_{ref} = \frac{v_2}{n}$ .

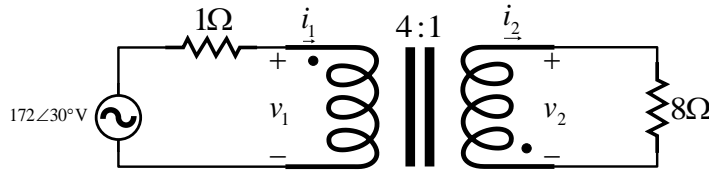
שיקוף ראשי למשני:

- העכבה שבצד הראשי תוכפל פי  $n^2$ :  $Z_{ref} = n^2 z_1$ .
- הזרם שבצד הראשי יחולק פי  $n$ :  $i_{ref} = \frac{i_1}{n}$ .
- המתח שבצד הראשי יוכפל פי  $n$ :  $v_{ref} = n v_1$ .

שאלות:

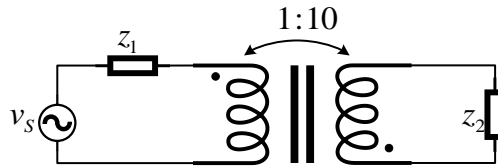
1) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי ומקור מתח חילופין  $\hat{V}_s = 172\angle 30^\circ \text{ V}$ .

- א. חשב את ערכי הזרמים והמתחים:  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{V}_1, \hat{V}_2$ .  
 ב. הראה את מאזן ההספקים של המעגל והוכח כי השנאי הינו אידיאלי.



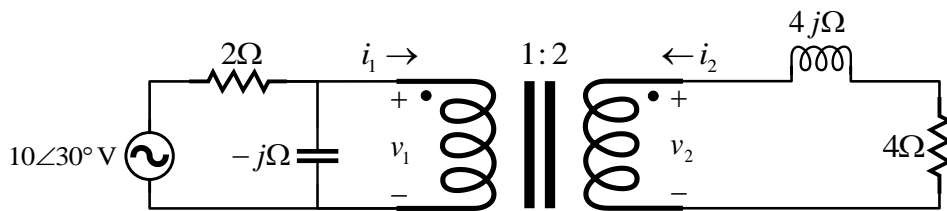
2) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי.

- ערכי הרכיבים הם:  $z_1 = 100 - 20j \Omega$ ,  $z_2 = 10k + 100j \Omega$ .  
 מתח הכניסה הוא בעל ערך אפקטיבי של 40V rms.  
 א. שקף את המעגל המשני לראשוני.  
 ב. מצא את ההספק המתפזר על פני העכבה  $z_2$ .



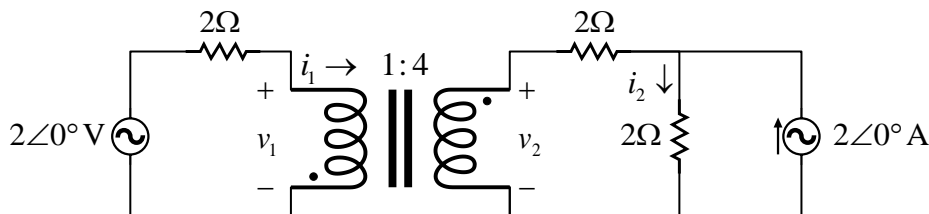
3) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי.

- ערכי הרכיבים רשומים ויש למצוא את  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{V}_1, \hat{V}_2$  המסומנים שתרשים.

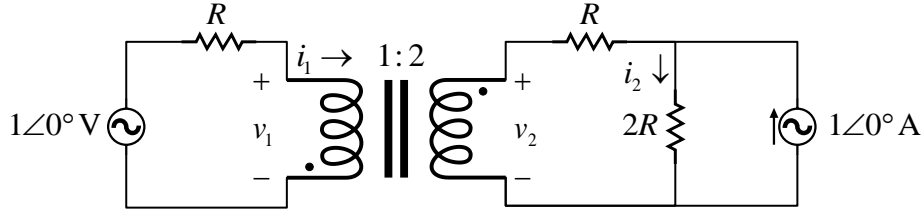


4) במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי.

- ערכי הרכיבים רשומים ויש למצוא את  $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{V}_1, \hat{V}_2$  המסומנים שתרשים.



