

תוכן העניינים:

2	פרק 4
2	משוואות ואי-שוויונים מעריכיים
2	משוואות מעריכיות :
2	סיכום כללי :
2	שאלות :
3	תשובות סופיות :
4	משוואות עם חיבור וחסור איברים :
4	סיכום כללי :
4	שאלות :
5	תשובות סופיות :
6	משוואות עם קבוע אוילר :
6	סיכום כללי :
6	שאלות :
6	תשובות סופיות :
7	מערכת משוואות מעריכיות :
7	שאלות :
7	תשובות סופיות :
8	אי שוויונים מעריכיים :
8	סיכום כללי :
8	שאלות :
8	תשובות סופיות :
9	תירגול נוסף :
9	שאלות :
15	תשובות סופיות :

פרק 4

משוואות ואי-שוויונים מעריכיים

משוואות מעריכיות:

סיכום כללי:

- פתרון כללי של משוואת מעריכית מהצורה: $a^x = a^y$ הוא: $x = y$.
- פתרון של משוואה מהצורה: $a^x = 1$ הוא: $x = 0$ שכן: $a^x = 1 = a^0$.
- פתרון של משוואה מהצורה: $a^x = b^x$ הוא: $x = 0$ שכן: $a^x = b^x = 1$ ללא תלות בבסיסים.

שאלות:

1) פתור את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי החזקות היסודיים):

ב. $5^x \cdot 25^{x+2} = 125$

א. $2^x = 16$

ד. $9^x \cdot 3^{x^2} = 81^{3x-4}$

ג. $10^{x-2} = 10000^{x+1}$

ו. $(5^{x^2})^5 \cdot \frac{1}{5^5} = 625^{x-1}$

ה. $(2^x \cdot 32)^3 = 8$

ח. $(25 \cdot 0.2^{2x})^2 = \left(\frac{1}{125}\right)^{1-x}$

ז. $\frac{7^x}{343^3} = 1$

2) פתור את המשוואות הבאות (הבסיס הוא שבר):

ב. $\left(\frac{3}{4}\right)^{2-x} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{3x} = \left(\frac{9}{16}\right)^{7+x}$

א. $27 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{5x+2} = 8$

ג. $25 \left(\frac{7}{5}\right)^{x^2-2x} \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{4-x} = 49$

3 פתור את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי השורשים):

$\sqrt{3^{x+7}} = 81$.ב	$\sqrt{27} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{2x} = 9\sqrt{3}$.א
$\sqrt[3]{16} \cdot \left(\frac{1}{2^x}\right)^3 = \frac{1}{16}$.ד	$(9\sqrt{27})^{3x} \cdot 3^{2-x} = \frac{1}{9}$.ג
$5^x \cdot \frac{1}{25^5} = 125^{\sqrt{x}}$.ו	$2^{\sqrt{x}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2^x}} = 8(\sqrt{8})^{-\sqrt{x}}$.ה

4 פתור את המשוואות הבאות (מכפלת בסיסים שונים):

$3^x \cdot \frac{625}{\sqrt{25^x}} = 81$.ב	$2^x = 7^x$.א
$2^{x+1} \cdot 3^{x-2} \cdot 7^x = 392$.ד	$2^{3x} \cdot 5^{3x} = 1000000$.ג
$108 \cdot \frac{1}{2^{1-2x}} = 72^x \cdot \sqrt{0.5}$.ו	$243 \cdot 2^{x-1} \cdot 18^{x-9} = \frac{1}{3^{x-2}}$.ה
	$2^{2x+2} \cdot 5^{x+1} = (2\sqrt{5})^{4-x}$.ז

תשובות סופיות:

$x = -4$.ה	$x = 2, 8$.ד	$x = -2$.ג	$x = -\frac{1}{3}$.ב	$x = 4$.א (1)
		$x = 1$.ח	$x = 9$.ז	$x = 1, -\frac{1}{5}$.ו
		$x = 3, -2$.ג	$x = -2$.ב	$x = -1$.א (2)
$x = 25$.ו	$x = 4, 9$.ה	$x = 2, -\frac{2}{3}$.ד	$x = -\frac{8}{19}$.ג	$x = 1$.ב
		$x = 2$.ד	$x = 2$.ג	$x = -\frac{1}{2}$.א (3)
	$x = 5$.ה		$x = 4$.ב	$x = 0$.א (4)
			$x = \frac{2}{3}$.ז	$x = 1.5$.ו

משוואות עם חיבור וחסור איברים:

סיכום כללי:

