

תוכן העניינים:

2	מערכות ספרתיות
2	לוגיקה צירופית
2	מבוא ללוגיקה צירופית:
2	סיכום כללי:
3	שאלות:
4	תשובות סופיות:
5	מחבר חלקי ומלא (Full Adder – Half Adder):
5	סיכום כללי:
7	שאלות:
10	תשובות סופיות:
11	מחסר חלקי ומלא (Full and Half Subtractor):
11	סיכום כללי:
12	שאלות:
13	תשובות סופיות:
14	משווה גודל (Magnitude Comparator):
14	סיכום כללי:
15	שאלות:
17	תשובות סופיות:
18	מפענח (Decoder):
18	סיכום כללי:
19	שאלות:
20	תשובות סופיות:
21	מקודד (Encoder):
21	סיכום כללי:
22	שאלות:
24	תשובות סופיות:
25	מרבב (Multiplexer):
25	סיכום כללי:
26	שאלות:
30	תשובות סופיות:
31	מפלג (Demultiplexer):
31	סיכום כללי:
31	שאלות:
32	תשובות סופיות:

מערכות ספרתיות

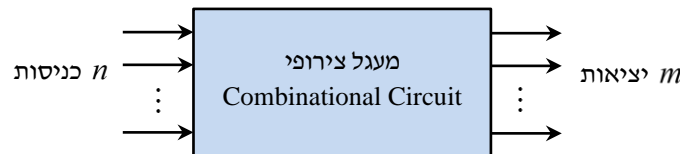
לוגיקה צירופית

מבוא ללוגיקה צירופית:

סיכום כללי:

מעגל צירופי (Combinational Circuit):

מעגל צירופי מורכב מלוגיקה צירופית הכוללת n משתני כניסה ו- $m \leq 2^n$ משתני מוצא. מעגל צירופי אינו מכיל משוב או רכיבי זיכרון (כלומר אף מוצא לא מחובר לאף כניסה ברמה הקודמת לה).



ניתוח ותכנון של מערכת לוגית:

- שאלות ניתוח (Analysis) עוסקות במעגל לוגי המתואר לרוב ע"י דיאגרמה לוגית.
- שאלות תכנון (Design) עוסקות בדרישות לתכנון של מערכת.

ניתוח מורכב מהשלבים הבאים:

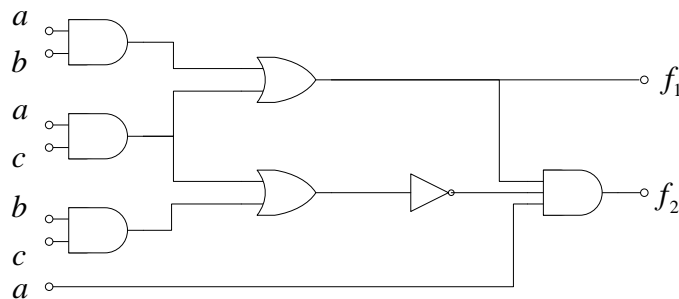
- (1) סימון כל מוצאי השערים מהרמה הראשונה בערכים בינאריים וכתיבת הפונקציות שלהם.
 - (2) לסמן את מוצאי השערים של הרמה שנייה באמצעות מוצאי השערים של הרמה הראשונה (אשר מבוטאים ע"י הסימון הראשוני שבחרנו).
 - (3) לחזור על התהליך המתואר עד לרמה האחרונה.
 - (4) להציב את הביטויים אחורנית ולקבל את הביטויים עבור פונקציות המוצא.
- דרך אחרת היא באמצעות יצירת טבלת אמת שמראה את כל מצבי הכניסה. אולם זה יכול להיות מסובך ונעדיף שלא לעבוד כך.

שלבנים בתכנון מערכת:

- (1) יש לקבוע את מספר המשתנים הנדרשים לכניסת המערכת ומוצאה מתיאור המערכת.
- (2) יצירת טבלת אמת בין משתני הכניסה למוצא.
- (3) יצירת ביטויים מצומצמים עבור הפונקציות הבוליאניות.
- (4) סרטוט המעגל הלוגי בהתאם לדרישות המערכת.

שאלות:

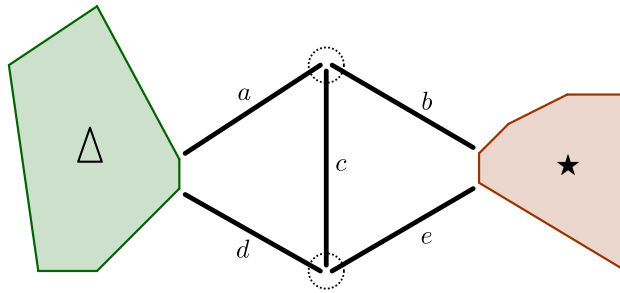
- (1) נתח את המערכת הבאה:



- (2) נתון מלבן בעל אורך A ורוחב B . ידוע כי מידות המלבן יכולות לקבל את הערכים: 1 ס"מ, 2 ס"מ, 3 ס"מ או 4 ס"מ בלבד. תכנן מערכת אשר מוציאה ערך של 1 במידה ושטח המלבן הוא קטן מ-6 סמ"ר (כולל 6 סמ"ר), 2 במידה ושטח המלבן הוא בין 6 סמ"ר ל-10 סמ"ר (כולל 10 סמ"ר) ו-3 במידה ושטח המלבן גדול מ-10 סמ"ר. הקצה משתנים לפי הצורך וממש את המעגל הלוגי.

- (3) עליך לתכנן מערכת, ע"י שימוש במספר מינימלי של שערים לוגים בלבד, שמממשת את הפונקציה הבאה: $F(a,b,c,d) = (a+b)^3 + (c+d)^2$. שים לב, המשתנים a, b, c, d הם משתנים בינאריים, אך הפונקציה F אינה בוליאנית ופעולות החיבור והחזקה הן פעולות רגילות. יש לייצג את מוצא המערכת ע"י מספר סיביות מתאים. **דוגמא לחישוב:** $F(1,0,1,1) = (1+0)^3 + (1+1)^2 = 5$.

(4) באיור שלפניך מצוירת מפה מאולתרת שהכין צוות הסתערות צבאי מסווג במהלך מבצע בשטח עוין. ה- Δ מתאר את בסיס הגישה של הפלוגה לקבלת עזרה חיצונית וה- \star מתאר את שטח הריגול ממנו מתכוננת להתבצע מתקפה. כל אחד מהפסים a, b, c, d, e מייצג שביל הליכה אפשרי, כך שבהינתן אות מצוקה, ניתן לשלוח סיוע רגלי מהבסיס ועד לנקודת המתקפה. אות המצוקה יסומן ב- f . בכל אחת מהדרכים הציבו מצלמה שנועדה לתעד פעילות עוינת. ערך של 1 מעיד על קיום פעילות עוינת וערך של 0 מעיד כי השביל נקי ובטוח למעבר דרכו. במידה והחיל הרגלי שממוקם באזור המתקפה חש באיום, הוא ישדר אות מצוקה ואז הערך של f יהיה 1. סיוע רגלי יצא מהבסיס ויגיע לשטח הריגול והמתקפה במידה והתקבל אות מצוקה ופעילות המצלמות מתעדת מספר זוגי של שבילים נקיים. הסיוע הרגלי לא יעבור יותר מ-3 שבילים שונים בדרכו מהבסיס לשטח הריגול והמתקפה. יש לתכנן מעגל צירופי שיציאתו z תהיה שווה ל-1 אם נשלח אות מצוקה והימצאות פעילות עוינת אינה מונעת את שליחתו של הסיוע הרגלי.



תשובות סופיות:

$$f_1 = ab + ac, f_2 = ab\bar{c} \quad (1)$$

(2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

(3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

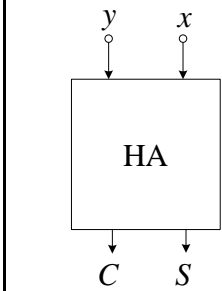
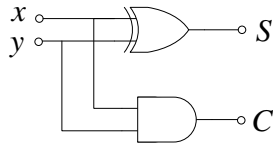
$$z = f(a \odot b + d \odot e + e \oplus a \oplus c + d \oplus b \oplus c) \quad (4)$$

מחבר חלקי ומלא (Full Adder – Half Adder):

סיכום כללי:

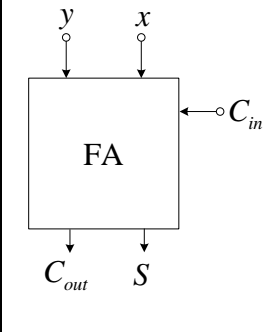
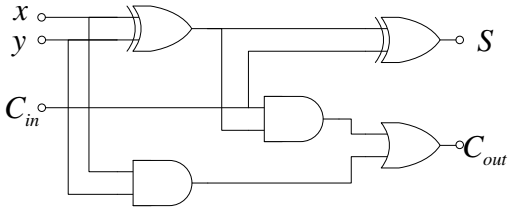
מחבר חלקי (Half Adder):

רכיב צירופי המבצע את פעולת החיבור של שתי סיביות x, y .
תוצאת החיבור היא בעלת 2 סיביות הקרויות Sum ו-Carry ומסומנות: C, S .

