

## תוכן העניינים:

<b>פרק 5 .....</b>	<b>פ</b>
<b>3 .....</b>	<b>חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגרייטמיים .....</b>
3.....	הגדרת הלוגריתם ומשוואות יסודיות .....
3.....	סיכום כללי : .....
3.....	שאלות : .....
5.....	תשובות סופיות : .....
6.....	חוקי הלוגריתמים : .....
6.....	סיכום כללי : .....
6.....	שאלות : .....
9.....	תשובות סופיות : .....
10.....	חישובים עם חזקה לוגריתמית : .....
10.....	סיכום כללי : .....
10.....	שאלות : .....
10.....	תשובות סופיות : .....
11.....	מעבר בין בסיסים : .....
11.....	סיכום כללי : .....
11.....	שאלות : .....
12.....	תשובות סופיות : .....
13.....	اللوجריתם הטבעي : .....
13.....	סיכום כללי : .....
13.....	שאלות : .....
14.....	תשובות סופיות : .....
15.....	משוואות עם בסיסים שונים : .....
15.....	סיכום כללי : .....
15.....	שאלות : .....
15.....	תשובות סופיות : .....
16.....	מערכת משוואות לוגריתמיות : .....
16.....	שאלות : .....
16.....	תשובות סופיות : .....
17.....	מערכת משוואות לוגריתמיות-מעריציות : .....
17.....	שאלות : .....
17.....	תשובות סופיות : .....
18.....	אי-שוויונים לוגרייטמיים : .....
18.....	סיכום כללי : .....
18.....	שאלות : .....

18	תשובות סופיות:
19	תרגול נסף:
19	הגדרת הלוגריתם ומשוואות לוגרייטמיות יסודיות:
22	תשובות סופיות:
24	חוקי הלוגריתמים ומשוואות לוגרייטמיות:
26	תרגילי הבעה – חוקי הלוגריתמים:
28	תשובות סופיות:
30	מעבר מבסיס לבסיס ומשוואות לוגרייטמיות:
31	תרגילי הבעה – נוסחת המעבר בין בסיסים:
32	הוצאתת לוג משני אגפים:
33	שאלות עם לוגריתם טבעי:
35	תשובות סופיות:
37	אי-שוויוניים לוגרייטמיים:
37	תשובות סופיות:

## פרק 5

# חוקי הלוגריתמים, משוואות ואינטגרליות לוגריתמיים

### הגדרת הלוגריתם ומשוואות יסודיות:

**סיכום כללי:**

**הגדרה:**

elogarithm מוגדר באופן הבא:  $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$  כאשר  $a > 0, a \neq 1$ .

**הסבר:**

לוגריתם על בסיס  $a$  של  $b$  מוגדר בתור החזקה שיש להעלות את  $a$  על מנת שיהיה שווה ל- $b$ . ערך חזקה זו הוא  $x$ . ערך לוגריתם יכול להיות חיובי, שלילי או אפס. נחשב ערכי לוגריתמים ונפתרו משוואות לוגריתמיות ע"י מעבר לפי ההגדרה למשוואאה מערכית מתאימה.

### **כללים יסודיים בלוגריתמים:**

מהגדרת הלוגריתם נובע כי:  $\log_a 1 = 0$  וכן  $\log_a a = 1$  לכל  $a > 0, a \neq 1$ .

**שאלות:**

1) חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הלוגריתמיים הבאים:

ג.  $\log_{25} 5$

ב.  $\log 1000$

א.  $\log_2 32$

ד.  $\log_a a^4$

ה.  $\log_4 \frac{1}{16}$

צ.  $\log_8 4$

ז.  $\log_a \frac{1}{a\sqrt{a}}$

(2) פתר את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (יסודי - שימוש בהגדרת הלוג) :

$$\log_2 x = 16 \quad \text{ב.}$$

$$\log_{36} 6 = x \quad \text{א.}$$

$$\log_x 64 = 3 \quad \text{ד.}$$

$$\log_{\frac{1}{9}} x = -1.5 \quad \text{ג.}$$

$$\log_x (3x+4) = 2 \quad \text{ו.}$$

$$\log_x 25 = 2 \quad \text{ח.}$$

(3) פתר את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (כללי - שימוש בהגדרת הלוג) :

$$\log_4 (4-x) = \frac{1}{2} \quad \text{ב.}$$

$$\log_6 (4x-2) = 1 \quad \text{א.}$$

$$\log_3 \frac{x+3}{3-3x} = -2 \quad \text{ד.}$$

$$\log_8 (x^4 - 73) = 1 \quad \text{ג.}$$

$$\log_{\sqrt{x+1}} (2x^2 - 5) = 2 \quad \text{ו.}$$

$$\log_x (2x^2 + x - 12) = 2 \quad \text{ח.}$$

(4) פתר את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (שימוש בהגדרת הלוג מספר פעמים) :

$$3 \log_{27} (\log_2 (x+3)) = 1 \quad \text{ב.}$$

$$\log_4 (\log_3 x) = 1 \quad \text{א.}$$

$$\log_6 (3 + \log_2 (6 + \log_4 (x^2 + 15))) = 1 \quad \text{ד.}$$

$$\log_{\frac{1}{16}} (\log_3 (5x^2 + 1)) = -\frac{1}{2} \quad \text{ג.}$$

(5) פתר את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (מתיקלת משווהה מעריכית) :

$$\log_3 (3 \cdot 2^x - 303) = 4 \quad \text{ב.}$$

$$\log_2 (3^x + 37) = 6 \quad \text{א.}$$

$$3 \log_2 \left( 3 \cdot 4^{1+\frac{1}{3}x} - 11 \cdot 2^{\frac{x}{3}} + 3 \right) = 12 + 2x \quad \text{ד.}$$

$$\log_5 (126 \cdot 5^x - 25) = 2x + 1 \quad \text{ג.}$$

(6) פתר את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (הצבה) :

$$2(\log_3 x)^2 + \log_3 x = 10 \quad \text{ב.}$$

$$(\log_2 x)^4 = 10000 \quad \text{א.}$$

$$\sqrt{\log_{\frac{1}{81}} x} + \sqrt{\log_{\frac{1}{81}} x + 2} = 2 \quad \text{ד.}$$

$$\frac{3 \cdot \log_{14} x + 1}{(\log_{14} x)^2} = 4 \quad \text{ג.}$$

**תשובות סופיות:**

$$-2 \text{. נ} \quad \frac{2}{3} \text{. ט} \quad \frac{1}{2} \text{. ג} \quad 3 \text{. ב} \quad 5 \text{. א} \quad \mathbf{(1)}$$

$$\quad \quad \quad . -1.5 \text{. ז} \quad \quad \quad 4 \text{. י}$$

$$x=4 \text{. ט} \quad x=27 \text{. ג} \quad x=65,536 \text{. ב} \quad x=\frac{1}{2} \text{. א} \quad \mathbf{(2)}$$

$$\quad \quad \quad . x=4 \text{. י} \quad x=5 \text{. ה}$$

$$. x=2 \text{. י} \quad x=3 \text{. ה} \quad x=-2 \text{. ט} \quad x=\pm 3 \text{. ג} \quad x=2 \text{. ב} \quad x=2 \text{. א} \quad \mathbf{(3)}$$

$$. x=\pm 1 \text{. ט} \quad x=\pm 4 \text{. ג} \quad x=5 \text{. ב} \quad x=81 \text{. א} \quad \mathbf{(4)}$$

$$. x=-6 \text{. ט} \quad x=-1, 2 \text{. ג} \quad x=7 \text{. ב} \quad x=3 \text{. א} \quad \mathbf{(5)}$$

$$x=9, \frac{1}{9\sqrt{3}} \text{. ב} \quad x=1024, \frac{1}{1024} \text{. א} \quad \mathbf{(6)}$$

$$. x=\frac{1}{3} \text{. ט} \quad x=14, \frac{1}{\sqrt[4]{14}} \text{. ג}$$

## חוקי הלוגריתמים:

### סיכום כללי:

להלן 3 חוקי הלוגריתמים עבור בסיס  $a > 0 \neq 1$  וארוגומנטים  $x$  ו-  $y$  חיוביים :

- **מכפלה לסכום :**  $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- **מנה להפרש :**  $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$
- **מוקדם למספר :**  $\log_a b^n = n \log_a b$  (כאשר  $b > 0$  ו-  $n$  מספר ממשי כלשהו).