במשוואות הכוללות חיבור וחסור של איברים, נאתר את הבסיס עם המעריך הקטן ביותר ונסמן אותו ב- t , למשל במשוואה: $4^x - 3 \cdot 2^x = 4$ נסמן: $2^x = t$.
נבטא את כל איברים המשוואה באמצעות t ונפתור אותה עבורו.
לאחר מכן נחזיר את ההצבה למציאת ערכי ה- x המתאימים.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות עם חיבור וחסור ממעלה ראשונה):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } 2^x + 6 \cdot 2^x = 56 & \text{ב. } 8^x + 3 \cdot 8^x = 256 \\ \text{ג. } 5 \cdot 3^x - 3^{x+1} = 162 & \text{ד. } 2 \cdot 6^x + 6^{x+2} - 6^{x-1} = 227 \end{array}$$

(2) פתור את המשוואות הבאות (משוואות כלליות עם חיבור וחסור ממעלה ראשונה):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } 81^{x+1} + 18 \cdot 3^{4x-3} = 735 & \text{ב. } 5^{3x+2} + 4 \cdot 125^x = 29 \\ \text{ג. } (2^{3x+1})^2 - 64^{x-\frac{1}{3}} = 15 & \text{ד. } \sqrt{10000^{x+1}} - \sqrt[4]{10^{8x+1}} = \sqrt[4]{1000} \cdot (\sqrt[4]{10^7} - 1) \\ \text{ה. } 6^{-x} - 5 \cdot 36^{-\left(\frac{x}{2}+1\right)} = 186 & \text{ו. } 5^{-x} + 25^{\frac{1-x}{2}} - 5^{-x-1} = 145 \\ \text{ז. } 2 \cdot 10^{x+1} + 10^{x+2} = 3 \cdot 5^{x+1} & \text{ח. } 4^{x+2} - 6 \cdot 4^x = 7 \cdot 12^{x+1} + 6 \cdot 12^x \end{array}$$

(3) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם חיבור וחסור ממעלה שנייה):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } 9^x - 36 \cdot 3^x + 243 = 0 & \text{ב. } 16^{x+1} - 65 \cdot 4^x + 4 = 0 \\ \text{ג. } 6^x - 4 \cdot 6^{-x} + 3 = 0 & \text{ד. } 4^{-x} - 3 \cdot 4^x + 2 = 0 \\ \text{ה. } \left(\frac{4}{9}\right)^x - \frac{5}{2} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-x-1} = -\frac{2}{3} & \text{ו. } \left(2^{\frac{1}{3}x+2}\right)^2 - 5 \cdot 2^{\frac{1}{3}x+1} + 1 = 0 \end{array}$$

(4) פתור את המשוואות הבאות (משוואות כלליות):

$$\begin{array}{ll} \text{א. } \frac{20}{9^x + 1} = 3 - \frac{8}{9^x - 1} & \text{ב. } \frac{7^x}{7^x - 4} + \frac{8}{7^x + 5} = 3 \end{array}$$

5) פתור את המשוואות הבאות (משוואות מסכמות):

<p>א. $\frac{1}{25^{1-x}} - 6 \cdot 5^{x-1.5} + 1 = 0$</p> <p>ב. $3^x - \sqrt{16 \cdot 3^{x+1}} = -9$</p> <p>ג. $36^x - 6^{x+1} \cdot 3^x + 8 \cdot 9^x = 0$</p> <p>ד. $4 \cdot 9^x - 10 \cdot 6^x + 6 \cdot 4^x = 0$</p> <p>ה. $25 \cdot 5^{2x} + 16 \cdot 15^x = 9^{x+1}$</p> <p>ו. $9^x + 4^x - 6^x = \frac{7}{6^{1-x}}$</p> <p>ז. $\frac{8^{2x} - 8}{7} = 4^x - 2$</p> <p>ח. $2^{3x} - 2^{2x+2} - 2^x + 4 = 0$</p>	
--	--

תשובות סופיות:

א. $x=3$	ב. $x=2$	ג. $x=4$	ד. $x=1$
א. $x=\frac{1}{2}$	ב. $x=0$	ג. $x=\frac{1}{3}$	ד. $x=\frac{1}{4}$
ה. $x=-3$	ו. $x=-2$	ז. $x=-3$	ח. $x=-2$
א. $x=2,3$	ב. $x=1,-2$	ג. $x=0$	ד. $x=0$
ה. $x=0,1$	ו. $x=-3,-9$		
א. $x=1,-\frac{1}{2}$	ב. $x=1$		
א. $x=\frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}$	ב. $x=1,3$	ג. $x=1,2$	ד. $x=1,0$
ה. $x=-2$	ו. $x=1,-1$	ז. $x=0, \frac{1}{2}$	ח. $x=0,2$

משוואות עם קבוע אוילר:

סיכום כללי:

קבוע אוילר מסומן באות e וערכו שווה (בערך) ל-2.71828. למספר זה משמעויות רבות במתמטיקה ובמדעים ועל כן הוחלט לסמן אותו באות משלו ולשלב אותו במשוואות מתמטיות ועוד. דרך הפתרון של משוואה שבה הבסיס הוא e זהה לחלוטין לשל משוואה מעריכית רגילה כפי שנלמד בפרק זה.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות (משוואות יסודיות עם קבוע אוילר):

$$\text{א. } e^{3x} = e^{2x-1} \quad \text{ב. } e^{5x-1} = e \cdot e^{6x+1}$$

$$\text{ג. } e^{x-5} = (e^{1-x})^3 \quad \text{ד. } e^x \cdot \sqrt{e^{3x-1}} = \left(\frac{1}{e^x}\right)^{1-3x}$$

(2) פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם חיבור וחסור):

$$\text{א. } e^2 \cdot e^x - e^{x+1} = e - 1 \quad \text{ב. } \sqrt[3]{e^{x+1}} \cdot e^2 = e^x \sqrt{e}$$

$$\text{ג. } e^{2x} + e^x - 2 = 0 \quad \text{ד. } e^{1+x} + e^{1-x} = e^2 + 1$$

(3) פתור את המשוואות הבאות (המשתנה גם בבסיס):

$$\text{א. } xe^x = \sqrt[4]{e} \cdot x \quad \text{ב. } e^{3x} = x \cdot e^{3x}$$

$$\text{ג. } xe^{x^2} = \frac{x}{\sqrt{e^x}} \quad \text{ד. } \sqrt[3]{e^{3x-1}} \cdot x = xe^x$$

תשובות סופיות:

$$(1) \quad \text{א. } x = -1 \quad \text{ב. } x = -3 \quad \text{ג. } x = 2 \quad \text{ד. } x = 1, \frac{1}{6}$$

$$(2) \quad \text{א. } x = -1 \quad \text{ב. } x = \frac{11}{4} \quad \text{ג. } x = 0 \quad \text{ד. } x = 1, -1$$

$$(3) \quad \text{א. } x = 0, \frac{1}{4} \quad \text{ב. } x = 1 \quad \text{ג. } x = 0, -\frac{1}{2} \quad \text{ד. } x = 0$$

מערכת משוואות מעריכיות:

שאלות:

$$(1) \quad \begin{cases} y = 3^x \\ y = 18 - 3^x \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$(2) \quad \begin{cases} 5^{2x} - 5^y = 5^x - 25 \\ y - x = 2 \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$(3) \quad \begin{cases} \frac{1}{3^y - 4} + \frac{3}{3^x - 2} - \frac{1}{3^x + 2} = 3 \\ 4^y = \sqrt{256^x} \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$(4) \quad \begin{cases} 5^x + 2^y = 13 \\ 2 \cdot 5^x - 2^y = 2 \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$(5) \quad \begin{cases} 2 \cdot 3^x - 3 \cdot 2^y = 42 \\ 3^{x+1} - 2^{y+1} = 73 \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$(6) \quad \begin{cases} 5^{2x+1} + 8 \cdot 10^x - 2^{2y+4} = 0 \\ (\sqrt{3})^y = 27^{\frac{x-1}{6}} \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

$$(7) \quad \begin{cases} 6 \cdot 4^x - 7 \cdot 6^{y-1} + 2 \cdot 3^{x+y} = 6^y \\ \sqrt[4]{5^x} \cdot \sqrt{(5\sqrt{5})^y} = \sqrt[4]{125} \cdot 5^x \end{cases} \quad \text{פתור את מערכת המשוואות הבאה:}$$

תשובות סופיות:

(1,3) (4)	(1,2) (3)	(0,2) , (2,4) (2)	(2,9) (1)
	(1,2) , (-1,0) (7)	(-1,-2) (6)	(3,2) (5)

אי שוויונים מעריכיים:

סיכום כללי:

פתרון אי-השוויון: $a^x > a^y$ הוא: $x > y$ עבור $a > 1$ ו- $x < y$ עבור $0 < a < 1$.

שאלות:

פתור את אי השוויונים הבאים:

$$\begin{array}{ll} \sqrt{2^x} \leq 4^{x^2-1\frac{1}{4}} & (2) \\ \left(\frac{1}{7}\right)^{5x} \geq \left(\frac{1}{7}\right)^{1-3x} & (4) \\ e^{2x} - 2e^x + 1 \leq 0 & (6) \end{array} \quad \begin{array}{ll} 3^{2x+1} < 27^{1-\frac{1}{3}x} & (1) \\ e^{\sqrt{x+1}} > e^{2x} & (3) \\ 25^x + 5 < 6 \cdot 5^x & (5) \end{array}$$

הערה:

השאלות הבאות דורשות הכרות עם מושג הלוגריתם הטבעי (\ln) וכן חוקי הלוגריתמים אשר ילמדו בהמשך.