משוואות	תיאור בלוק	דיאגרמה לוגית
$S = x \oplus y$ $C = xy$		

מחבר מלא (Full Adder):

רכיב צירופי המבצע את פעולת החיבור של שתי סיביות x, y תוך התחשבות בסיבית הנשא C_{in} . תוצאת החיבור היא בעלת 2 סיביות הקרויות Sum ו-Carry ומסומנות: C_{out}, S .

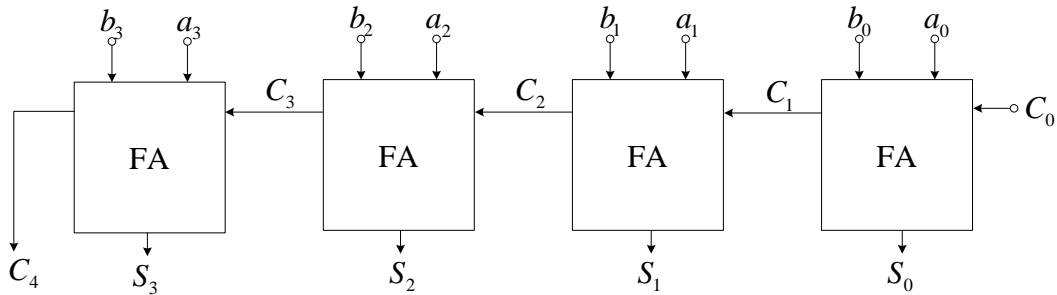
משוואות	תיאור בלוק	דיאגרמה לוגית
$S = x \oplus y \oplus C_{in}$ $C_{out} = xy + yC_{in} + xC_{in}$		

הערה:

בשאלות שבהם נתונים FA ו-HA נתייחס אליהם או כאל בלוקים שמבצעים פעולה אריתמטית (חיבור) ובהתאם לכך נבנה מעגל לפי דרישות שאלה, או כאל בלוקים שכוללים שערים לוגיים נתונים (למשל: XOR ו-AND במקרה של HA) ונשתמש בשערים אלו בצורה המתאימה לדרישות השאלה.

מחבר בינארי:

שירשור (cascade) של 4 יחידות FA ליצירת מחבר של שתי מילים בינאריות בנות 4 ביטים: $A = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ ו- $B = (b_3 b_2 b_1 b_0)_2$. היתרון הוא בכך שמחבר זה יכול לחבר מספרים עשרוניים (שכן נדרשות 4 סיביות לייצוג ספרה עשרונית).



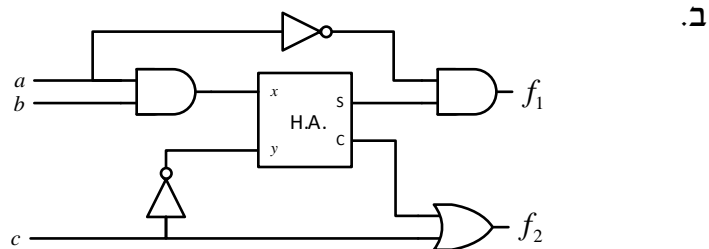
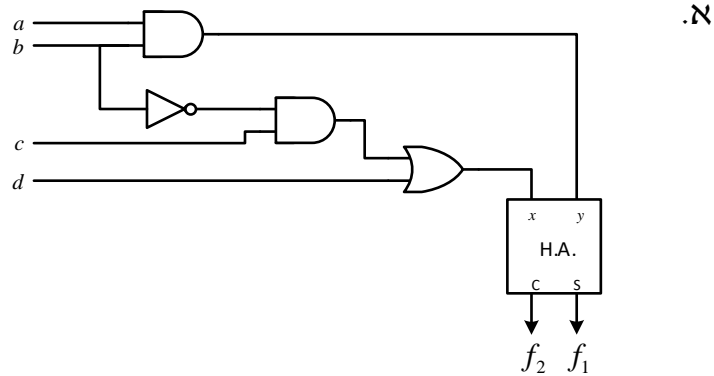
מעגל (Carry Look Ahead) CLA:

מעגל הנועד למנוע את ההשהייה הכרוכה במעבר הערך הלוגי מסיבית הכניסה C_0 ועד שהיא משתקפת במוצא המעגל בעל החשיבות הגדולה ביותר, C_4 . המעגל הוא צירופי ואינו מבוסס על שירשור של בלוקים קטנים יותר, אלא הוא מבצע את פעולת החיבור של שני מספרים בינאריים בני 4 סיביות באופן מקבילי. המעגל בנוי מ-2 דרגות של שערים לוגים בלבד והמחיר בא לידי ביטוי במורכבות שלו והצורה בכמות גדולה יותר של שערים בהשוואה לשירשור של מעגלי FA.

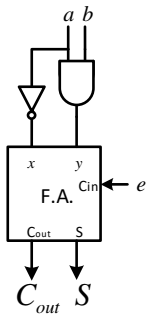
שאלות:

שאלות אנליזה (ניתוח) יסודיות:

(1) מצאו את הפונקציות f_1 ו- f_2 בכל אחד מן המעגלים הבאים:



(2) נתון המעגל הבא:



א. מצאו את מוצאי ה-F.A., כלומר את S ואת C_{out} כתלות במשתני הכניסה a, b ו- e .

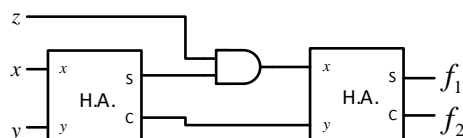
ב. ממשו את הפונקציות S ו- C_{out} בעזרת 2-level diagram.

ג. כתבו את $S(a, b, e)$ ואת $C_{out}(a, b, e)$ בייצוג סטנדרטי לפי SOP.

ד. הראו כי הפונקציות: $g_1(a, b, e) = S(a, b, e) + C_{out}(a, b, e)$

ו- $g_2(a, b, e) = \sum(4)$ הן פונקציות משלימות.

(3) במעגל שלפניכם ישנו מימוש של מעגל באמצעות שתי יחידות H.A.



א. מצאו את הפונקציות f_1 ו- f_2 .

ב. בהסתמך על תוצאתכם מהסעיף הקודם, הראו מימוש אלטרנטיבי הנעזר ביחידת F.A. אחת בלבד והקבוע 0.

שאלות תכנון כלליות:

(4) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. על ידי שימוש ב-2 יחידות של half-adder תכנן מערכת המקבלת מספר בינארי בעל 2 סיביות ומוצאה הוא ערך הכניסה פלוס 1.
- ב. על ידי שימוש ביחידה אחת של half-adder ושתי יחידות של full-adder תכנן מערכת המקבלת מספר בינארי בעל 3 סיביות ומוצאה הוא ערך המספר בכניסה פחות 1.

(5) נתונים שני מספרים עשרוניים, D_1 ו- D_2 כאשר: $D_1 = (a_2a_1a_0)_2$ ו- $D_2 = (b_1b_0)_2$.

- א. יש לתכנן מערכת אשר מוציאה את: $D_1 + D_2 - k_0$ כאשר $k_0 = (2)_{10}$.
לרשותך רכיב Half-Adder אחד וחמישה רכיבי Full Adder.
- ב. האם המערכת שתיכנתת תשמור על המוצא כאשר $k_0 = (4)_{10}$? נמק.
- ג. איזה שינוי יש לבצע במערכת על מנת שתבצע זאת?
 $k_0 = (5)_{10}$?
- ד. על בסיס הסעיפים הקודמים, סרטט סכמה כללית שמקבלת מספר כלשהו $0 \leq k_0 \leq 7$ ומחזירה את המוצא $D_1 + D_2 - k_0$.
לשם ההכללה עליך להשתמש אך ורק ביחידות של F.A.
פרט את כניסות המערכת ומוצאה.