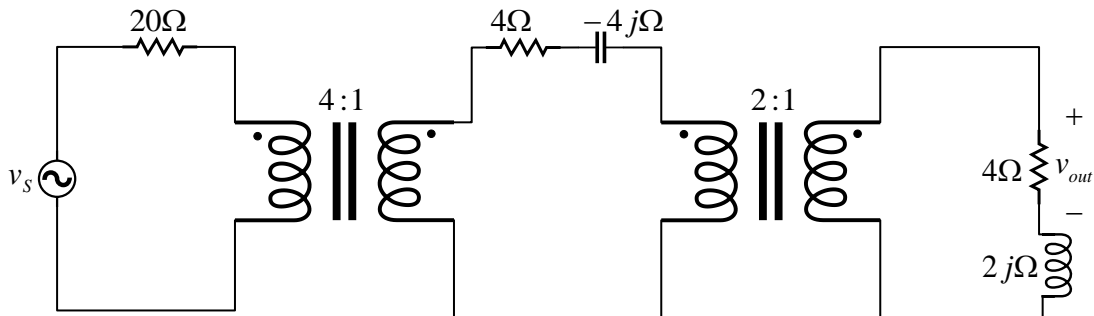
5 במעגל שלפניך נתון שנאי אידיאלי. מקור מתח חילופין ומקור זרם חילופין הפועלים באותו התדר ובאותה הפאזה נתונים בתרשים. עקב אילוצי המעגל, הוחלט על ערכי נגדים התלויים פרמטרית זה בזה כפי שמתואר ובגודל  $R$ .



- א. הבע באמצעות  $R$  את  $\hat{I}_1$ ,  $\hat{I}_2$ ,  $\hat{V}_1$ ,  $\hat{V}_2$  המסומנים בתרשים.  
 ב. מצא חסם על התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח.

6 במעגל שלפניך נתונים שני שנאים אידיאליים. שאר ערכי הרכיבים מצוינים בתרשים.  
 א. מהי עכבת הכניסה שרואה מקור המתח  $v_s$  ?

- ב. מצא את יחס הפאזורים:  $\frac{\hat{V}_{out}}{\hat{V}_s}$ .



**תשובות סופיות:**

(1) א.  $\hat{I}_1 = 1.33 \angle 30^\circ \text{ [A]}$  ,  $\hat{I}_2 = -5.33 \angle 30^\circ \text{ [A]}$

$\hat{V}_1 = 170.66 \angle 30^\circ \text{ [V]}$  ,  $\hat{V}_2 = -42.66 \angle 30^\circ \text{ [V]}$

ב. ההספק הוא :  $S_{in} = S_{out} = 227.56 \text{ [VA]}$

(2) א. ראה מעגל משוקף בסרטון הוידאו. ב.  $P_{in} = 199.1 \text{ W}$

(3)  $\hat{I}_1 = 3.16 \angle -41.6^\circ \text{ [A]}$  ,  $\hat{I}_2 = 1.58 \angle 138^\circ \text{ [A]}$  ,  $\hat{V}_1 = 4.47 \angle 3.4^\circ \text{ [V]}$  ,  $\hat{V}_2 = 8.93 \angle 3.4^\circ \text{ [V]}$

(4)  $\hat{I}_1 = 0.888 \angle 0^\circ \text{ [A]}$  ,  $\hat{I}_2 = 1.778 \angle 0^\circ \text{ [A]}$  ,  $\hat{V}_1 = 0.778 \angle 180^\circ \text{ [V]}$  ,  $\hat{V}_2 = 3.11 \angle 0^\circ \text{ [V]}$

(5) א.  $\hat{I}_1 = \frac{4(R+1)}{7R} \angle 0^\circ \text{ [A]}$  ,  $\hat{I}_2 = \frac{5R-2}{7R} \angle 0^\circ \text{ [A]}$

$\hat{V}_1 = \frac{4R-3}{7} \angle 0^\circ \text{ [V]}$  ,  $\hat{V}_2 = \frac{8R-6}{7} \angle 0^\circ \text{ [V]}$

ב.  $R_{in} < 1.75 \Omega$

(6) א.  $\hat{Z}_{in} = 346 \angle 10.6^\circ \text{ [\Omega]}$  ב.  $0.924 \angle -10.66^\circ$