$$e^{2x} - 5e^x + 4 > 0 \quad (8) \quad e^x > 3 \quad (7)$$

תשובות סופיות:

$$\begin{array}{ll} x \leq -1 \text{ או } x \geq 1\frac{1}{4} & (2) \\ x \leq \frac{1}{8} & (4) \\ x = 0 & (6) \\ x < 0 \text{ או } x > \ln 4 & (8) \end{array} \quad \begin{array}{ll} x < \frac{2}{3} & (1) \\ 0 \leq x < 1 & (3) \\ 0 < x < 1 & (5) \\ x > \ln 3 & (7) \end{array}$$

תירגול נוסף:

שאלות:

פתור את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי החזקות היסודיים):

$$\begin{array}{lll}
 5^x \cdot 25^{x-1} = 625 & \text{(3)} & 3^{2x} = 27 & \text{(2)} & 2^x = 32 & \text{(1)} \\
 32^{\frac{x+5}{3}} = 4^{\frac{x}{2}-1} & \text{(6)} & 3^x \cdot 81^{x+2} = 9^{2x-1} & \text{(5)} & (4^{x-1})^2 = 8 & \text{(4)} \\
 (3^x \cdot 27)^4 = 9 & \text{(9)} & 6^{x^2-4} = 1 & \text{(8)} & 100^x = 10000^{x+1} & \text{(7)} \\
 25 \cdot 5^{x^2+x} = 5^x & \text{(12)} & (2^{x^2})^4 \cdot 8^x = 2 & \text{(11)} & (5^{2x} \cdot 125^{x-3})^3 = \frac{1}{25} & \text{(10)} \\
 10^x (10^x)^x = 100 & \text{(15)} & \frac{3^{x^2}}{3^{6(x+1)}} = 3 & \text{(14)} & 4^{x^2} = 2^{x+1} & \text{(13)} \\
 & & & & \frac{(3^x)^{3x}}{27} = \frac{3^x}{3} & \text{(16)}
 \end{array}$$

פתור את המשוואות הבאות (הבסיס הוא שבר):

$$\begin{array}{lll}
 27^x = \left(\frac{1}{9}\right)^{x-2} & \text{(19)} & \left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \cdot 8^x & \text{(18)} & 3^x = \frac{1}{27} & \text{(17)} \\
 \frac{2^x}{8^{3x-2}} \left(\frac{2^{3-x}}{2^{x-4}}\right) = \frac{1}{4} & \text{(22)} & 16 \cdot (2^{3x+5} \cdot 8^{x+5})^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+8} & \text{(21)} & \frac{8}{32^x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{4x-1} & \text{(20)} \\
 8 \left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} \left(\frac{2}{3}\right)^{x+2} = 27 & \text{(25)} & 27 \left(\frac{3}{2}\right)^{4x+1} = 8 & \text{(24)} & \left(\frac{2}{5}\right)^{3x} = \frac{4}{25} & \text{(23)} \\
 27 \left(\frac{3}{5}\right)^{2x^2+9x} \cdot \left(\frac{5}{3}\right)^{2x+7} = 125 & \text{(27)} & 4 \left(\frac{2}{7}\right)^{2x-1} \left(\frac{7}{2}\right)^{3-x} = 49 & \text{(26)} \\
 & & 49 \left(\frac{5}{7}\right)^{3x^2+x} \left(\frac{7}{5}\right)^{4-6x} = 25 & \text{(28)}
 \end{array}$$

פתור את המשוואות הבאות (שימוש בחוקי שורשים):

תזכורת: $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

$$(\sqrt{5^x})^3 = 125 \quad (30)$$

$$\sqrt{3^{x+2}} = 81 \quad (29)$$

$$(9\sqrt{27})^x \cdot 3^{x+2} = \frac{1}{9} \quad (32)$$

$$2^{2x-1} \cdot \sqrt{4^x \cdot 64} = 256 \quad (31)$$

$$\left(\frac{1}{49}\right)^x = \sqrt{7 \cdot 343^x \cdot \sqrt{7^x}} \quad (34)$$

$$\frac{125 \cdot 5^{x+1}}{\sqrt{25^x}} = \frac{\sqrt{5}}{5^{3-x}} \quad (33)$$

$$\sqrt[5]{256} = \frac{\sqrt{2^x}}{4 \cdot 8^x} \quad (36)$$

$$\sqrt[3]{8^x} \cdot (2 \cdot 32^x) = \sqrt[5]{1024} \quad (35)$$

$$\sqrt{10^{2x+1}} = 1000 \cdot \sqrt[3]{10^x} \quad (38)$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^x \cdot \sqrt{3 \cdot \sqrt[5]{27^x}} = 1 \quad (37)$$