(6) בשאלה הנ"ל נבנה מערכת המבצעת חיסור של שני מספרים:

- א. ממש מחבר ברוחב 4 ביט (4 bit Binary Adder) בעזרת שני מחברים ברוחב 2 ביט, (2 bit Binary Adder).
- ב. ממש מערכת המקבלת מספר בעל 4 סיביות $A = (a_3a_2a_1a_0)_2$ ומוציאה בפלט את המספר המשלים בשיטת המשלים לשתיים על ידי שימוש ב-4 bit Binary Adder אחד בלבד.
- ג. בעזרת הסעיפים הקודמים ממש מערכת המבצעת חיסור של שני מספרים בעלי 4 סיביות $B - A$ כאשר: $A = (a_3a_2a_1a_0)_2$, $B = (b_3b_2b_1b_0)_2$.

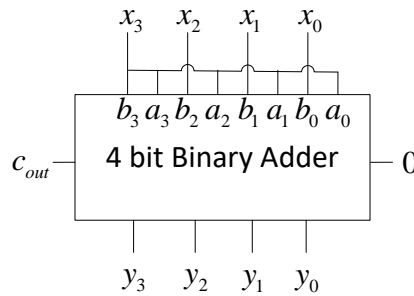
(7) בשאלה זו נממש מערכת אשר מעלה בריבוע מספר נתון.

- א. ממש מערכת אשר מקבלת מספר בן 2 ביטים ומחזירה את ריבועו.
- ב. חזור על הסעיף הקודם עבור מספר בן 3 ביטים.
- ג. כמה שערים לוגיים צריך כדי לממש את המערכת עבור מספר בן N ביטים? מה אורך מילת המוצא של המערכת?

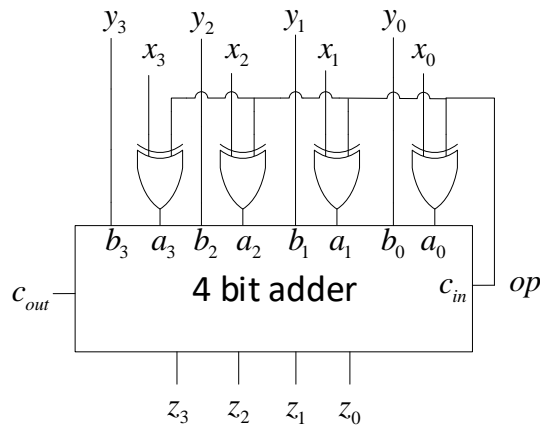
8) מערכת מקבלת כקלט שתי מילים בינאריות באורך 7 סיביות כל אחת. הפלט במוצא הוא 1 אם המילים נבדלות ביניהן ביותר משלוש סיביות. ממש את המערכת בעזרת שערי XOR ויחידות של FA בלבד.

שאלות עם מחבר בינארי (4-bit Binary Adder):

9) המערכת הבאה מקבלת מספר בייצוג המשלים ל-2 וממירה לייצוג אחר. קבע באיזה ייצוג המספר במוצא?



10) המערכת הבאה מקבלת שני מספרים בשיטת הייצוג של המשלים ל-2. מה הקשר בין $X = x_3x_2x_1x_0$ ו- $Y = y_3y_2y_1y_0$ כאשר $op = 0$ וכאשר $op = 1$.



תשובות סופיות:

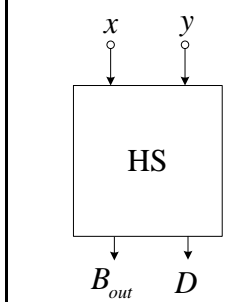
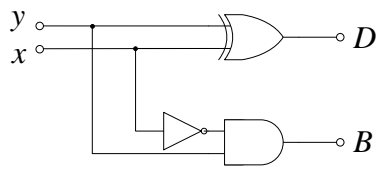
- (1) א. $f_2 = abd$, $f_1 = \bar{a}d + \bar{b}c + \bar{b}d + ab\bar{d}$. ב. $f_2 = c + ab$, $f_1 = \bar{a}\bar{c}$.
- (2) א. $C_{out} = \bar{a}e + be$, $S = \bar{a}\bar{e} + b\bar{e} + ab\bar{e}$. ב. ראו מימוש בסרטון הוידאו.
- ג. $C_{out}(a,b,e) = \sum(1,3,7)$, $S(a,b,e) = \sum(0,2,5,6)$. ד. הוכחה.
- (3) א. $f_1 = xy + yz + xz$, $f_2 = 0$. ב. יש לחבר את משתני הכניסה
- לכל הכניסות של בלוק F.A. יחיד ומוצא ה-Carry out שלו הוא f_1 . הפונקציה f_2 היא אפס זהותית ולכן מספיק הקבוע אפס בכדי לממש אותה ע"י חוט בודד.
- (4) דיאגרמות סופיות מופיעה בסרטון.
- (5) א. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
ב. כן, אך יש להכניס את ערכי k_0 בהתאמה למעגל.
ג. יש לבצע שינוי של ערכי כניסות הביטים של k_0 וכן להחליף את יחידת ה-HA ביחידה של FA.
- ד. ראה מימוש מלא והסבר מפורט בסרטון הוידאו.
- (6) דיאגרמות סופיות מופיעה בסרטון.
- (7) א. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
ב. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- ג. $\frac{N^2 - N}{2}$, AND , ו-1-N מחברים של N ביטים, אורך מילת מוצא 2N .
- (8) דיאגרמות סופיות מופיעה בסרטון.
- (9) המערכת מבצעת המרה מייצוג של מספר לפי משלים ל-2 לייצוג לפי משלים ל-1.
- (10) עבור $op = 0$: $Z = Y + X$ ועבור $op = 1$: $Z = Y - X$.

מחסר חלקי ומלא (Full and Half Subtractor):

סיכום כללי:

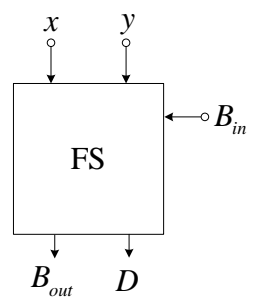
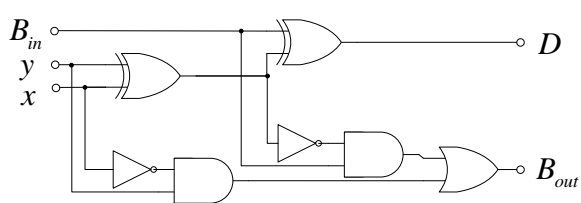
מחסר חלקי (Half Subtractor):

רכיב צירופי המבצע את פעולת החיסור של שתי סיביות x, y . תוצאת החיסור היא בעלת 2 סיביות הקרויות Difference ו-Borrow ומסומנות: B, D .

משוואות	תיאור בלוק	דיאגרמה לוגית
$D = x \oplus y$ $B = \bar{x}y$		

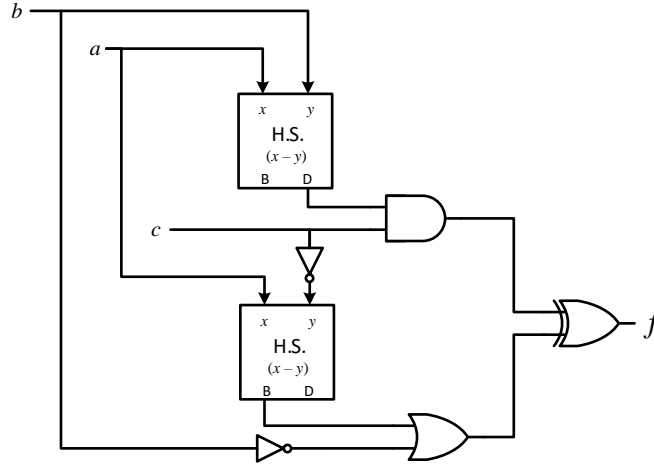
מחסר מלא (Full Subtractor):

רכיב צירופי המבצע את פעולת החיסור של שתי סיביות x, y תוך התחשבות בסיבית הנשא B_{in} . תוצאת החיסור היא בעלת 2 סיביות הקרויות Difference ו-Borrow ומסומנות: B_{out}, D . אם לא נאמר אחרת, החיסור הוא $(x - y)$ כלומר x היא הסיבית המחוסרת ו- y היא הסיבית המחסרת.