### שאלות:

#### שאלות חישוב כלליות:

**1)** חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים (שימוש בחוקי הלוגרים) :

$$\log_{\frac{1}{5}} 40 + \log_{\frac{1}{5}} 12.5 + \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{4} \quad \text{ב.} \quad \log_3 12 + \log_3 2.25 \quad \text{א.}$$

$$\log_3 60 - \log_3 540 \quad \text{ד.} \quad \log_2 200 - \log_2 100 \quad \text{ג.}$$

$$\log_7 1.5 - \log_7 147 + \log_7 2 \quad \text{ו.} \quad \log_4 8 + \log_4 12 - \log_4 6 \quad \text{ה.}$$

$$\log_{\sqrt{4}} 6.4 + 2 \log_{\sqrt{4}} \sqrt{10} \quad \text{ח.} \quad 3 \log_5 2 - \log_5 1.6 \quad \text{ז.}$$

$$\frac{1}{4} \log 81 - \log 1.5 - \frac{1}{2} \log 40 \quad \text{ט.} \quad \frac{1}{2} \left( \log_7 \frac{7}{2} + \log_7 2 \right) + \log_7 14 - \frac{1}{3} \log_7 8 \quad \text{ט'}$$

**2)** חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים (שימוש בחוקי הלוגרים) :

$$\frac{\log_9 62.5 + \log_9 2}{\log_9 0.2} \quad \text{ב.} \quad \frac{\log_5 16}{\log_5 8} \quad \text{א.}$$

$$\frac{2 - 2 \log_3 4 + \log_3 8^{\frac{8}{9}}}{4 - \log_3 0.01 - 2 \log_3 18} \quad \text{ט.} \quad \frac{\log_3 5 - \log_3 2 + \log_3 50}{\log_3 225 - 2} \quad \text{ג.}$$

### משוואות לוגריתמיות:

(3) פתרו את המשוואות הבאות (שימוש ישיר בחוקי הלוגריתמים):

$$\log_3 x + \log_3(x+2) = 1 \quad \text{ב.} \qquad \log_2 x + \log_2(x-6) = 4 \quad \text{א.}$$

$$\log_5(x+146) - \log_5(x+2) = 2 \quad \text{ד.} \qquad \log_2(x+30) - \log_2 x = 4 \quad \text{ג.}$$

$$2\log_3(2x-1) - \log_3(22x+9) = -1 \quad \text{ה.}$$

$$2\log_5(x-2) = \log_5(4x-15) + \log_5 x \quad \text{ו.}$$

(4) פתרו את המשוואות הבאות (פתרון בשיטת לוג שווה לוג):

$$\log_5(4x-3) = \log_5 7 \quad \text{א.}$$

$$2\log_2(2x-2) - \log_2(16-x) = \log_2(x-1) + 1 \quad \text{ב.}$$

(5) פתרו את המשוואות הבאות (מתקבלת משווהה מעריצית):

$$\log_3(3 \cdot 5^x + 39) = 3 + \log_3(5^x - 3) \quad \text{א.}$$

$$\log_2(3 - 4^{x+1}) - \log_2 11 = x \quad \text{ב.}$$

(6) פתרו את המשוואות הבאות (שימוש הפוך בחוקי הלוגריתמים):

$$\log_4 x \cdot \log_4(16x) = 8 \quad \text{א.}$$

$$\log_2\left(\frac{x}{4}\right) \cdot \log_2(1024x) = -11 \quad \text{ב.}$$

$$\log_2 x^2 \log_2\left(\frac{x}{16}\right) = -\log_2(64x) \quad \text{ג.}$$

$$(\log_4 4x)^2 = \log_4 4x^2 + 1 \quad \text{ד.}$$

$$\log_3(9x^2) \cdot \log_3(9x^3) = \log_3\left(\frac{81}{x}\right) + 2 \quad \text{ה.}$$

$$\frac{\log_2\left(\frac{x^3}{32}\right)}{(\log_2 x)^2} + \frac{\log_2(2x)}{\log_2 x} = 1\frac{7}{9} \quad \text{ו.}$$

**שאלות הבעה:**

(7) נתון:  $\log_3 2 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

ב.  $\log_3 6$

א.  $\log_3 16$

ד.  $\log_3 1.5$

ג.  $\log_3 24$

(8) נתון:  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_2 5 = b$ . הבע באמצעות  $a$  ו- $b$  את ערכי הביטויים הבאים:

ג.  $\log_2 \sqrt{7.5}$

ב.  $\log_2 60$

א.  $\log_2 45$

(9) נתון:  $\log_{18} 2 + \log_{18} 3 = a$ .

הבע באמצעות  $a$  את  $\log_{18} 27$  ואת  $\log_{18} 16$

**שאלות נוספת:**

בכל אחת מהמשוואות הבאות, חשב את ערך הביטוי שמשMAIL וקבל את התוצאה מימין:

$$\log 4 \log 40 + \log 5 \log 16 = \log 64 \quad (10)$$

$$2 \log^2 2 + \log 25 \cdot \log 20 = 2 \quad (11)$$

$$\log_{12} 16 \cdot \log_{12} 4 + \log_{12} 9 \cdot \log_{12} 48 = 2 \quad (12)$$

$$\log_5 10 \cdot \log_5 75 - \log_5 3 \cdot \log_5 2 - \log_5 3 - \log_5 4 = 2 \quad (13)$$

**תשובות סופיות:**

$$\begin{array}{ccccc} 2 \text{. ח} & -2 \text{. ז} & 1 \text{. ג} & -3 \text{. ב} & 3 \text{. א} \end{array} \quad \begin{array}{c} (1) \\ .-0.5 \text{. י} \end{array} \quad \begin{array}{ccccc} 1.5 \text{. ט} & 6 \text{. ח} & 1 \text{. ז} & -2 \text{. נ} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .0.5 \text{. ז} & 1.5 \text{. ג} & -3 \text{. ב} & \frac{4}{3} \text{. א} \end{array} \quad \begin{array}{c} (2) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} x=4 \text{. י} & x=3 \text{. ט} & x=4 \text{. ז} & x=2 \text{. ג} & x=3, \frac{1}{27} \text{. ב} \end{array} \quad \begin{array}{c} (3) \\ x=8 \text{. נ} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .x=6 \text{. ב} & x=2.5 \text{. נ} \end{array} \quad \begin{array}{c} (4) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .x=-2 \text{. ב} & x=1 \text{. נ} \end{array} \quad \begin{array}{c} (5) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} x=4, \frac{1}{4} \text{. ז} & x=4, 2\sqrt{2} \text{. ג} & x=2, \frac{1}{512} \text{. ב} & x=16, \frac{1}{256} \text{. נ} \end{array} \quad \begin{array}{c} (6) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .x=8, \sqrt[7]{2^{15}} \text{. י} & x=\frac{1}{9}, \sqrt[6]{3} \text{. ט} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .1-a \text{. ז} & 3a+1 \text{. ג} & a+1 \text{. ב} & 4a \text{. א} \end{array} \quad \begin{array}{c} (7) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .\frac{1}{2}a+\frac{1}{2}b-\frac{1}{2} \text{. ג} & 2+a+b \text{. ב} & 2a+b \text{. נ} \end{array} \quad \begin{array}{c} (8) \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} .4(2a-1), 3(1-a) \end{array} \quad \begin{array}{c} (9) \\ \end{array}$$

(10) הוכחה.

(11) הוכחה.

(12) הוכחה.

(13) הוכחה.

## чисובים עם חזקה לוגריתמית:

### סיכום כללי:

מהגדרת הלוגריתם ניתן לנתח את הקשר הבא:  $x = \log_a a^x$  כאשר  $a > 0 \neq 1$ .