$$\sqrt{5^{4x+3}} = \frac{\sqrt[4]{25^{x-2}}}{125} \quad (40)$$

$$81 \cdot \sqrt[8]{3^x} = 27^{x+9} \quad (39)$$

$$27 \cdot \sqrt[3]{81} = 3^x \quad (42)$$

$$x + \sqrt{5^x} = 25 \quad (41)$$

$$9 \cdot \left(\frac{1}{27}\right)^x = \sqrt[3]{3} \quad (44)$$

$$100 \cdot \sqrt[3]{10^{x^2-3}} = 10,000 \quad (43)$$

$$\sqrt{x \cdot \sqrt{\frac{4}{\sqrt[3]{8}}}} = 1 \quad (46)$$

$$\sqrt{32} \cdot 2^{x^2+4x} = \sqrt{\frac{1}{8}} \quad (45)$$

פתור את המשוואות הבאות (מכפלת בסיסים שונים):

$$5^{x+1} \cdot 3^{x-2} = 125 \quad (49)$$

$$4 \cdot 3^x \cdot 2^x = 144 \quad (48)$$

$$2^x \cdot 5^x = 1000 \quad (47)$$

$$2^{x+1} \cdot 3^{x-2} \cdot 7^x = 392 \quad (52)$$

$$5 \cdot 3^{x+4} = 2187 \cdot 5^{x-2} \quad (51)$$

$$3^{x+2} \cdot 20 = 405 \cdot 2^x \quad (50)$$

$$\sqrt[3]{3^{x-1} \cdot 2^{x-2} \cdot 5^{x-3}} = 0.02 \quad (55)$$

$$7^{x^2-1} \cdot 10^{x^2+4} = 7 \cdot 10^6 \quad (54)$$

$$3^x \cdot 2^x = \sqrt{729} \cdot 10^3 \cdot 5^{-x} \quad (53)$$

פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פעולות חיבור וחיסור):

$$2^x + 4 \cdot 2^x = 80 \quad (58) \qquad 5^x + 6 \cdot 5^x = 875 \quad (57) \qquad 3^x + 3^x = 18 \quad (56)$$

$$8^x + 8^{x+2} = 1040 \quad (61) \qquad 7 \cdot 3^x - 2 \cdot 3^x = \frac{5}{27} \quad (60) \qquad 7 \cdot 10^x - 10^x = 600 \quad (59)$$

$$2^{x+3} + 2^{x-1} = \frac{17}{16} \quad (64) \qquad 3^{x+2} - 3^{x-2} = 240 \quad (63) \qquad 2^x + 2^{x+5} = 1056 \quad (62)$$

$$5^{3x+2} + 3 \cdot 125^x = 28 \quad (67) \qquad 81^{x+1} + 18 \cdot 3^{4x-3} = 245 \quad (66) \qquad 3^{x-2} - 3^{x-3} = 54 \quad (65)$$

$$(2^{3x+1})^2 - 64^{x-\frac{1}{3}} = 3.75 \quad (70) \qquad 16^{x+\frac{1}{2}} - 4^{2x-\frac{1}{2}} = 14 \quad (69) \qquad 2^{2x-1} + 4^{x+2} = 66 \quad (68)$$

$$3^{3x+1} + 2178 = 27^{x+2} \quad (73) \qquad 25^{2-x} - 5^{1-2x} = 124 \quad (72) \qquad 3^{2-x} + 3^{1-x} = 4 \quad (71)$$

$$8^{x+2} \cdot 3^{x-1} + 410 \frac{2}{3} = 4^{x+\frac{1}{2}} \cdot 6^{x+3} \quad (75) \qquad 468 - 6^x = 2^{x+2} \cdot 3^{x+1} \quad (74)$$

$$10^{x+1} \cdot 2^{x-1} + 6 \cdot 10^3 = 5^{x+1} \cdot 4^{x+1} \quad (76)$$

פתור את המשוואות הבאות (משוואות עם פעולות חיבור וחיסור):

$$3^x - 3^{2-x} = 8 \quad (78) \qquad 2^{x+2} + 2^{x-2} = 8.5 \quad (77)$$

$$7^{x+4} + 7^{-x} = 350 \quad (80) \qquad 5^x + 5^{2-x} = 26 \quad (79)$$

$$9^x - 36 \cdot 3^x + 243 = 0 \quad (82) \qquad 2^{2x} - 7 \cdot 2^x - 8 = 0 \quad (81)$$

$$36^{-x} - 7 \cdot 6^{-x} + 6 = 0 \quad (84) \qquad 16^{x+1} - 65 \cdot 4^x + 4 = 0 \quad (83)$$

$$2 \cdot 2^{4x+1} + 3 \cdot 4^x = 1 \quad (86) \qquad 16^{x+2} + 96 \cdot 4^{x-1} = 1 \quad (85)$$

$$2^{\frac{2}{3}x+3} - 3 \cdot 2^{\frac{1}{3}x+1} = -1 \quad (88) \qquad 4^{1.5x+1} + 3 \cdot 2^{6x-3} = 56 \quad (87)$$

$$\frac{7^x}{7^x-4} + \frac{8}{7^x+5} = 3 \quad (90) \qquad \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}x-2} - 26 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{4}x} = 3 \quad (89)$$

$$\frac{3^{x+2}}{3^{2x}+3^x-2} - \frac{6}{3^x+2} = \frac{3^x}{3^x-1} \quad (92) \qquad \frac{8}{9^x+4} + 3 = -\frac{77}{81^x-16} \quad (91)$$

$$\frac{25 \cdot 2^x - 68}{2^x - 2} = \frac{5 \cdot 2^{x+2} + 82}{2^x + 3} \quad (93)$$