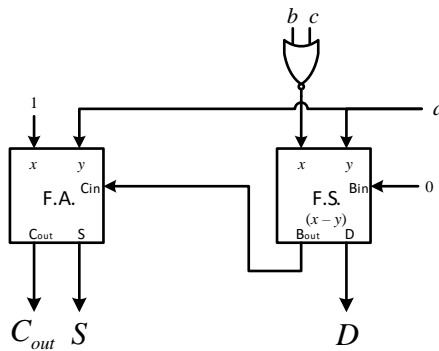
משוואות	תיאור בלוק	דיאגרמה לוגית
$D = x \oplus y \oplus B_{in}$ $B_{out} = \bar{x}y + yB_{in} + \bar{x}B_{in}$		

שאלות:

1) מצאו את הפונקציה $f(a,b,c)$ במעגל הבא:



2) במעגל הבא נתונה יחידה של FA ויחידה של FS יחד עם מספר שערים לוגיים:

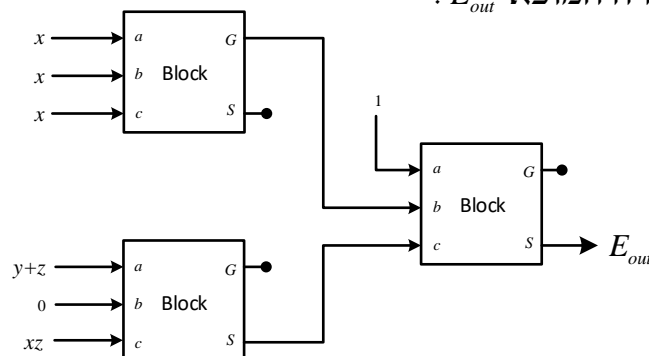


א. מצאו את הפונקציות $D(a,b,c)$, $S(a,b,c)$ ו- $C_{out}(a,b,c)$ בייצוג מינימלי.

ב. מגדירים פונקציה באופן הבא: $G(a,b,c) = \bar{D}(a,b,c) + C_{out}(a,b,c)$.

ממשו בעזרת 3 שערי OR בעלי שתי כניסות ושער NOT בודד יחידה בשם Block המקבלת את משתני הכניסה a,b,c ומוציאה את הפונקציות $G(a,b,c)$ ו- $S(a,b,c)$.

ג. מחברים שלוש יחידות Block באופן המתואר בסכמה הבאה: מה יהיה המוצא E_{out} ?



תשובות סופיות:

$$f = \bar{a} + \bar{b}\bar{c} \quad (1)$$

$$D(a,b,c) = ab + ac + \bar{a}\bar{b}\bar{c} \quad , \quad S(a,b,c) = \bar{a} + b + c \quad , \quad C_{out}(a,b,c) = a \quad .א \quad (2)$$

$$.ב \quad \text{ראו מימוש בסרטון הוידאו.} \quad \text{ג.} \quad E_{out} = x + \bar{y}\bar{z}$$

משווה גודל (Magnitude Comparator):

סיכום כללי:

הגדרה:

משווה גודל הינו בלוק צירופי המקבל שני מספרים A ו- B בעלי N סיביות כל אחד (שווי אורך) ומחזיר אחת מ-3 תוצאות:

$$. A = B \quad (1)$$

$$. A > B \quad (2)$$

$$. A < B \quad (3)$$

תכנון משווה גודל בן 4 סיביות:

נניח שני מספרים: $B = (b_3 b_2 b_1 b_0)_2$, $A = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$.

(1) שוויון יתקבל אם ורק אם: $a_i = b_i$ לכל $0 \leq i \leq 3$.

נגדיר משתנה בוליאני x_i אשר יקבל ערך של 1 רק אם מתקיים $a_i = b_i$.

לפי ההגדרה מתקיים: $x_i = a_i b_i + \bar{a}_i \bar{b}_i = a_i \odot b_i$.

לכן שוויון בין A ו- B יתקבל כאשר: $(A = B) = \prod_{i=0}^3 x_i = x_3 x_2 x_1 x_0$.

(2) כדי לבדוק האם $A > B$ יש להשוות בין זוג ביטים a_i ו- b_i החל מהביטים ה-MSB.

- אם $a_i > b_i$ (כלומר: $a_i = 1, b_i = 0$) אז $A > B$.

- אם $a_i < b_i$ (כלומר: $a_i = 0, b_i = 1$) אז $A < B$.

- אם $a_i = b_i$ אז יש לעבור לזוג הביטים הבא (כאשר הולכים לכיוון הזוג ה-LSB).

נוכל לנסח את הכללים (עבור 4 ביטים):

$$(A > B) = a_3 \bar{b}_3 + x_3 a_2 \bar{b}_2 + x_3 x_2 a_1 \bar{b}_1 + x_3 x_2 x_1 a_0 \bar{b}_0$$

$$(A < B) = \bar{a}_3 b_3 + x_3 \bar{a}_2 b_2 + x_3 x_2 \bar{a}_1 b_1 + x_3 x_2 x_1 \bar{a}_0 b_0$$

סיכום משוואות של משווה גודל:

עבור שני מספרים בני n ביטים $A = (a_{n-1}a_{n-2}\dots a_0)_2$ ו- $B = (b_{n-1}b_{n-2}\dots b_0)_2$,

נגדיר: $x_i = a_i \odot b_i$ לכל $0 \leq i < n$ ונחבר את המשוואות הבאות:

$$(A = B) = \prod_{i=0}^{n-1} x_i = x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}\dots x_0 \quad (1)$$

$$f_i(x) = \prod_{k=1}^i x_{n-k} : \text{ כאשר } (A > B) = a_{n-1}\bar{b}_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} a_{n-1-i}\bar{b}_{n-1-i}f_i(x) \quad (2)$$

פישוט: $(A > B) = a_{n-1}\bar{b}_{n-1} + x_{n-1}a_{n-2}\bar{b}_{n-2} + x_{n-1}x_{n-2}a_{n-3}\bar{b}_{n-3} + \dots + x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}\dots x_1a_0\bar{b}_0$

$$f_i(x) = \prod_{k=1}^i x_{n-k} : \text{ כאשר } (A < B) = \bar{a}_{n-1}b_{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} \bar{a}_{n-1-i}b_{n-1-i}f_i(x) \quad (3)$$

פישוט: $(A < B) = \bar{a}_{n-1}b_{n-1} + x_{n-1}\bar{a}_{n-2}b_{n-2} + x_{n-1}x_{n-2}\bar{a}_{n-3}b_{n-3} + \dots + x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}\dots x_1\bar{a}_0b_0$

שאלות:

1) בשאלה זאת נתכנן משווה בן 4 סיביות באמצעות יחידות של משווה בן 2 סיביות.

א. תכנן משווה המקבל שני מספרים $A = (a_1a_0)_2$ ו- $B = (b_1b_0)_2$

אשר מכיל שתי יציאות, האחת עבור $A > B$ והשנייה עבור $A = B$.

רשום את המשוואות של הרכיב שתכננת וסרטט דיאגרמה לוגית מתאימה.

ב. תכנן וסרטט משווה של שני מספרים בעלי 4 סיביות כל אחד.

המשווה צריך להבחין בין שלושה מקרים: $A > B$, $A = B$ ו- $A < B$.
בתכנון עליך להשתמש בשני משווים למספרים של שתי סיביות
(שתכננת בסעיף הקודם) ובשערים לוגיים נוספים במידת הצורך.

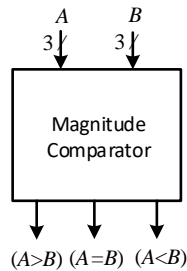
2) תכנן משווה בן 16 סיביות באמצעות יחידות של משווה גודל בן 4 סיביות
אשר מקבל שני מספרים $A = (a_3a_2a_1a_0)_2$, $B = (b_3b_2b_1b_0)_2$ ומחזיר 3 ערכים,

אחד עבור $A = B$, אחד עבור $A > B$ ואחד עבור $A < B$.
בכמה יחידות של משווים בן 4 סיביות עליך להשתמש?
האם יש צורך בשערים נוספים?

3) תכנן באמצעות משווה בן 4 סיביות, מערכת אשר תזהה צירופים בינאריים לא חוקיים בקוד BCD.

4) תכנן מערכת המקבלת שני מספרים בני 4 סיביות $A = (a_3 a_2 a_1 a_0)_2$ ו- $B = (b_3 b_2 b_1 b_0)_2$ ומבצעת את הפעולות הבאות:
 - חיבור $(A+B)$ אם A קטן מ- B .
 - חיסור $(A-B)$ אם A גדול מ- B .
 - הכפלה פי 2 אם A שווה ל- B .

5) נתון משווה גודל (Magnitude comparator) טיפוסי המקבל 2 מילים בנות 3 ביטים כל אחת: $A = (a_2 a_1 a_0)$ ו- $B = (b_2 b_1 b_0)$ (ה-MSB a_2 ו- b_2 הן ה-MSB) ומוציא ערך של 1 לוגי במוצא המתאים לשני המספרים: $(A > B)$, $(A < B)$, $(A = B)$.