### שאלות:

**1)** חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים (חזקה לוגריתמית):

ב.  $4^{\log_2 5}$       א.  $6^{\log_6 8}$

**2)** נתונה התבנית:  $x = 4^x - 3 \cdot 3^x + 1$ . חשב את ערכה עבור:

ב.  $x = \log_4 \sqrt{3}$

א.  $x = \log_4 7$

ד.  $x = \log_2 \sqrt{5}$

ג.  $x = 2\log_4 0.1$

**3)** נתונה התבנית:  $\frac{1}{6} \cdot 9^x - 2 \cdot 3^x + 1$ . חשב את ערכה עבור:

ב.  $x = \log_3 5$

א.  $x = -1$

ג.  $x = \log_3 \sqrt{6}$

**4)** חשב:

ב.  $\sqrt{4^{2 - \frac{1}{3} \log_2 27}}$       א.  $\left(\frac{1}{6}\right)^{\log_{\sqrt{36}} 81}$

### תשובות סופיות:

ב. 25      א. 8      **(1)**

ג. 0.03      ב.  $3\sqrt{3}$       א. 21      **(2)**

ג.  $2 - 2\sqrt{6}$       ב.  $-4\frac{5}{6}$       א.  $\frac{19}{54}$       **(3)**

ב.  $\frac{4}{3}$       א.  $\frac{1}{81}$       **(4)**

## מעבר בין בסיסים:

### סיכום כללי:

מעבר מבסיס  $a$  לבסיס  $m$  (כאשר:  $a > 0 \neq 1$ ,  $m > 0 \neq 1$ , וכן:  $b > 0$ )

$$\log_a b = \frac{\log_m b}{\log_m a}$$

### שאלות:

#### שאלות חישוב כלליות:

**1)** חשב את ערכי הביטויים הבאים:

ב.  $\log_{0.1} 3 \cdot \log_9 1000$

א.  $\log_4 7 \cdot \log_7 4$

ד.  $\log_4 169 \cdot \log_{25} 64 \cdot \log_{13} 625$

ג.  $\log_{\sqrt{3}} 5 \cdot \log_{\sqrt{125}} 9$

**2)** הוכח את השוויונות הבאים:

א.  $\log_2 25 \cdot \log_5 3 \cdot \log_9 2 = 1$

ב.  $\log_{16} 9 \cdot \log_5 4 \cdot \log_3 5 = 1$

#### משוואות לוגריתמיות:

**3)** פתרו את המשוואות הבאים:

ב.  $\log_3 x \cdot \log_{27} x = 3$

א.  $\log_2 x + \log_{32} x = 6$

ד.  $\log_x 5 - 6 \log_{125} x = 1$

ג.  $\log_2 4x \cdot \log_8 \frac{x}{16} = -\frac{5}{3}$

### שאלות הבעה:

**4)** נתון:  $\log_4 6 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

ג.  $\log_{216} 96$

ב.  $\log_{32} 36$

א.  $\log_2 3$

**5)** נתון:  $\log_2 3 = a$ ,  $\log_3 5 = b$ . הבע באמצעות  $a$  ו-  $b$  את ערכי הביטויים הבאים:

ג.  $\log_5 22.5$

ב.  $\log_2 \sqrt{30}$

א.  $\log_3 50$

6) נתון  $\log_3 7 = a$ ,  $\log_9 2 = b$ . הבע באמצעות  $a$  ו-  $b$  את:

.  $\log 21$  א.

.  $\log_3\left(\frac{10}{7}\right)$  ב.

.  $\log_7 10$  ג.

.  $\log_{30} 63$  ד.

### שאלות נוספות:

בכל אחת מהמשוואות הבאות, חשב את ערך הביטוי שימושה וקבל את התוצאה מימין:

.  $\log_6 9 \cdot \log_{15} 30 + \log_6 5 \cdot \log_{15} 4 = 2$  7

.  $\log \sqrt{3} \cdot \log_6 50 + \log \sqrt{2} \cdot \log_6 300 = 1$  8

### תשובות סופיות:

12. א.  $2\frac{2}{3}$  ב. -1.5 ג. 1 (1)

ב. שאלת הוכחה. א. שאלת הוכחה. 2

.  $x = \frac{1}{5}, \sqrt{5}$  ד.  $x = 8, \frac{1}{2}$  ג.  $x = 27, \frac{1}{27}$  ב.  $x = 32$  א. 3

.  $\frac{a+2}{3a}$  ג.  $0.8a$  ב.  $2a-1$  א. 4

.  $\frac{2}{b} + 1 - \frac{1}{ab}$  ג.  $\frac{a}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{1}{2}$  ב.  $2b + \frac{1}{a}$  א. 5

.  $\frac{ab+2b}{b+1}$  ד.  $\frac{1}{ab}$  ג.  $\frac{1}{b} - a$  ב.  $b+ab$  א. 6

7. הוכחה.

8. הוכחה.

## הלוגריתם הטבעי:

### סיכום כללי:

לוגריתם על בסיס  $e$  (קבוע אoilר) מסומן:  $\ln$  והוא נקרא הלוגריתם הטבעי.

למשל:  $\ln \frac{1}{4} = \log_e \frac{1}{4}$  או  $\ln 3 = \log_e 3$ . לוג זה נקרא בשם **לוֹג**.

מהגדרת הלוגריתם מתקיים:  $\ln a = b \rightarrow e^b = a$  כאשר  $0 > a > b$  מספרים כלשהם.

### שאלות:

**1)** חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הלוגריתמיים הטבעיים הבאים:

$$\ln \frac{1}{e\sqrt{e}} \text{ ג.} \quad \ln \frac{1}{e^4} \text{ ב.} \quad \ln e^2 \text{ א.}$$

**2)** פתרו את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (שימוש בהגדרת הלוג):

$$\ln x = -\frac{1}{2} \text{ ב.} \quad \ln x = 2 \text{ א.}$$

**3)** פתרו את המשוואות הבאות (הצבה וחוקי הלוגריתמים):

$$\ln\left(e^{2x} - \frac{1}{2}\right) + \ln 2 = x \text{ א.}$$

$$3\ln^2 x + \ln x = 2 \text{ ב.}$$

$$\ln(e^2x^3) \cdot \ln \frac{1}{x} = \ln(ex^2) \text{ ג.}$$

**4)** פתרו את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (הוצאת לוג שניי אגפי המשוואה):

$$\left(\frac{1}{x}\right)^{2-3\ln x} = \frac{1}{e} \cdot x^{1+\ln x} \text{ ב.} \quad x^{\ln x} = e^6 x \text{ א.}$$

**5)** חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים (חזקת לוגריתמית):

$$e^{2\ln 3} \text{ ב.} \quad e^{\ln 3} \text{ א.}$$

**תשובות סופיות:**

. -1.5 .ג ב. -4 .ב א. 2 (1)

.  $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$  .ג ב.  $x = e^2$  .א (2)

.  $x = \frac{1}{\sqrt[3]{e}}, \frac{1}{e}$  .ג  $x = \sqrt[3]{e^2}, \frac{1}{e}$  .ב  $x = 0$  .א (3)

.  $x = \sqrt{e}, e$  .ג  $x = e^3, \frac{1}{e^2}$  .א (4)

. 9 .ג א. 3 (5)

## משוואות עם בסיסים שונים:

### סיכום כללי:

לעתים תתקבל משוואה מעריכית שבה לא ניתן למצוא חזקה שלמה, כגון:  $3^x = 4$ .  
במקרים אלו נעזר בהגדרת הלוג כדי לבטא את ערך המעריכי:  $x = \log_3 4$ .  
את ערך הביטוי  $\log_3 4$  ניתן לחשב ע"י מחשבון או ע"י מעבר לבסיס 10:  $\log_3 4 = \frac{\log 4}{\log 3}$ .