פתור את מערכות המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} 2x-1=y \\ 4 \cdot 3^x - 3^{y+2} = -15 \end{cases} \quad (96) \qquad \begin{cases} x+y-3=0 \\ 2^x - 2^y = 2 \end{cases} \quad (95) \qquad \begin{cases} y=x+1 \\ 3^x + 3^y = 36 \end{cases} \quad (94)$$

$$\begin{cases} 2^x + 3^y = 5 \\ 2^x - 3^y = -1 \end{cases} \quad (99) \qquad \begin{cases} 7^{3x-7y} = 7 \\ 2^{2x-12y} = 256 \end{cases} \quad (98) \qquad \begin{cases} 2^{x+3y} = 8 \\ 3^{2x+7y} = 81 \end{cases} \quad (97)$$

$$\begin{cases} 2^x + 5^y = 29 \\ 3 \cdot 4^x + 2 \cdot 25^y = 1298 \end{cases} \quad (102) \qquad \begin{cases} 3^x - 7^y = 20 \\ 9^x - 3 \cdot 49^y = 582 \end{cases} \quad (101) \qquad \begin{cases} 2^{x+1} + 3^{y+1} = 17 \\ 3 \cdot 2^{x+1} - 3^y = 21 \end{cases} \quad (100)$$

103 פתור את המשוואות המעריכיות הבאות (משוואות עם בסיס טבעי (e)):

$$\text{א. } e^{2x} = e^{x-1} \qquad \text{ב. } e^{3x-5} = (e^{x+1})^2$$

$$\text{ג. } e^{x^2-1} \cdot e^{6x} = e^6 \qquad \text{ד. } e^{4x-5} = e \cdot e^{x^2}$$

$$\text{ה. } (e^x)^2 \cdot e^{5x+2} \cdot e^{-4x^2} = 1 \qquad \text{ו. } \sqrt[3]{e^x} = e^{1-x}$$

$$\text{ז. } \sqrt[5]{e^{4x+7}} \cdot \sqrt{e} = e^5 \cdot e^x \qquad \text{ח. } \sqrt[3]{e^{x^2+2}} = e^2 \cdot e^x$$

$$\text{ט. } e^{-x} \cdot \sqrt[4]{e^{4-x}} = 1 \qquad \text{י. } \frac{e^{2x+3}}{e^{x-1}} = e^2 \cdot e^{x^2}$$

$$\text{יא. } \frac{e^{x^2+6x-16}}{e^{4x}} = (e^2)^x \qquad \text{יב. } \sqrt[4]{\frac{e^x}{e^{3x-2}}} = e^{5+x}$$

$$\text{יג. } e^x + e^{x+2} = e^4 \qquad \text{יד. } e^{-x-1} + e^{3-x} = e^3$$

$$\text{טו. } e^{2x} - e^{2x-3} = \sqrt{e} \qquad \text{טז. } e^{2x} - 6e^x + 8 = 0$$

$$\text{יז. } e^{2x} - e^x - 6 = 0 \qquad \text{יח. } e^{2x} + 11e^x + 30 = 0$$

$$\text{יט. } e^x - 1 = 6e^{-x} \qquad \text{כ. } e^{3x} - 18e^{-3x} = 3$$

$$\text{כא. } 2 \cdot \sqrt[4]{e^x} + 4 \cdot \sqrt[4]{e^{-x}} = 9 \qquad \text{כב. } e^x - \sqrt[3]{e^x} = 0$$

$$\text{כג. } \frac{e^{2x}}{\sqrt[2]{e^x}} - 28 = 3 \cdot \sqrt[4]{e^{3x}} \qquad \text{כד. } \frac{4 \cdot \sqrt[5]{e^x}}{e} - e^{-2} \cdot \sqrt[5]{e^{2x}} + 12 = 0$$