א. יש להיעזר בבלוק זה כדי לתכנן מעגל דומה, המקבל את שני המספרים A ו- B ומוציא ב-3 הביטים $L = (l_2 l_1 l_0)$ את המספר הקטן מבין השניים וב-3 הביטים $H = (h_2 h_1 h_0)$ את המספר הגדול מבין השניים. הסבירו את שיקולכם בתכנון המערכת וציירו דיאגרמה לוגית.
 ב. השתמשו בבלוק שתכנתם בסעיף הקודם על מנת לבנות מערכת המקבלת 4 מספרים בני 3 ביטים כל אחד:

$$A = (a_2 a_1 a_0), B = (b_2 b_1 b_0), C = (c_2 c_1 c_0), D = (d_2 d_1 d_0)$$

וממיינת את המספרים לפי סדר הגודל שלהם. הסבירו את שיקולכם בתכנון המערכת וציירו דיאגרמה לוגית.
לדוגמה:

נניח והתקבלו: $A = 101, B = 000, C = 010, D = 111$
 מוצא המערכת יהיה: $B = 000, C = 010, A = 101, D = 111$.

תשובות סופיות:

- 1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.
- 5) ראו מימושים בסרטון הוידאו.

מפענח (Decoder):

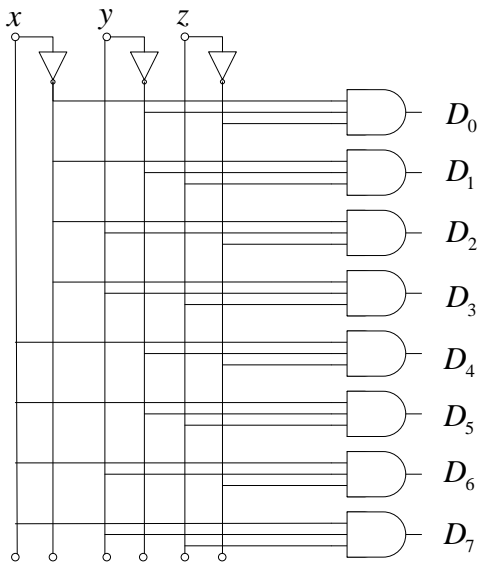
סיכום כללי:

הגדרה:

מפענח הוא מעגל צירופי שבכניסתו n משתנים ובמוצאו m ערכי מוצא כאשר: $m \leq 2^n$.

מקובל לסמן מעגל מפענח באופן הבא: $n \rightarrow m$ או $n:m$.

להלן דוגמא של מפענח $3 \rightarrow 8$:



טבלת אמת של מפענח בינארי:

xyz	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
000	1	0	0	0	0	0	0	0
001	0	1	0	0	0	0	0	0
010	0	0	1	0	0	0	0	0
011	0	0	0	1	0	0	0	0
100	0	0	0	0	1	0	0	0
101	0	0	0	0	0	1	0	0
110	0	0	0	0	0	0	1	0
111	0	0	0	0	0	0	0	1

טבלת אמת של מפענח בינארי משלים:

xyz	D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
000	0	1	1	1	1	1	1	1
001	1	0	1	1	1	1	1	1
010	1	1	0	1	1	1	1	1
011	1	1	1	0	1	1	1	1
100	1	1	1	1	0	1	1	1
101	1	1	1	1	1	0	1	1
110	1	1	1	1	1	1	0	1
111	1	1	1	1	1	1	1	0

עלות שערים במפענח:

עבור מפענח עם n משתני כניסה ו- $m = 2^n$ ערכי יציאה שונים יש צורך בשערים הבאים:

n מהפכים.

$m = 2^n$ שערי AND שכל אחד מכיל n כניסות,

(כל שער שקול ל- $n-1$ שערי AND עם שתי כניסות).

או $(n-1) \cdot 2^n$ שערי AND עם 2 כניסות.

סה"כ $n + 2^n(n-1)$ שערים. במידה ו- $m < 2^n$ וידוע, נצטרך: $n + m(n-1)$ שערים.

שאלות:

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. ממש מפענח $4 \rightarrow 16$ בעזרת חמש יחידות של מפענחים $2 \rightarrow 4$.
 ב. ממש מפענח $5 \rightarrow 32$ בעזרת ארבע יחידות של מפענחים $3 \rightarrow 8$.
 ויחידה אחת של $2 \rightarrow 4$.

(2) ממש ושרטט דיאגרמה לוגית המאופיינת על ידי הפונקציות הבאות בעזרת מפענח מתאים ושערי OR:

$$f_1(x_2, x_1, x_0) = \sum(2, 4, 6)$$

$$f_2(x_2, x_1, x_0) = \prod(0, 1, 4, 6)$$

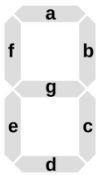
$$f_3(x_2, x_1, x_0) = \bar{x}_2 \bar{x}_1 x_0 + x_1 x_0 + x_2 \bar{x}_1$$

(3) ממש Full Adder בעל 3 כניסות x_0, x_1, x_2 ושתי יציאות S, C בעזרת מפענח ושערי OR.

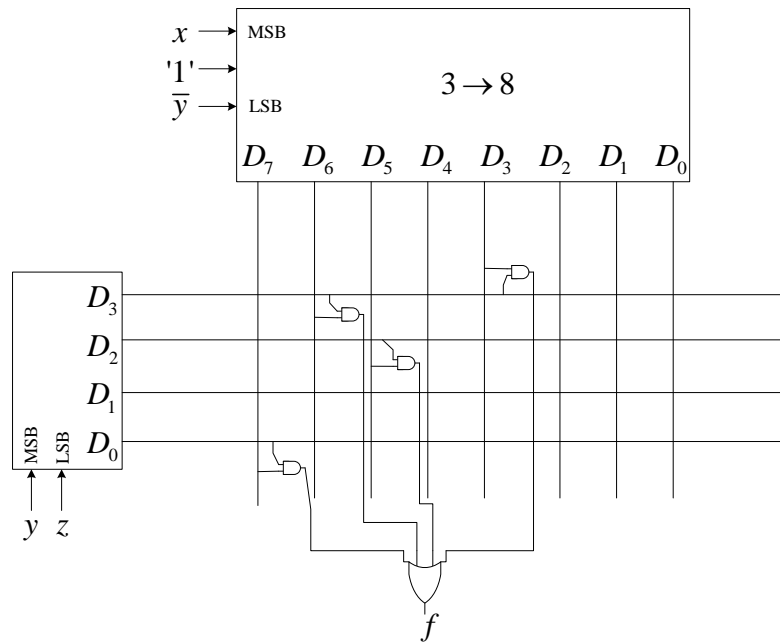
(4) ממש, באמצעות מפענח בינארי ושערים לוגיים בלבד, מערכת ההופכת מספר בינארי בן 4 סיביות למשלים ל-2 שלו. יש לבחור את המפענח ואת השערים הלוגיים המתאימים.

(5) רשום טבלת אמת של מפענח BCD לעשרוני. הסבר את ההבדל בין מפענח זה לבין מפענח בינארי.

(6) ממש, באמצעות מפענח עשרוני ושערים לוגיים, מערכת המקבלת ספרה עשרונית המוצגת בצופן BCD וממירה אותה עבור תצוגת 7 מקטעים.



7) להלן התרשים הלוגי הבא :



א. הוכח כי : $f(f(x, y, z), y, z) = f(x, y, z)$

ב. חשב את : $f(1, f(x, y, z), z)$

תשובות סופיות:

1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

5) טבלה מלאה מופיעה בסרטון.

6) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

7) א. הוכחה. ב. $f(1, f(x, y, z), z) = xy$

מקודד (Encoder):

סיכום כללי:

הגדרה:

מקודד (Encoder) הוא רכיב שמבצע את הפעולה ההפוכה למפענח (Decoder), הינו בעל 2^n קווי כניסה (או פחות) אשר מוציא את ערך קו הכניסה ב- n סיביות. כלומר זה הוא מעגל: $2^n \rightarrow n$.

דוגמה למקודד $3 \rightarrow 8$:

Inputs								Outputs		
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1

מקודד עדיפות (Priority Encoder):

ישנם שני סוגים של מקודדי עדיפות:

- מקודד שתמיד יעדיף את קו הבקרה בעל הערך הגדול ביותר.
- מקודד שיעדיף את קו הבקרה בעל הערך הנמוך ביותר.