### שאלות:

**(1)** פתר את המשוואות הבאות (בסיסים שונים):

ב.  $2^x - 9 = 0$

א.  $3^x = 6$

ד.  $2 \cdot 3^{\frac{2x}{3}} + 5 \cdot 3^{\frac{x}{3}} + 2 = 0$

ג.  $49^x - 8 \cdot 7^x + 15 = 0$

**(2)** פתר את המשוואות הבאות (משוואות עם בסיס ולוגריתם טבעי):

ב.  $4 + 3e^x = 9$

א.  $e^{3x} = 3$

ד.  $e(e^x + 1) = 2\sqrt{e^{x+2}} + 9e$

ג.  $3e^{2x} - 4e^x + 1 = 0$

**(3)** פתר את המשוואות הבאות (משוואות כלליות עם פתרונות לא שלמים):

א.  $\log_2(7 - 5^x) = \log_2 \frac{10}{5^x}$

ב.  $\log_2(4e^{2x} + 6) - 1 = \log_2(7e^x)$

### תשובות סופיות:

ב.  $x = \log_2 9 = 3.17$

א.  $x = \log_3 6 = 1.63$  (1)

ד. אין פתרון.

ג.  $x = \log_7 3 = 0.564$ ,  $x = \log_7 5 = 0.827$

ג.  $x = 0$ ,  $x = \ln \frac{1}{3} = -1.09$

ב.  $x = \ln \frac{5}{3} = 0.51$  (2) א.  $x = \frac{1}{3} \ln 3 = 0.36$

ד.  $x = \ln 16 = 2.772$

.  $x = \ln 3 = 1.098$ ,  $x = \ln \frac{1}{2} = -0.693$  (3)

ב.  $x = \log_5 2 = 0.43$ ,  $x = 1$  א.

## מערכת משוואות לוגריתמיות:

### שאלות:

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} \log_6^2 x - \log_6(2y-2) = 2 \\ \frac{1}{2}x = y-1 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = \log_2 x \\ y = 6 - \log_2 x \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} \log_3(x+y) = \log_3(4x+y) - 2 \\ \log_5(5x+3y) = 2 \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \log_2(\log_3(x-y)) = 1 \\ \log_5(x+y-11) = \log_{25}x + \frac{1}{2}\log_5(y+2) \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} \log_2 x^2 + \log_3 \frac{1}{y} = 9 \\ \log_2 \sqrt{x} + \log_{\sqrt[3]{3}} y = -1 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \log_5 x + 6\log_4 y = 11 \\ 10\log_5 x - 2\log_4 y = 17 \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} xy = 27 \\ x^{\log_3 y} = 9 \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \log_5 x + 2^{\log_2 y} = 6 \\ x^y = 5^8 \end{cases} \quad (7)$$

$$\begin{cases} 2^{\frac{\log_4(2x-y)}{2}} = 7^{\log_7 \frac{2x+y}{15}} \\ \log_3 x + \log_3 y = \frac{1}{\log_{28} 3} \end{cases} \quad (9)$$

### תשובות סופיות:

$$(8,-5) \quad (3) \quad (36,19), \left(\frac{1}{6}, 1\frac{1}{12}\right) \quad (2) \quad (8,3) \quad (1)$$

$$\left(16, \frac{1}{3}\right) \quad (6) \quad (25,8) \quad (5) \quad (16,7) \quad (4)$$

$$(4,7) \quad (9) \quad (3,9), (9,3) \quad (8) \quad (25,4), (625,2) \quad (7)$$

## מערכת משוואות לוגרิตמיות-מעריביות:

**שאלות:**

פתרו את מערכות המשוואות הבאות:

$$\begin{cases} 25^y = (5\sqrt{5})^{x+1} \\ \log_5 \sqrt{x} + \log_5 \sqrt{y} = \log_5 3 \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} y = \log_2(4^x - 2) \\ y = 2x - 1 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x \cdot \log_2 3 = \frac{y}{\log_9 2} \\ \log_3(9^x + 27) = 2y + \log_3 12 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} 3y + 5 \log_6 x = 1 \\ 216 \cdot x^{2-y} = 6^{1-4y} \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} x = \log_4(5 - 9^y) \\ \log_2(2^x + 3) = \log_4(29 - (3^y - 3)^2) \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} (2^x - 1)^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = \log_2(y + 1) \end{cases} \quad (5)$$

**תשובות סופיות:**

$$(36, -3), \left(6, -1\frac{1}{3}\right) \quad (3)$$

$$(3,3) \quad (2)$$

$$(1,1) \quad (1)$$

$$(1,0) \quad (6)$$

$$(1,1), (2,3) \quad (5)$$

$$\left(1, \frac{1}{2}\right), (2,1) \quad (4)$$

## אי-שוויונים לוגריטמיים:

### סיכום כללי:

.  $0 < a < 1$  :  $x < y \Rightarrow a^x > a^y$  והוא  $a > 1$  :  $x > y \Rightarrow a^x > a^y$

### שאלות:

פתרו את אי-השוויונים הבאים :

$$\log_6(x^2 - 5x) < 1 \quad (2)$$

$$\log_2 x < \log_2(5x - 20) \quad (1)$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(1 - 3x) \geq \log_{\frac{1}{2}}(7 - x) \quad (4)$$

$$\log_3 x > \log_9(15 - 2x) \quad (3)$$

$$\ln x < 3 \quad (6)$$

$$\ln x \geq \ln(x^2 - 12) \quad (5)$$

$$\frac{6}{\ln^2 x} \geq 2 - \frac{1}{\ln x} \quad (8)$$

$$\ln^2 x - 6 \ln x < 7 \quad (7)$$

### תשובות סופיות:

$$-1 < x < 0, 5 < x < 6 \quad (2)$$

$$x > 5 \quad (1)$$

$$-3 \leq x \leq \frac{1}{3} \quad (4)$$

$$3 < x < 7 \frac{1}{2} \quad (3)$$

$$0 < x < e^3 \quad (6)$$

$$2\sqrt{3} < x \leq 4 \quad (5)$$

$$x \neq 1 \text{ ו } \frac{1}{\sqrt{e^3}} \leq x \leq e^2 \quad (8)$$

$$\frac{1}{e} < x < e^7 \quad (7)$$

## תרגול נוסף:

**הגדרת הלוגריתם ומשוואות לוגריתמיות יסודיות:**

חשב את ערכי הלוגריתמים הבאים:

תזכורת: הגדרת הלוגריתם  $a^x = b \Leftrightarrow \log_a b = x$  (כאשר  $a > 0, a \neq 1$ .)

$$\log_5 5 \quad (3)$$

$$\log_{125} 5 \quad (6)$$

$$\log_{\frac{1}{2}} 16 \quad (9)$$

$$\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{8} \quad (12)$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}} \frac{1}{9} \quad (15)$$

$$\log_{\frac{1}{27}} \sqrt[4]{3} \quad (18)$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt[5]{25}}} \sqrt[5]{125} \quad (21)$$

$$\log_{0.01} \frac{10}{\sqrt[4]{1000}} \quad (24)$$

$$\log_3 81 \quad (2)$$

$$\log_{32} 8 \quad (5)$$

$$\log_{32} 64 \quad (8)$$

$$\log_{\frac{1}{25}} 625 \quad (11)$$

$$\log_{\frac{5}{3}} \frac{27}{125} \quad (14)$$

$$\log_{\sqrt[4]{7}} \frac{1}{343} \quad (17)$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt[3]{27}}} \sqrt[3]{81} \quad (20)$$

$$\log \frac{\sqrt[5]{100}}{\sqrt{10}} \quad (23)$$

$$\log_2 8 \quad (1)$$

$$\log_9 243 \quad (4)$$

$$\log_{49} 7 \quad (7)$$

$$\log_{\frac{1}{3}} 27 \quad (10)$$

$$\log_{\frac{2}{3}} \frac{9}{4} \quad (13)$$

$$\log_{\sqrt[4]{5}} 125 \quad (16)$$

$$\log_{\frac{1}{\sqrt[5]{8}}} \sqrt[5]{128} \quad (19)$$

$$\log \frac{\sqrt{10}}{100} \quad (22)$$

מצא את  $x$  במשוואות הלוגריתמיות הבאות:

$$\log_6 x = 1 \quad (27)$$

$$\log_2 x = 5 \quad (26)$$

$$\log_3 x = 2 \quad (25)$$

$$\log_7 x = 0 \quad (30)$$

$$\log_4 x = -2 \quad (29)$$

$$\log_3 x = -3 \quad (28)$$

$$\log_{\frac{1}{8}} x = \frac{1}{3} \quad (33)$$

$$\log_{\frac{3}{5}} x = 4 \quad (32)$$

$$\log_{\frac{1}{3}} x = -2 \quad (31)$$

$$\log_{\sqrt{5}} x + 2 = 0 \quad (36)$$

$$7 \log_{128} x - 3 = 0 \quad (35)$$

$$4 \log_9 x - 2 = 0 \quad (34)$$

מצא את  $x$  במשוואות הלוגריתמיות הבאות :

$$\log_x 25 = 2 \quad (39)$$

$$\log_x 6 = -1 \quad (38)$$

$$\log_x 3 = 1 \quad (37)$$

$$\log_x 64 = 3 \quad (42)$$

$$\log_x 625 = 4 \quad (41)$$

$$\log_x 64 = 2 \quad (40)$$

$$\log_x \frac{1}{81} = 4 \quad (45)$$

$$\log_x \frac{4}{9} = -2 \quad (44)$$

$$\log_x \frac{1}{8} = 3 \quad (43)$$

פתרו את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (שימוש בהגדרת הלוגריתם) :

$$\log_5(6-7x) = 3 \quad (48)$$

$$\log_2(x+5) = 4 \quad (47)$$

$$\log_5(x+1) = 1 \quad (46)$$

$$\log_{64}(x+3) = \frac{1}{3} \quad (51)$$

$$\log_4(4x+1) = \frac{1}{2} \quad (50)$$

$$\log_6(3x-2) = 0 \quad (49)$$

$$\log_{0.2}(2x+1) = -2 \quad (54)$$

$$\log_{\sqrt{3}}(7x+2) = 2 \quad (53)$$

$$\log_{\sqrt{5}}(3x+1) = 4 \quad (52)$$

$$\log_3\left(x^2 - \frac{2x}{9}\right) = -3 \quad (57)$$

$$\log_6(13x-x^2) = 2 \quad (56)$$

$$\log_4(10x-x^2) = 2 \quad (55)$$

$$\log_3(x-2x^2+28) = 3 \quad (60)$$

$$\log_2(x^2-6x+13) = 3 \quad (59)$$

$$\log_2(x^2-6x+10) = 1 \quad (58)$$

$$\log_7(x^4-80) = 0 \quad (63)$$

$$\log_3(x^3-44) = 4 \quad (62)$$

$$\log_4(x^3-11) = 2 \quad (61)$$

$$\log_2 \frac{x^2-5}{x} = 2 \quad (66)$$

$$\log_3 \frac{20x+68}{5x+2} = 2 \quad (65)$$

$$\log_4 \frac{3x-1}{x+2} = 1 \quad (64)$$

$$\log_x(2x^2-6x+5) = 2 \quad (69)$$

$$\log_x(3x^2-5x+3) = 2 \quad (68)$$

$$\log_x(2x^2-9x) = 2 \quad (67)$$

$$\log_{x+2}(4x+5) = 2 \quad (72)$$

$$\log_x(2x^2+x-6) = 2 \quad (71)$$

$$\log_x(4x^2-3x) = 2 \quad (70)$$

$$\log_{\sqrt{x+1}}(x^2-x-2) = 2 \quad (75)$$

$$\log_{\sqrt{x}}\left(\frac{8}{x}\right) = 4 \quad (74)$$

$$\log_{x-3}(3x-11) = 2 \quad (73)$$

$$\log_{\sqrt{x^2+3}}(4+3x+3x^2) = 2 \quad (78)$$

$$\log_{\sqrt{x+3}}(x+5) = 4 \quad (77)$$

$$\log_4(10x-x^2) = 2 \quad (76)$$

פתרו את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (שימוש בהגדרת הלוגריתם מספר פעמים) :

$$2\log_9(\log_5(2x-1))=1 \quad (80)$$

$$\log_3(\log_2 x)=1 \quad (79)$$

$$\log_{\frac{1}{16}}(\log_3(x^2 - 7.5x)) = -\frac{1}{2} \quad (82)$$

$$\log_2(\log_3(x+3)+30)=5 \quad (81)$$

$$\log_{25}(2-5^{x+2})=x+2 \quad (84)$$

$$\log_2\left(\log_{0.25}\left(x^2 + \frac{1}{4}\right)\right)=-1 \quad (83)$$

$$\log_5\left(4+\log_6\left(3+\log_4\left(x^2 + 15\right)\right)\right)=1 \quad (86)$$

$$\log_5\left(\log_3\left(\log_3(5x^2 + 7)\right)\right)=0 \quad (85)$$

פתרו את המשוואות הלוגריתמיות הבאות (מתΚבלת משווהה מערכית) :

$$\log_3(5 \cdot 2^x + 1) = 4 \quad (88)$$

$$\log_2(5^x + 3) = 7 \quad (87)$$

$$\log_5(5^x + 120) - x = 2 \quad (90)$$

$$\log_2(12 - 2^x) = x + 1 \quad (89)$$

$$\log_9(10 \cdot 3^x - 9) = x \quad (92)$$

$$\log_4(5 \cdot 2^{x+1} - 16) = x \quad (91)$$

$$\log_4(17 - 4^x) + x = 2 \quad (94)$$

$$\log_5(30 - 5^x) + x = 3 \quad (93)$$

$$\log_2(5 \cdot 2^{x+1} - 1) = 2x + 4 \quad (96)$$

$$\log_5(49 \cdot 5^x - 120) = 2x + 1 \quad (95)$$

$$3\log_2\left(9 \cdot 2^{\frac{x+1}{3}} - 1\right) = 15 + 2x \quad (98)$$

$$\log_8(3 - 23 \cdot 8^{3x}) = 6x + 1 \quad (97)$$

פתרו את המשוואות הלוגריתמיות הבאות :

הדרך : היעזר בהצבה של  $\log_a x = t$ , פטור משווהה עבור  $t$  ווחזור את ההצבה למיציאת  $x$  עפ"י הגדרת הלוגריתם.

$$(\log_2 x)^2 + 2 \cdot \log_2 x - 15 = 0 \quad (100)$$

$$(\log_3 x)^2 = 16 \quad (99)$$

$$\log_7 x - \frac{6}{\log_7 x} = 1 \quad (102)$$

$$2 \cdot (\log_4 x)^2 - 5 \cdot \log_4 x = 3 \quad (101)$$

$$\frac{5 \cdot \log_{64} x - 1}{(\log_{64} x)^2} = 6 \quad (104)$$

$$\frac{12}{\log_3 x + 1} - \frac{2}{\log_3 x} = 3 \quad (103)$$

$$\sqrt{\log_{16} x} + \sqrt{\log_{16} x + 2} = 2 \quad (106)$$

$$\log_3 x + \sqrt{\log_3 x} = 2 \quad (105)$$

$$(\log_3 x)^2 - \sqrt{(\log_3 x)^2 + 27} = 3 \quad (107)$$

**תשובות סופיות:**

2.5 (4)	1 (3)	4 (2)	3 (1)
$\frac{6}{5}$ (8)	$\frac{1}{2}$ (7)	$\frac{1}{3}$ (6)	0.6 (5)
1.5 (12)	-2 (11)	-3 (10)	-4 (9)
9 (16)	6 (15)	-3 (14)	-2 (13)
$-\frac{8}{9}$ (20)	$-\frac{7}{15}$ (19)	$-\frac{1}{12}$ (18)	-9 (17)
$-\frac{1}{8}$ (24)	-0.1 (23)	-1.5 (22)	-0.9 (21)
$\frac{1}{27}$ (28)	6 (27)	32 (26)	9 (25)
$\frac{81}{625}$ (32)	9 (31)	1 (30)	$\frac{1}{16}$ (29)
0.2 (36)	8 (35)	3 (34)	0.5 (33)
8 (40)	5 (39)	$\frac{1}{6}$ (38)	3 (37)
1.5 (44)	0.5 (43)	4 (42)	5 (41)
-17 (48)	11 (47)	4 (46)	$\frac{1}{3}$ (45)
8 (52)	1 (51)	0.25 (50)	1 (49)
9 , 4 (56)	8 , 2 (55)	12 (54)	$\frac{1}{7}$ (53)
$1, -\frac{1}{2}$ (60)	1 , 5 (59)	4 , 2 (58)	$\frac{1}{3}, -\frac{1}{9}$ (57)
-9 (64)	$\pm 3$ (63)	5 (62)	3 (61)
1.5 (68)	9 (67)	5 , -1 (66)	2 (65)
1 (72)	2 (71)	$\emptyset$ (70)	5 (69)
2 , 8 (76)	3 (75)	2 (74)	5 (73)
63 (80)	8 (79)	$-1, -\frac{1}{2}$ (78)	-1 (77)