פתור את המשוואות המעריכיות הבאות (משוואות עם x שאינו במעריך):

$$xe^x = \frac{x}{e^2} \quad (105)$$

$$xe^x = \sqrt[3]{e} \cdot x \quad (104)$$

$$\frac{x}{3} = xe^x \quad (107)$$

$$2x + xe^x = 0 \quad (106)$$

$$e^x = xe^x \quad (109)$$

$$xe^x = 2e^x \quad (108)$$

$$xe^x = ex \quad (111)$$

$$2xe^x + e^x = 0 \quad (110)$$

$$xe^x + x = 0 \quad (113)$$

$$2xe^x = xe^x \quad (112)$$

$$xe^x = \frac{x}{e} \quad (115)$$

$$xe^x = \sqrt{e} \cdot x \quad (114)$$

$$xe^x = \frac{x}{\sqrt{e}} \quad (116)$$

פתור את המשוואות המעריכיות הבאות:

$$4 \cdot 1.04^x = 9 \cdot 1.03^x \quad (118)$$

$$5 \cdot 1.2^x = 7 \cdot 1.1^x \quad (117)$$

$$8 \cdot 1.3^x = 9 \cdot 1.07^x \quad (120)$$

$$3 \cdot 1.06^x = 2 \cdot 1.08^x \quad (119)$$

פתור את אי-השוויונים המעריכיים הבאים:

תזכורת: אם: $a > 1$ אז: $a^x > a^y \rightarrow x > y$ ואם: $0 < a < 1$ אז: $a^x > a^y \rightarrow x < y$.

$$3^{x-2} > 27 \quad (122)$$

$$2^x < 16 \quad (121)$$

$$5^{2x-1} \leq \left(\frac{1}{25}\right)^x \quad (124)$$

$$16^x < 8^{x+1} \quad (123)$$

$$2 \cdot 16^{x^2} \cdot 32^x > 1 \quad (126)$$

$$27 \cdot 3^{x^2} > 3^{x+3} \quad (125)$$

$$0.3^{6x-1} < 0.3^{13-x} \quad (128)$$

$$64^x \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x > 1024 \quad (127)$$

$$\left(\frac{1}{32}\right)^{x+1} \geq \left(\frac{1}{4}\right)^{3-2x} \quad (130)$$

$$0.6^{x+1} \geq 0.6^{x^2-1} \quad (129)$$

$$\left(\frac{1}{625}\right)^x < 5^{x^2} \quad (132)$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{x^2} \cdot \sqrt{27^{x+1}} \geq 3 \quad (131)$$

$$27 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^{3x-1} < 8 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2-x} \quad (134)$$

$$\left(\frac{1}{100}\right)^{x^2-1} \geq 1000^{1-x} \quad (133)$$

$$81 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{2x^2+3x} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-4x} < 16 \quad (136)$$

$$4 \cdot \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^{2x-1} < 5 \cdot \left(\frac{25}{16}\right)^x \quad (135)$$

$$\frac{1}{9} \leq 3^{x+2} \leq 27 \quad (138)$$

$$125 \cdot \sqrt[3]{5^x} > \sqrt[3]{5^{8x^2}} \quad (137)$$

$$1 \leq 125 \cdot 5^x \leq 5^{x^2+1} \quad (140)$$

$$1 \leq 4^{2x-1} \cdot 2^{x-1} \leq 128 \quad (139)$$

$$0 < 25^x \cdot 5^{x^2} < 5 \cdot \sqrt{625^x} \quad (142)$$

$$0 < 8^x \cdot 2^{x^2} < 16 \quad (141)$$

$$9^x - \frac{10}{9} \cdot 3^{x+2} + 9 < 0 \quad (144)$$

$$16^x - 4^x - 12 > 0 \quad (143)$$

$$2^x \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{16}{x-6}} \geq 5^x \quad (146)$$

$$2^x - 3 \cdot 2^{4-x} > 2 \quad (145)$$

$$\frac{2x-3}{7^{x-2}} < 343 \quad (147)$$

(148) פתור את אי-השוויונים המעריכיים הבאים :

א. $e^{2x+1} > e^{4-x}$.ב

א. $e^x > 2$

ב. $e^{x^2+3} \geq (e^x)^4$.ג

ג. $e^{3x-1} < 4$

ג. $e^{5x-27} < e^{x^3} \cdot (e^x)^5$.ד

ד. $(e^x)^6 \cdot e^{-x^2} \leq e^5$

ד. $\sqrt[2]{e^{x+1}} > e^{x^2} \cdot e^1$.ה

ה. $e^{x^2-4x} \cdot e^7 < e^{2-x}$.ו

ה. $e^{2x} - 13e^x + 30 > 0$.ז

ו. $e^{3x^2} (e^x)^6 \leq e^{-3}$

ו. $6e^{2x} - 5e^x - 1 < 0$.ח

ז. $e^{2x} + 7e^x + 12 > 0$.ט

ז. $e^x - 30\sqrt{e^x} + 81 \leq 0$.י

ח. $e^{2x} - 13e^x + 22 < 0$.יא

יא. $-\sqrt{e^x} + 20 \cdot \sqrt[4]{e^x} - 64 \geq 0$.יב

תשובות סופיות:

2 (3)	1.5 (2)	5 (1)
-40.5 (6)	-10 (5)	1.75 (4)
-2.5 (9)	± 2 (8)	-2 (7)
\emptyset (12)	$-1, \frac{1}{4}$ (11)	$1\frac{2}{3}$ (10)
1, -2 (15)	7, -1 (14)	-0.5, 1 (13)
-0.5 (18)	-3 (17)	$1, -\frac{2}{3}$ (16)
-4 (21)	2 (20)	0.8 (19)
-1 (24)	$\frac{2}{3}$ (23)	1.5 (22)
$-4, \frac{1}{2}$ (27)	$\frac{2}{3}$ (26)	\emptyset (25)
2 (30)	6 (29)	$-3, \frac{2}{3}$ (28)
6.5 (33)	$-\frac{8}{9}$ (32)	2 (31)
-1.44 (36)	$\frac{1}{6}$ (35)	$-\frac{2}{15}$ (34)
-8 (39)	3.75 (38)	$\frac{5}{17}$ (37)
-1, 4 (42)	-2 (41)	$-3\frac{2}{3}$ (40)
-2 (45)	\emptyset (44)	-1, 3 (43)
2 (48)	3 (47)	-3, 1 (46)
3 (51)	2 (50)	2 (49)

$\pm\sqrt{2}$ (54)	3 (53)	2 (52)
3 (57)	2 (56)	1 (55)
-3 (60)	2 (59)	4 (58)
3 (63)	5 (62)	$\frac{4}{3}$ (61)
$\frac{1}{4}$ (66)	6 (65)	-3 (64)
0.5 (69)	1 (68)	0 (67)
0.5 (72)	1 (71)	0 (70)
0 (75)	2 (74)	$\frac{1}{3}$ (73)
2 (78)	1 (77)	2 (76)
3 (81)	-3, -1 (80)	2, 0 (79)
-1, 0 (84)	-2, 1 (83)	3, 2 (82)
1 (87)	-1 (86)	-2.5 (85)
1 (90)	-4 (89)	-6, -3 (88)
3 (93)	1 (92)	-0.5 (91)

(1,1) (96)	(2,1) (95)	(2,3) (94)
(1,1) (99)	(-2,-1) (98)	(9,-2) (97)
(2,2) ; (4.26,1.41) (102)	(3,1) ; (3.182,1.318) (101)	(2,1) (100)
0.75 .א -0.25 , 2 .ה	φ .ד 1 , -7 .ג	7 .ב -1 .א (103)
-3 .ב -4 , 4 .א	-1 , 2 .י 0.8 .ט	4 , -1 .ח -15.5 .ז
1.75 - ln√e ³ -1 .ט	ln(e ⁴ +1)-4 .ד	4 - ln(e ² +1) .ג
$\frac{\ln 6}{3}$.כ	ln 3 .ט φ .ח ln 3 .ז	2 ln 2 , ln 2 .ט
.5(ln 6+1) .כ	$\frac{4}{3}$ ln 7 .ג 0 .ב	4 ln 4 , -4 ln 2 .א
0 (106)	-2 , 0 (105)	$\frac{1}{3}$, 0 (104)
1 (109)	2 (108)	-1.098 , 0 (107)
0 (112)	1 , 0 (111)	-0.5 (110)
-1 , 0 (115)	0.5 , 0 (114)	0 (113)
83.93 (118)	3.87 (117)	-0.5 , 0 (116)
	0.605 (120)	21.69 (119)
x < 3 (123)	x > 5 (122)	x < 4 (121)
x < -1 , x > -0.25 (126)	x < 0 , x > 1 (125)	x ≤ 0.25 (124)
x ≤ -1 , x ≥ 2 (129)	x > 2 (128)	x > 2 (127)
x < -4 , x > 0 (132)	$-\frac{1}{4} \leq x \leq 1$ (131)	x ≤ $\frac{1}{9}$ (130)
x > -1.5 (135)	x > 1 (134)	$\frac{1}{2} \leq x \leq 1$ (133)
-4 ≤ x ≤ 1 (138)	-1 < x < $\frac{9}{8}$ (137)	x < -4 , x > $\frac{1}{2}$ (136)
-4 < x < 1 (141)	-3 ≤ x ≤ 1 , x ≥ 2 (140)	$\frac{3}{5} \leq x \leq 2$ (139)

- $0 < x < 2$ (144) $x > 1$ (143) $-1 < x < 1$ (142)
 $x < 2, x > 3$ (147) $x < 6$ (146) $x > 3$ (145)
- (148) א. $x > \ln 2$ ב. $x > 1$ ג. $x < 0.795$ ד. $x \leq 1, x \geq 3$
 ה. $x \leq 1, x \geq 5$ ו. $x > -3$ ז. ϕ ח. x אינו קיים
 ט. $x = -1$ י. $x < \ln 3, x > \ln 10$ יא. כל x יב. $x < 0$
 יג. $\ln 2 < x < \ln 11$ יד. $2 \ln 3 \leq x \leq 6 \ln 3$ טו. $8 \ln 2 \leq x \leq 16 \ln 2$