מקודד עדיפות עליון של $2 \rightarrow 4$:

Inputs				Outputs		GS	E
D_0	D_1	D_2	D_3	x	y		
1	0	0	0	0	0	1	1
X	1	0	0	0	0	1	1
X	X	1	0	0	1	1	1
X	X	X	1	0	1	1	1
0	0	0	0	X	X	0	1
X	X	X	X	X	X	X	0

שאלות:

- (1) כתוב טבלת אמת עבור Priority Encoder (מקודד עדיפות) אוקטלי לבינארי עבור הסעיפים הבאים, כאשר על המקודד לכלול את הסיביות הבאות:
 - סיבית איפשר (Enable bit) שתסומן ב- E ותפעיל את הרכיב בכניסת '0' לוגי.
 - סיבית ולידציה (Group Select) שתסומן ב- V ותייצג צירוף כניסה חוקי עבור '0' לוגי.
 - א. עדיפות המקודד היא לכניסה בעלת המיקום הגבוה ביותר.
 - ב. עדיפות המקודד היא לכניסה בעלת המיקום הנמוך ביותר.

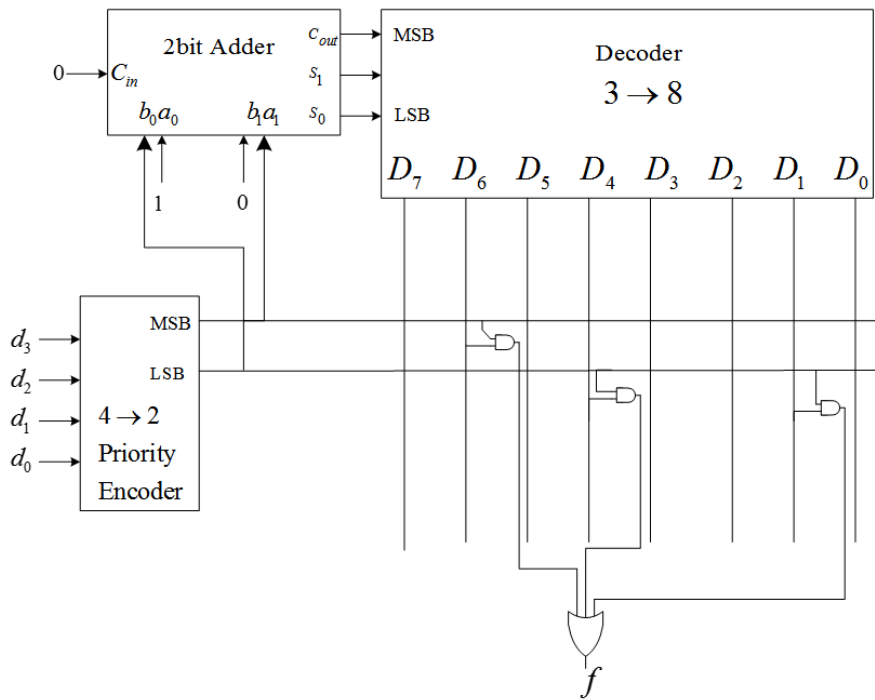
- (2) במערכת כלשהי ישנם 16 קווי כניסה המסומנים $D_0 - D_{15}$ אשר יכולים לקבל ערך של '0' או '1'. למערכת שני מצבי פעולה אפשריים:
 - קו כניסה אחד יקבל '1' בעוד שאחרים יוחזקו על '0'.
 - שני קווי כניסה יכולים לקבל ערך של '1' בו זמנית בעוד שאחרים יוחזקו על '0'.
 יש לתכנן מערכת שמחזירה את ערך המיקום של קו הכניסה במקרה הראשון ואת המרחק בין המיקומים של שני הקווים במקרה השני (כלומר, עבור $D_3 = 1, D_{10} = 1$ יש לקבל את הערך 7).

- (3) ממש מקודד $3 \rightarrow 8$ בעזרת שתי יחידות של מקודדים $2 \rightarrow 4$. כלול את סיבית ה-GS ואת סיבית ה-E וציין מה השינוי שיש לבצע בכדי ליישם מימוש כזה.

- (4) ממש מקודד $4 \rightarrow 16$ בעזרת 5 יחידות של מקודדים $2 \rightarrow 4$.

- (5) בשאלה זו נתכנן רכיב שנקרא Direct Priority Filter. הרכיב מקבל צירוף כניסה בן 8 סיביות ומוציא רצף זהה של 8 סיביות המורכבים מ-7 אפסים ו-1 הלוגי במיקום המתאים ל-1' השמאלי ביותר בצירוף הכניסה. למשל עבור כניסה של 00101010 המוצא יהיה 00100000. במקרה של רצף אפסים יתקבל רצף אפסים במוצא. תכנן את הרכיב באמצעות מקודד עדיפות (Priority Encoder) ומפענח $3 \rightarrow 8$.

6) הוכח כי במעגל שלפניך המוצא f תלוי אך ורק ב- d_3 :



תשובות סופיות:

1) להלן הטבלאות - הראשונה עבור סעיף א' והשנייה עבור סעיף ב':

Inputs								Outputs			V	E
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z		
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1
0	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
X	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
X	X	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
X	X	X	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0
X	X	X	X	1	0	0	0	1	0	0	0	0
X	X	X	X	X	1	0	0	1	0	1	0	0
X	X	X	X	X	X	1	0	1	1	0	0	0
X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	0	0

Inputs								Outputs			V	E
D_0	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7	x	y	z		
X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	X	1
0	0	0	0	0	0	0	0	X	X	X	1	0
1	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0	0
0	1	X	X	X	X	X	X	0	0	1	0	0
0	0	1	X	X	X	X	X	0	1	0	0	0
0	0	0	1	X	X	X	X	0	1	1	0	0
0	0	0	0	1	X	X	X	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	X	X	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	X	1	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0

2) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

5) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

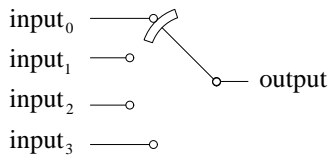
6) מתקבל: $f = d_3$.

מרבב (Multiplexer):

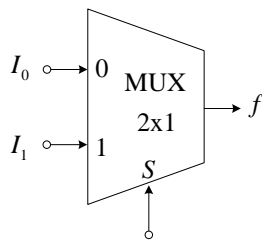
סיכום כללי:

תיאור כללי של מעגל מרבב:

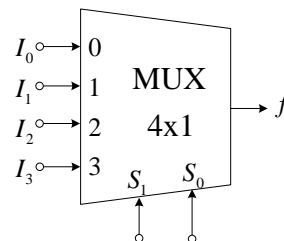
מעגל אשר מכיל 2^n קווי כניסה ומעביר קו אחד ליציאה. תיאור מודל המעגל:
 קו היציאה נשלט ע"י n סיביות בקרה. סימון מקובל הוא: $2^n \times 1$ או $1 \rightarrow 2^n$.



בלוק של MUX והמשוואות שלו:



$$f = \bar{S}I_0 + SI_1$$



$$f = S_1S_0I_3 + S_1\bar{S}_0I_2 + \bar{S}_1S_0I_1 + \bar{S}_1\bar{S}_0I_0$$

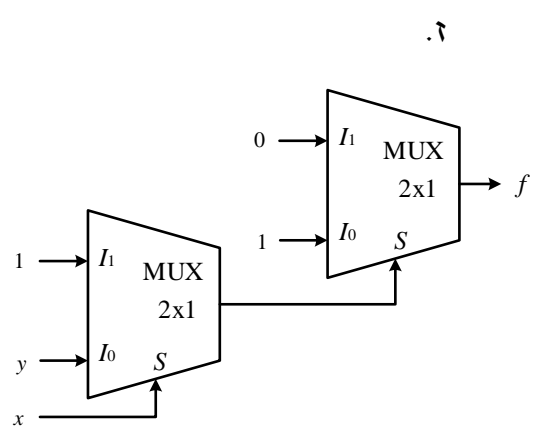
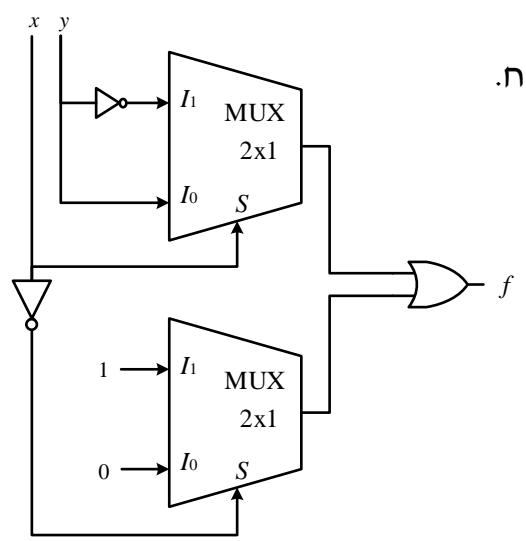
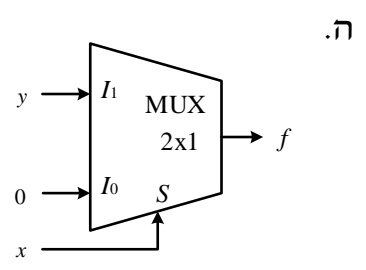
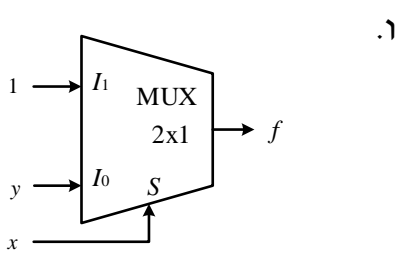
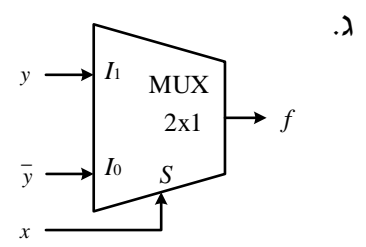
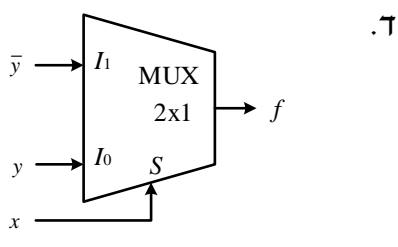
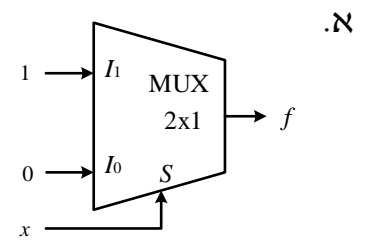
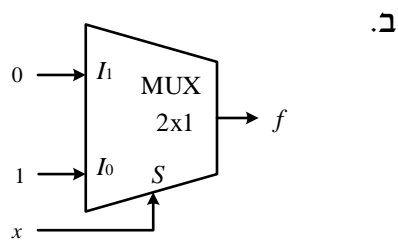
הכללה של משוואת המרבב:

ניתן לתאר את $f = \sum_{k=0}^{2^n-1} g_k(S) \cdot I_k$ כאשר: $g_k(S) = \prod_{m=0}^{n-1} (S_m)^{\text{is complementary}_{k,m}}$

שאלות:

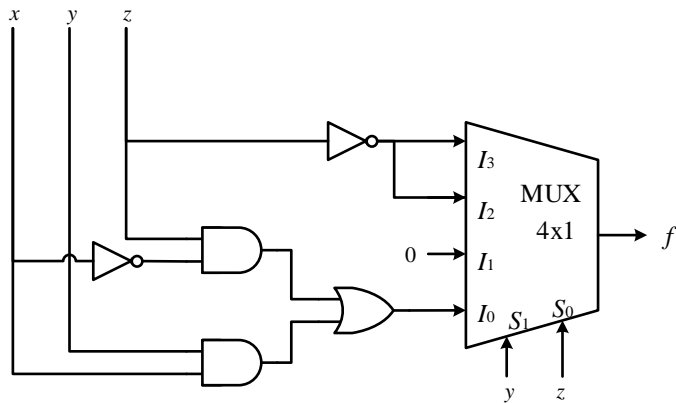
שאלות אנליזה (ניתוח) יסודיות:

1) לפניכם מספר מעגלים הממומשים עם יחידות MUX בגודל 2×1 . כל יחידה מממשת שער לוגי מסוים. כתבו את פונקציות המוצא בכל מעגל וקבעו איזו שער המעגל מממש.

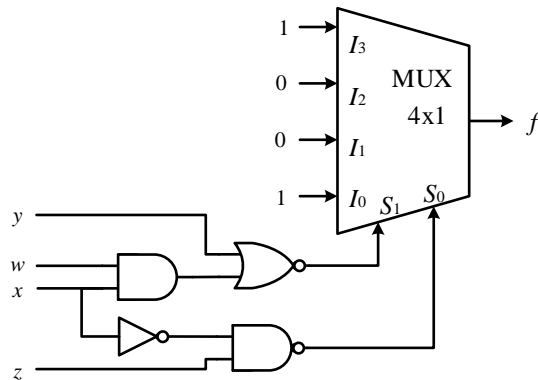


2) כתבו את פונקציית המוצא בכל אחד מן המעגלים הבאים:

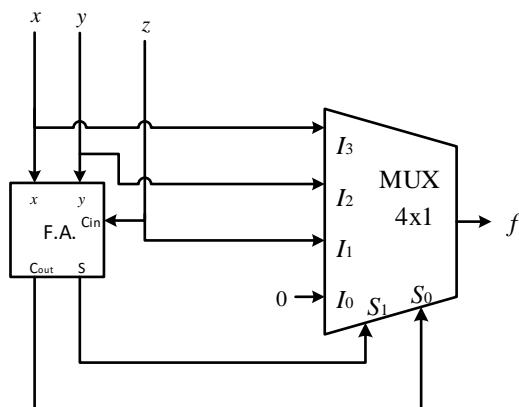
א.



ב.



3) לפניכם המעגל הבא המורכב מיחידת FA ו-MUX בגודל 4x1.



א. מצאו את ארבעת צירופי הכניסה של סיביות הברירה של ה-MUX,

כלומר חשבו את ערכם של: $S_1S_0 = 00, 01, 10, 11$.

ב. מצאו ביטוי בייצוג SOP סטנדרטי ומינימלי עבור פונקציית המוצא $f(x, y, z)$.

שאלות תכנון ומימוש כלליות:

(4) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. ממש בורר 4×1 בעזרת שלוש יחידות של בורר 2×1 .
 ב. ממש בורר 16×1 בעזרת שני בוררים 8×1 ויחידה אחת של בורר 2×1 .

(5) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת בורר 4×1 :

א. $f(a,b,c) = \sum(1,3,5,6)$

ב. $f(a,b,c) = \sum(2,6,7)$

(6) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת בורר 8×1 :

א. $f(a,b,c,d) = \sum(1,3,4,11,12,13,14,15)$

ב. $f(a,b,c,d) = \sum(0,4,5,6,7,8,11)$

(7) ממש את הפונקציות הבאות בעזרת בורר 4×1 ושערים נוספים כרצונך:

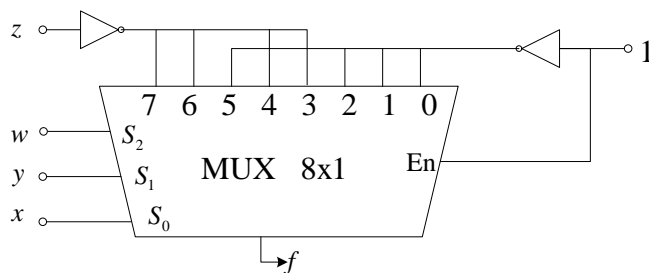
א. $f(a,b,c,d) = \sum(1,3,4,11,12,13,14,15)$

ב. $f(a,b,c,d) = \sum(0,4,5,6,7,8,11)$

ג. $f(a,b,c,d) = \sum(1,2,4,7,8,9,10,11,13)$

(8) בתכנון מערכת מסוימת הוחלט לממש את הפונקציה: $f(x,y,z,w)$

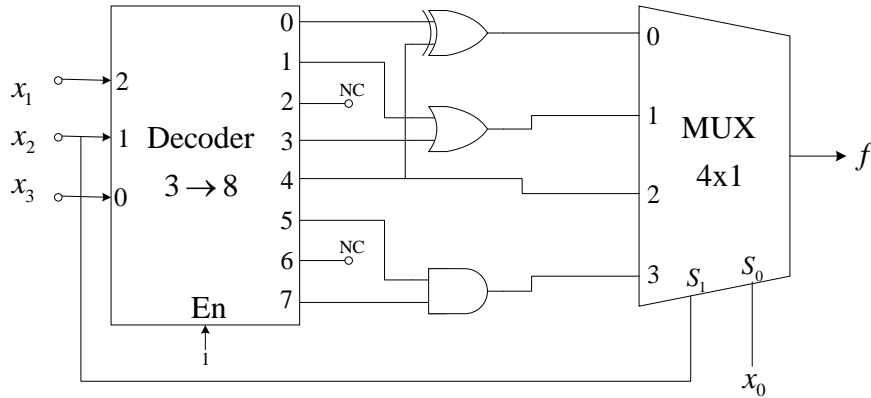
ע"י שימוש בבורר 8×1 באופן הבא:



- א. מבטלים שער NOT אחד. מצא תכנון עם בורר באותו הגודל עבור הפונקציה. לא ניתן להשתמש בשערים לוגים נוספים.
 ב. מצא תכנון נוסף למימוש הפונקציה באמצעות בורר 2×1 ללא שימוש בשערים לוגים נוספים.