-2 (84)	$\pm \frac{1}{2}$ (83)	13.5 , -6 (82)	6 (81)
4 (88)	3 (87)	$\pm 7$ (86)	$\pm 2$ (85)
0 , 2 (92)	3 , 1 (91)	1 (90)	2 (89)
-3 , -1 (96)	0.974 , 1 (95)	0 , 2 (94)	2 , 1 (93)
$8 , \frac{1}{32}$ (100)	$81 , \frac{1}{81}$ (99)	-12 , -3 (98)	$-\frac{1}{3}$ (97)
8 , 4 (104)	$\sqrt[3]{3} , 9$ (103)	$343 , \frac{1}{49}$ (102)	$64 , \frac{1}{2}$ (101)
	$27 , \frac{1}{27}$ (107)	2 (106)	3 (105)

## חוקי הלוגריתמים ומשוואות לוגרิตמיות:

### תזכורת – חוקי הלוגריתמים:

$$\log_x(x)^n = n \cdot \log_a x \quad \log_x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y} \quad \log_a x + \log_a y = \log_a(x \cdot y)$$

חשב את ערכי הביטויים הבאים :

$$\log_8 4 + \log_8 16 \quad (2)$$

$$\log_3 6 + \log_3 1.5 \quad (1)$$

$$\log_5 150 - \log_5 6 \quad (4)$$

$$\log_2 10 + \log_2 6.4 \quad (3)$$

$$\log_2 768 - \log_2 6 \quad (6)$$

$$\log_4 192 - \log_4 3 \quad (5)$$

$$\log_{0.2} 2 - \log_{0.2} 10 \quad (8)$$

$$\log_{81} 120 - \log_{81} 40 \quad (7)$$

$$2 \log_6 2 + \log_6 9 \quad (10)$$

$$\log_{0.25} 80 - \log_{0.25} 5 \quad (9)$$

$$3 \log_3 6 + \log_3 3.375 \quad (12)$$

$$\log_4 1.6 + 2 \log_4 \sqrt{10} \quad (11)$$

$$\log_4 24 + \log_4 5 - \log_4 10 - \log_4 3 \quad (14)$$

$$\log_3 18 + \log_3 6 - \log_3 4 \quad (13)$$

$$\log_6 10 - \log_6 5 - \log_6 288 + \log_6 4 \quad (16)$$

$$\log_5 50 + \log_5 20 - \log_5 2 - \log_5 4 \quad (15)$$

$$\frac{1}{2} \left( \log_5 \frac{5}{2} + \log_5 2 \right) + \log_5 10 - \frac{1}{3} \log_5 8 \quad (18)$$

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt{3}} 25 + 2 \log_{\sqrt{3}} 2 - \log_{\sqrt{3}} 60 \quad (17)$$

$$-\frac{1}{4} \log_{\sqrt{7}} 81 + 2 \log_{\sqrt{7}} 6 - \log_{\sqrt{7}} 84 \quad (20)$$

$$\frac{1}{2} \log_{\sqrt[3]{2}} 6 - \frac{1}{2} \log_{\sqrt[3]{2}} 3 + \frac{3}{2} \log_{\sqrt[3]{2}} 4 \quad (19)$$

חשב את ערכי הביטויים הבאים :

**טיפ:** הפוך את המספריים השלמים לביטוי לוגריטמי לפי :

וחבר אותם לביטויים הנוספים לפי חוקי הלוגריתמים.

$$\frac{\log_7 4 + \log_7 8}{\log_7 2} \quad (23)$$

$$\frac{\log_4 125}{\log_4 5} \quad (22)$$

$$\frac{\log_3 16}{\log_3 8} \quad (21)$$

$$\frac{\log_7 5 + \log_7 3 - 4}{\log_7 225 - \log_7 256} \quad (26)$$

$$\frac{\log_2 5 - \log_2 2 + 1}{\log_2 200 - 3} \quad (25)$$

$$\frac{\log_3 6 + 2}{\log_3 108 - \log_3 2} \quad (24)$$

$$\frac{2 - 2 \log_3 4 + \log_3 8 \cdot \frac{8}{9}}{4 - \log_3 0.01 - 2 \log_3 18} \quad (29)$$

$$\frac{\log_4 18 - \log_4 2 + \log_4 36}{2 \log_4 6 - 3 \log_4 8 + 4} \quad (28)$$

$$\frac{2 - 3 \log 5 + \log 50}{1 + \log 128 - 5 \log 2} \quad (27)$$

חשב את ערכי הביטויים הבאים (הלוגריתם לפי בסיס 10) :

$$\frac{\log 8}{\log \sqrt{8}} \quad (32)$$

$$\frac{\log 8}{\log 16} \quad (31)$$

$$\frac{\log 27}{\log 9} \quad (30)$$

$$\frac{\log 36 + 0.5 \log 6}{\log 12 - \log 2} \quad (35)$$

$$\frac{\log 72 - \log 8}{\log \sqrt{27}} \quad (34)$$

$$\frac{\log 24 - \log 3}{\log 2} \quad (33)$$

$$\frac{1 + \log 5}{\log 2 + 2 \log 5} \quad (36)$$

(37) הוכח את נכונות השוויוניים הבאים (לפי בסיס 10) :

$$\frac{\log 125 - 1 + \log 2}{\log 5 + 1 - \log 2} = 1 \quad \text{א.}$$

$$\frac{2 - \log 25 + 2 \log 8}{\log \sqrt[3]{16}} = 6 \quad \text{ב.}$$

$$\frac{\log 9 + 2 \log 5 + \log 4}{\log 10 - \log 2 + \log 6} = 2 \quad \text{ג.}$$

פתרו את המשוואות הבאות (איחוד ביטויים באמצעות חוקי הלוגריתמים) :

$$\log_{15} x + \log_{15} (x-2) = 1 \quad (39)$$

$$\log_4 x + \log_4 (x-6) = 2 \quad (38)$$

$$\log_{35} (x-8) + \log_{35} (x-6) = 1 \quad (41)$$

$$\log_2 x + \log_2 (x-3) = 2 \quad (40)$$

$$\log_3 (x+105) - \log_3 (x+1) = 3 \quad (43)$$

$$\log_2 (x+14) - \log_2 x = 3 \quad (42)$$

$$\log_2 (2x+8) = 2 + \log_2 (5-x) \quad (45)$$

$$\log_2 (3x+4) - \log_2 (x-2) = 1 \quad (44)$$

$$\log_2 (11x+4) - \log_2 (2x+1) = \log_2 (2x+3) \quad (47) \quad \log_3 (x^2 + 11) = 1 + \log_3 (2x+1) \quad (46)$$

$$\log_5 (30x+9) - \log_5 (4x+5) = \log_5 (3x+2) \quad (48)$$

$$2 \log_5 (x+1) = \log_5 (2x+3.5) + \log_5 x \quad (49)$$

$$\log_2 (x-4) + \log_2 (x+2) - \log_2 (x-3) = 3 \quad (50)$$

$$\frac{\log_7 (12x-35)}{2 \log_7 x} = 1 \quad (51)$$

פתרו את המשוואות הבאות (שימוש בהגדרת הלוגריתם וקבלת משווהה מעריכית) :

$$\log_2(5^x + 19) = 3 + \log_2(8 - 5^x) \quad (53) \quad \log_3(2^x + 2) - \log_3(2^x - 14) = 2 \quad (52)$$

$$\log_3(25^x + 8) - 2 = x \log_3 5 \quad (55) \quad 1 + (x+2) \log_3 2 = \log_3(4^x + 32) \quad (54)$$

$$x \log_2 4 = \log_2(2^x + 28) + x - 3 \quad (57) \quad \log_3(9^{x+3} - 1) = x + 5 + \log_3(3^{x+3} - 1) \quad (56)$$

פתרו את המשוואות הבאות (פתיחה באמצעות חוקי הלוגריתמים) :

$$\log_4(16x) \cdot \log_4(64x) = 12 \quad (59) \quad \log_3 x \cdot \log_3(3x) = 6 \quad (58)$$

$$\log_2 x \cdot \log_2 \frac{x}{8} = -2 \quad (61) \quad \log_2(32x) \cdot \log_2(128x) = 48 \quad (60)$$

$$\log_4 x^2 \cdot \log_4 \frac{16}{x} = \log_4(4x) \quad (63) \quad \log_3\left(\frac{27}{x}\right) \cdot \log_3(81x) = 10 \quad (62)$$

$$(\log_3 3x)^2 = \log_3 3x^2 + 1 \quad (65) \quad \log_2 x^2 \cdot \log_2(8x) = \log_2\left(\frac{16}{x}\right) \quad (64)$$

$$\log_3(27x^3) \cdot \log_3(3x^2) = \log_3\left(\frac{81}{x}\right) + 3 \quad (67) \quad (\log_5 25x)^2 = \log_5 25x^2 + 1 \quad (66)$$

$$2 \log_5 x \cdot \log_5\left(\frac{125}{x^2}\right) = 2 \quad (69) \quad \log_2\left(\frac{x^2}{2}\right) \cdot \log_2(32x^2) = \log_2\left(\frac{x}{128}\right) + 2 \quad (68)$$

$$\frac{\log_2\left(\frac{x^3}{32}\right)}{(\log_2 x)^2} + \frac{\log_2(2x)}{\log_2 x} = 1 \frac{7}{9} \quad (71) \quad \frac{\log_7\left(\frac{343}{x^2}\right)}{(\log_7 x)^2} + \frac{1}{4} = 0 \quad (70)$$

### תרגילי הבהה – חוקי הלוגריתמים:

(72) נתון .  $\log_2 7 = a$  : הבע באמצעות  $a$  את הביטויים הבאים :

$$\text{ב. } \log_2 49 \quad \text{א. } \log_2 14$$

(73) נתון :  $\log_3 5 = a$  . הבע באמצעות  $a$  את הביטויים הבאים :

$$\text{ב. } \log_3 0.2 \quad \text{א. } \log_3 125$$

(74) נתון :  $\log_{24} 6 = a$  : הבע באמצעות  $a$  את הביטויים הבאים :

$$\text{ב. } \log_{24} 3 \quad \text{א. } \log_{24} 2$$



**תשובות סופיות:**

3 (5)	2 (4)	6 (3)	2 (2)	2 (1)
2 (10)	-2 (9)	1 (8)	0.25 (7)	7 (6)
3 (15)	1 (14)	3 (13)	6 (12)	2 (11)
-2 (20)	10.5 (19)	1.5 (18)	-2 (17)	-2 (16)
0.5 (25)	1 (24)	5 (23)	3 (22)	$\frac{4}{3}$ (21)
1.5 (30)	0.5 (29)	2 (28)	1 (27)	0.5 (26)
2.5 (35)	$\frac{4}{3}$ (34)	3 (33)	2 (32)	0.75 (31)
4 (40)	5 (39)	8 (38)	הוכחה (37)	1 (36)
2 (45)	$\emptyset$ (44)	3 (43)	2 (42)	13 (41)
8 (50)	0.5 (49)	$\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ (48)	$1, -\frac{1}{4}$ (47)	4, 2 (46)
1.292 , 0 (55)	3 , 2 (54)	1 (53)	4 (52)	5 , 7 (51)
$2, \frac{1}{2^{13}}$ (60)	$4, \frac{1}{4^6}$ (59)	$9, \frac{1}{27}$ (58)	2 (57)	$\emptyset$ (56)
$3, \frac{1}{3}$ (65)	$\sqrt{2}, \frac{1}{16}$ (64)	2 (63)	$\frac{1}{9}, 3$ (62)	2 ,4 (61)
$49, 7^6$ (70)	$\sqrt{5}$ (69)	$1, 0.2973$ (68)	$\frac{1}{9}, \sqrt[3]{3}$ (67)	0.2 (66)
			$3, 2\frac{1}{7}$ (71)	
		. 2a .ב		a+1 .נ (72)
		. -a .ב		3a .נ (73)
		. $\frac{3a-1}{2}$ .ב		$\frac{1-a}{2}$ .נ (74)
	. 1.5a .א	0.5a .ב		2a .נ (75)
	. a+2b .א	a-b .ב		a+b .נ (76)

$a+1-b$	. ב	$a-2b$	. נ	(77)
$2a+b$	. ב	$a+b$	. נ	(78)
$b+\frac{2}{3}a$	. ב	$\frac{b+a}{2}$	. נ	(79)
$\frac{a-3b}{5}$	. ב	$\frac{b-2a}{2}$	. נ	(80)
$\frac{2a-3b}{4}$	. ב	$2b-3a$	. נ	(81)
9 (86)	2 (85)	6 (84)	12 (83)	3 (82)
243 (91)	27 (90)	8 (89)	16 (88)	64 (87)
4 (96)	27 (95)	4 (94)	$\sqrt[4]{4}$ (93)	$\frac{1}{27}$ (92)
$\frac{1}{81}$ (101)	0.25 (100)	2 (99)	$5^6$ (98)	$\sqrt{2}$ (97)
$\frac{2}{\sqrt[9]{25}}$ (106)	$\sqrt{216}$ (105)	3 (104)	1.5 (103)	10 (102)



$$\log_x(27x) \cdot \log_{81x}\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{4}{5} = 0 \quad (34)$$

$$\log_x 4 + 3\log_{4x} 16 = 4 \quad (33)$$

$$3 \cdot \log_{\sqrt{x}}(6x) - \log_{36} x = 4 \quad (36)$$

$$2\log_{4x} 8 \cdot \log_{\frac{x}{2}}(16x) = 9 \quad (35)$$

$$\log_x 5 \cdot \log_{5x}(5x^2) = 2 \cdot \log_{25x} 5 \quad (37)$$

### תרגילי הבעה – נוסחת המעבר בין בסיסים:

(38) נתון:  $\log_2 5 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\log_5 2$

ב.  $\log_4 5$

ג.  $\log_{16} 5$

(39) נתון:  $\log_4 6 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\log_2 3$

ב.  $\log_{32} 36$

ג.  $\log_{216} 96$

(40) נתון:  $\log_3 5 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\log_3 15$

ב.  $\log_{15} 3$

ג.  $\log_9 25$

(41) נתון:  $\log 2 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\log 80$

ב.  $\log_8 40$

ג.  $\log_{80} 2000$

42) נתון:  $\log_5 6 = a$ . הבע באמצעות  $a$  את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\log_{36} 30$

ב.  $\log_{216} 180$

ג.  $\log_{\frac{1}{6}} \sqrt{125}$

43) נתון:  $\log 2 = 0.3$ . חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א.  $\log_{\sqrt{2}} 100$

ב.  $\log_8 40$

ג.  $\log_{\frac{1}{4}} 5$

44) ענה על השעיפים הבאים:

א. הוכח כי לכל  $a, b > 0 \neq 1$  מתקיימת הטענה הבאה:

$$\log_a b = \frac{b}{\log_b a}$$

ב. נתון:  $\log_a 5 = b$ . הוכח כי מתקיים:

$$2 \cdot \log_3 a \cdot \log_{(b+c)} 3 = 1$$

הוכח כי לכל  $a, b, c > 0 \neq 1$  מתקיים:

### הוצאת לוג משני אגפים:

פתרו את המשוואות הבאות (הוצאת לוג משני אגפים):

$$x^{1+\log_3 x} = 729 \quad (47)$$

$$x^{\log_3 x} = 3 \quad (46)$$

$$x^{\log_2 x} = 16 \quad (45)$$

$$x^{9-3\log_2 x} = \frac{x}{8} \quad (50)$$

$$x^{2\log_3 x+8} = x \quad (49)$$

$$x^{3\log_5 x+2} = 5 \quad (48)$$

### שאלות עם לוגריתם טבעי:

(51) חשב ללא מחשבון את ערכי הביטויים הבאים:

$$\ln \sqrt[3]{e^2}$$

$$\ln \sqrt[5]{\frac{1}{e^3}}$$

$$\ln e^2$$

$$2 \ln e + 3 \ln \sqrt{e} - \ln e^3$$

$$e^{2 \ln 3}$$

$$\frac{3 \ln x - 4 \ln \sqrt{\frac{1}{x}} - \ln \sqrt[4]{x}}{\ln x^3 + 2 \ln \frac{1}{\sqrt{x}}}$$

$$\frac{e^{\ln 7} - \ln^3 e^2 + 3 \ln \sqrt{e}}{\ln 5e^2 + \ln 0.2}$$

$$\ln \sqrt{e}$$

$$\ln \sqrt[4]{e \cdot e^2}$$

$$\ln^2 e$$

$$\ln 16 + \ln 3 - \ln 12 - \ln 4$$

$$e^{\ln 3}$$

$$\frac{3 \ln x + 4 \ln \frac{1}{x^2} - \ln \sqrt[4]{x}}{\ln x^3 + 2 \ln \sqrt{x}}$$

$$\frac{\ln \frac{4}{e^3} + e^{3 \ln 2} - 2 \ln 2}{\ln^3 \sqrt[4]{e}}$$

(52) פתר את המשוואות הבאות (משוואות עם לוגריתם טבעי):

$$5 + 2 \ln x = 14$$

$$\ln x + 7 = 0$$

$$\ln(5-x) = 2$$

$$\ln(x+1) = 3$$

$$3 \ln(2x-3) = 18$$

$$\ln(1-3x) = 4$$

$$\ln(x^2 + 5x + 5) = 0$$

$$\ln(x^2 - 2x - 2) = 0$$

$$\ln(2e^x - 3) = x$$

$$\ln(e^x - 1) = 0$$

$$2 \ln^4 x + 3 = 165$$

$$3 \ln^5 x = 20.4$$

$$\ln(6-x) + \ln(x+2) = \ln 15$$

$$\ln(x-3) + \ln(x+4) = -\ln 10$$

$$\frac{\ln(2x^2 - 6x - 7)}{\ln(3-x)} = 2 . \text{ט}$$

$$\ln(x+2) - \ln(x-1) = 2 . \text{ט}$$

$$\ln(e^{2x} + 5) - \ln(e^x + 1) = \ln 3 . \text{ט}$$

$$\frac{\ln(4x+3)}{\ln(x^2)} = \frac{1}{2} . \text{ט}$$

$$\frac{2\ln^2 x - 5\ln x}{2} + 1 = 0 . \text{ט}$$

$$\ln(1-e^x) - \ln(6+e^x) = 6 . \text{ט}$$

$$x \ln x = 2x . \text{ט}$$

$$x \ln x = 3 \ln x . \text{ט}$$

$$2 \ln^2 x + 2 = 2.5 \ln x^2 . \text{ט}$$

$$5 \ln^2 x - 3 = \ln x^2 . \text{ט}$$

: (53) פתר את המשוואות הבאות (משוואות מעריכיות עם פתרון המבוטא ע"י  $\ln$ )

$$3e^x + 7 = 5 . \text{ט}$$

$$e^x = 17 . \text{ט}$$

$$e^{2x-3} = 5 . \text{ט}$$

$$3e^x + 7 = 5e^x . \text{ט}$$

$$e^{2x} + 7e^x = 30 . \text{ט}$$

$$3e^{x+8} + 2 = e^{\ln 6} . \text{ט}$$

$$2e^x - 9 = 3(\sqrt{e})^x . \text{ט}$$

**תשובות סופיות:**

-1 (4)	$\frac{2}{3}$ (3)	1 (2)	1 (1)	
0.1 (8)	15 (7)	12 (6)	$2\frac{2}{3}$ (5)	
3 (20)	25 (19)	81 (18)	8 (17)	
$27, \frac{1}{243}$ (24)	$16, \frac{1}{128}$	$125, \frac{1}{125}$ (22)	4 (21)	
$5, \frac{1}{625}$	$\sqrt{3}, \frac{1}{3}$	2 (26)	0.07, 4 (25)	
$\frac{1}{4\sqrt{2}}, 2$	$\frac{1}{5\sqrt{5}}, 5^5$	0.2, 3 (30)	2 (29)	
$6^6, \frac{1}{36}$	$4, \frac{1}{\sqrt[3]{128}}$	3 (34)	4 (33)	
$\frac{a}{4} \cdot \lambda$	$\frac{a}{2} \cdot \lambda$	$\frac{1}{a} \cdot \lambda$ (38)	$\frac{1}{\sqrt[3]{25}}$ (37)	
$\frac{a+2}{3a} \cdot \lambda$		0.8a · ב	$2a-1 \cdot \lambda$ (39)	
$\cdot a \cdot \lambda$		$\frac{1}{a+1} \cdot \lambda$	$a+1 \cdot \lambda$ (40)	
$\cdot \frac{a+3}{3a+1} \cdot \lambda$		$\frac{2a+1}{3a} \cdot \lambda$	$3a+1 \cdot \lambda$ (41)	
$\cdot -\frac{1.5}{a} \cdot \lambda$		$\frac{2a+1}{3a} \cdot \lambda$	$\frac{a+1}{2a} \cdot \lambda$ (42)	
$\cdot -1\frac{1}{6} \cdot \lambda$		$1\frac{7}{9} \cdot \lambda$	$13\frac{1}{3} \cdot \lambda$ (43)	
$\frac{1}{5}, \sqrt[3]{5}$ (48)	$9, \frac{1}{27}$ (47)	$3, \frac{1}{3}$ (46)	0.25, 4 (45)	
		$8, \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$	$\frac{1}{81}, \sqrt{3}$ (49)	
1 · נ	-0.3 · ת	$\frac{3}{4} \cdot \lambda$	$\frac{2}{3} \cdot \lambda$	0.5 · נ (51)
$2\frac{3}{8} \cdot \lambda$	$-1\frac{5}{16} \cdot \tau$	0.5 · ח	0 · ג	.2 · ו
.320 · ו	$\frac{1}{4} \cdot \text{ט}$	25 · ו	9 · יב.	3 · יא.

$5 - e^2$ . ת	$e^3 - 1$ . א	$e^{4.5} \approx 90.017$ . ב	$e^{-7} \approx 0.00091 \approx 0.001$ . נ (52)
-4 , -1 . ח	-1 , 3 . ז	$\frac{e^6 + 3}{2} \approx 203.214$ . י	-17.87 . ה
4.337 . יא	3 , 1 . ז	ln 3 . ז	ln 2 . ט
0 , ln 2 . ח	-0.6 . ז	3.014 . ג	$e^3 \approx 20.086$ , $e^{-3} \approx 0.05$ . ב
1 , 3 . כא	$e^2 \approx 7.389$ , $\sqrt{e} \approx 1.649$	כ . ג	$\frac{e^2 + 2}{e^2 - 1} \approx 1.47$ . ט
. $e^2$ , 1.649 . כט	$e$ , 0.548	כג . ג	$e^2$ . כב
ln 3.5 ≈ 1.25 . ג	ב. אין פתרונות.		ln 17 ≈ 2.83 . א (53)
	$\ln\left(\frac{4}{3}\right) - 8 \approx -7.712$ . ח		$\frac{\ln 5 + 3}{2} \approx 2.3$ . ט
	. 2 ln 3 ≈ 2.198 . ז		ln 3 ≈ 1.099 . י