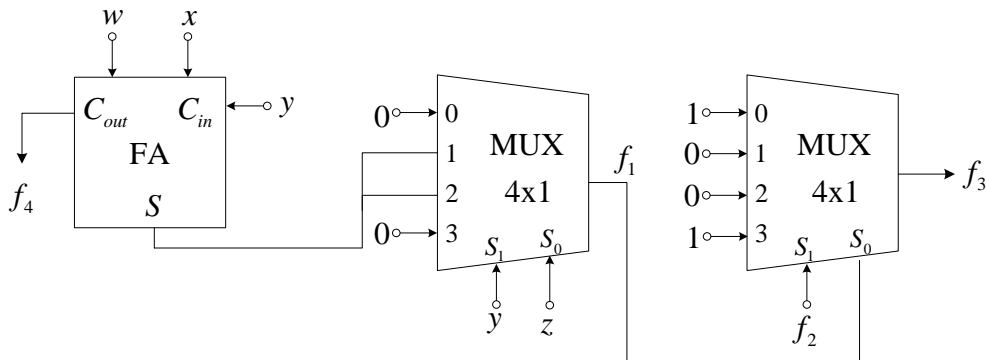
שאלות מסכמות:

9) לפניך המעגל הבא:



- א. מצא את $f(x_3, x_2, x_1, x_0)$ וכתוב אותה בצורת SOP.
 ב. כמה שערים צריך (ואיזה) כדי לממש את הפונקציה הבאה:
 $f(f(x_0, x_1, x_0, x_1), f(x_2, x_3, x_2, x_3), f(x_3, x_2, x_3, x_2), f(x_1, x_0, x_1, x_0))$?

10) לפניך המעגל הבא ובו נתון: $f_3(w, x, y, z) = \sum(1, 2, 3, 4, 6, 7, 11, 12, 13, 15) + \Phi(0, 8)$.



- א. מצא את f_1, f_2 ו- f_4 .
 ב. עקב טעות בהגדרת הפונקציה f_3 , הוחלט כי הערך $\Phi(8)$ יוחזק על '1' לוגי, כלומר: $m_8 = 1$. כיצד ישתנו הפונקציות f_1, f_2 ו- f_4 בעקבות ההחלטה?
 ג. הצע מימוש אלטרנטיבי לפונקציות שהשתנו בעקבות הטעות, באמצעות מרבב 4x1 ו-2 שערים לוגיים בלבד (הנח כי כל הליטרלים נתונים בערכם הרגיל בלבד ולא המשלים).

תשובות סופיות:

1) א. חוצץ (Buffer) : $f = x$ ב. שער NOT : $f = \bar{x}$ ג. שער XNOR : $f = x \odot y$

ד. שער XOR : $f = x \oplus y$ ה. שער AND : $f = xy$ ו. שער OR : $f = x + y$

ז. שער NAND : $f = \overline{xy}$ ח. שער NOR : $f = \overline{x + y}$

2) א. $f = y\bar{z}$ ב. $f = \bar{x}yz + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{w}x\bar{y}$

3) א. $S_1\bar{S}_0 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}$, $\bar{S}_1S_0 = \bar{x}yz + x\bar{y}z + xy\bar{z}$, $S_1\bar{S}_0 = \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z}$, $S_1S_0 = xyz$

ב. $f(x, y, z) = \sum(2, 3, 5, 7) = \bar{x}y + xz$

4) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

5) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

6) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

7) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

8) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

9) א. $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = \sum(0, 2, 9)$

ב. שער OR אחד (הפונקציה המפושטת הסופית שווה ל- $x_2 + x_3$).

10) א. $f_4(w, x, y, z) = xy + yw + wx$, $f_2(w, x, y, z) = \bar{x}\bar{z}$, $f_1(w, x, y, z) = \begin{cases} w \oplus x \oplus y & y \neq z \\ 0 & y = z \end{cases}$

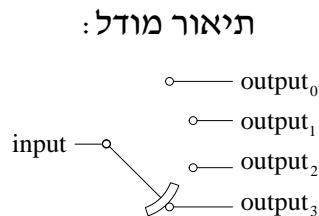
ב. רק f_2 תשתנה ל- $\bar{w}\bar{x}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z}$

ג. דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

מפג (Demultiplexer):

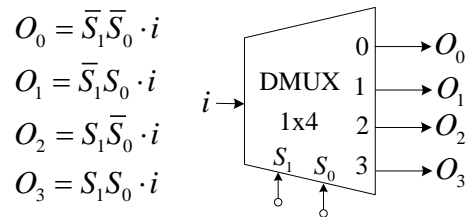
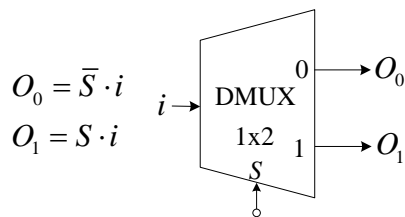
סיכום כללי:

תיאור כללי של מעגל מפג:



מעגל אשר מכיל כניסה אחת ו- 2^n קווי מוצא אפשריים. קווי היציאה נשלטים ע"י n סיביות בקרה אשר מנתבים את הכניסה אל הקו היציאה הנבחר. סימון מקובל הוא: 1×2^n או $1 \rightarrow 2^n$.

בלוק של DMUX והמשוואות שלו:



שאלות:

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- ממש מפג 1×8 באמצעות שני מפלגים של 1×4 ומפג של 1×2 .
- ממש מפג 1×16 באמצעות שני מפלגים של 1×8 ומפג של 1×2 .
- ממש מפג 1×16 באמצעות 5 מפלגים של 1×4 .

(2) כמה מפלגים של 1×2 צריך בכדי לממש מפג של 1×2^n ? (בטא באמצעות n).

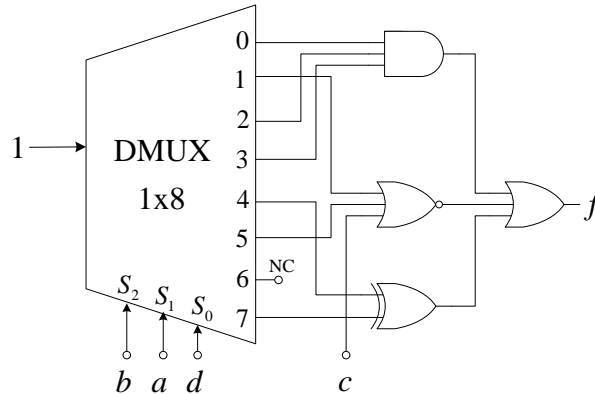
(3) ממש את הפונקציות הבאות באמצעות מפלג יחיד בגודל 1×8 :

$$f(x, y, z) = \sum(4, 5)$$

$$g(x, y, z) = \sum(0, 2, 6, 7)$$

$$h(x, y, z) = \sum(1, 2, 3, 5, 6, 7)$$

4) מצא את הפונקציה $f(a,b,c,d)$ בדיאגרמה הבאה:



5) ממש דיאגרמה לוגית עבור הפונקציה $f(x_5, x_4, x_3, x_2, x_1, x_0)$ שמופיעה בטבלת

האמת הכפולה הבאה:

x_0	0	1	0	1	0	1	0	1
x_1	0	0	1	1	0	0	1	1
$x_5 x_4 x_3 / x_2$	0	0	0	0	1	1	1	1
000	1	1	1	1	1	1	1	1
001	0	0	0	0	0	0	0	0
010	1	0	0	0	0	0	0	0
011	0	1	0	0	0	0	0	0
100	0	0	1	1	0	0	0	0
101	1	1	1	1	1	1	1	1
110	0	0	0	0	0	0	0	0
111	1	0	1	1	1	1	0	1

לרשותך בורך 8×1 , מפלג 1×8 , שער OR אחד ושער NOR אחד (כל שער הוא בעל 2 כניסות בלבד). להלן מספר דוגמאות לאופן קריאת ערכי הפונקציה מהטבלה:

$$f(x_5 = 0, x_4 = 1, x_3 = 1, x_2 = 0, x_1 = 0, x_0 = 0) = 0$$

$$f(x_5 = 1, x_4 = 1, x_3 = 1, x_2 = 0, x_1 = 0, x_0 = 0) = 1$$

$$f(x_5 = 1, x_4 = 0, x_3 = 0, x_2 = 0, x_1 = 1, x_0 = 1) = 1$$

תשובות סופיות:

1) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

2) צריך $2^n - 1$ מפלגים של 1×2 .

3) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.

$$4) f(a,b,c,d) = a\bar{c} + \bar{c}d + \bar{a}b\bar{d} + abd$$

5) דיאגרמה סופית מופיעה בסרטון.