

## תוכן העניינים:

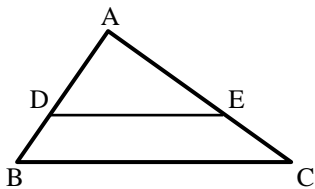
2	פרק 13
2	גיאומטריה אוקלידית - פרופורציה ודמיון
2	משפט תאלס :
3	שאלות יסודיות – משפט תלס :
4	שאלות יסודיות – הרחבות של משפט תלס :
6	משפט חוצה הזווית :
6	שאלות יסודיות – משפט חוצה זווית :
8	שאלות המשלבות את משפט תלס ומשפט חוצה זווית :
9	דמיון משולשים :
9	משפטי הדמיון :
10	שאלות העוסקות במשפט דמיון ז.ז. :
12	שאלות העוסקות במשפט דמיון צ.ז.צ. :
12	שאלות העוסקות במשפט דמיון צ.צ.צ. :
13	יחסים בין גדלים שונים ושטחים במשולשים דומים :
14	תשובות סופיות :

## פרק 13

# גיאומטריה אוקלידית - פרופורציה ודמיון

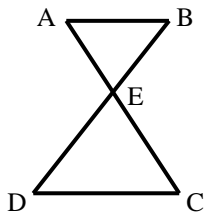
### משפט תאלס:

- שני ישרים מקבילים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים. משפט הפוך: אם שני ישרים החותכים שוקי זווית מקצים עליהן קטעים פרופורציוניים הישרים מקבילים.



- משפט תאלס + ההפוך:  $DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$

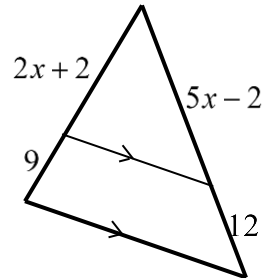
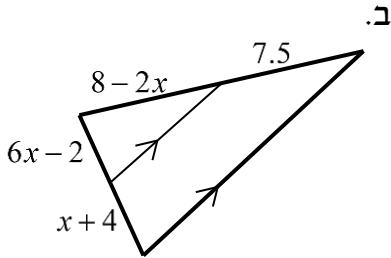
- משפט תאלס המורחב + ההפוך:  $DE \parallel BC \Leftrightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$



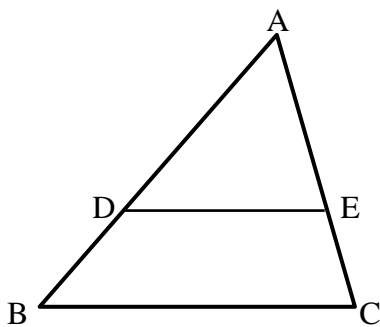
- משפט תאלס "שעון חול" + ההפוך:  $AB \parallel CD \Leftrightarrow \frac{BE}{DE} = \frac{AE}{CE} = \frac{AB}{CD}$

## שאלות יסודיות – משפט תלס:

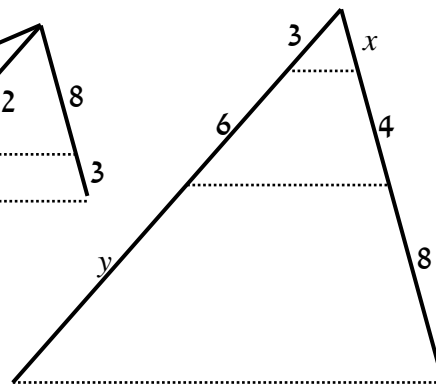
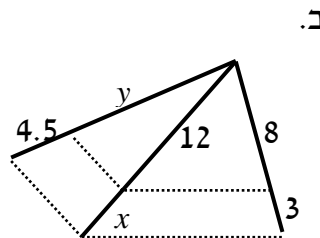
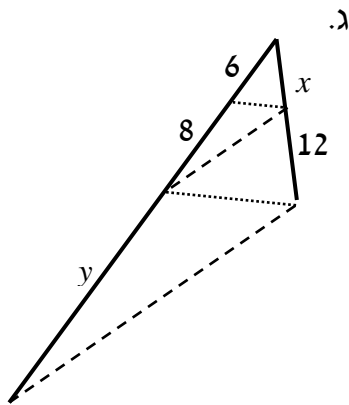
1 מצא את ערכו של  $x$  בשרטוטים הבאים:



2 בסרטוט שלפניך נתון  $DE \parallel BC$ .  
 $BD = 12$  ס"מ,  $AE = 20$  ס"מ,  $AC = 30$  ס"מ.  
 מצא את אורך הקטע  $AD$ .

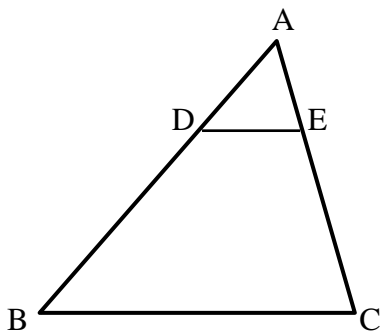


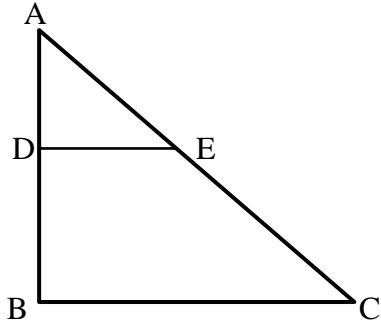
3 חשב את  $x$  ואת  $y$  בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:



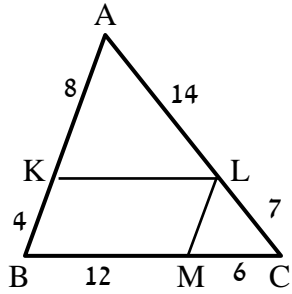
4 בסרטוט שלפניך נתון:

$AC = 36$  ס"מ,  $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{7}$ ,  $DE \parallel BC$ .  
 מצא את אורכי הקטעים  $AE$  ו- $CE$ .





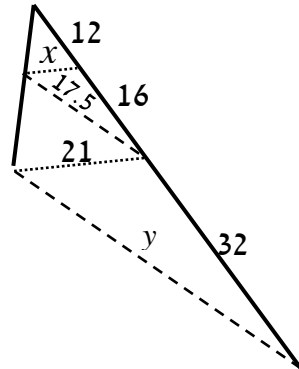
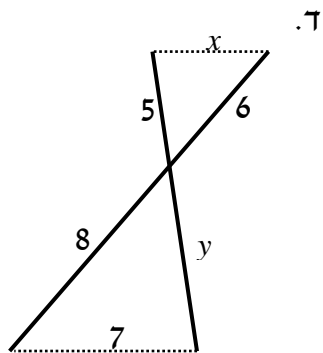
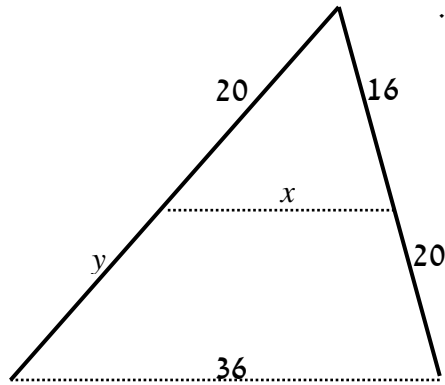
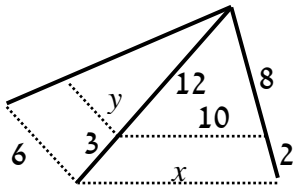
- 5 במשולש שלפניך נתון  $DE \parallel BC$ .  
 כמו כן:  $\angle ADE = 90^\circ$   
 וכן:  $AE = BD = 10$  ס"מ,  $DE = 8$  ס"מ.  
 מצא את אורכי הקטעים  $AD$  ו- $CE$ .

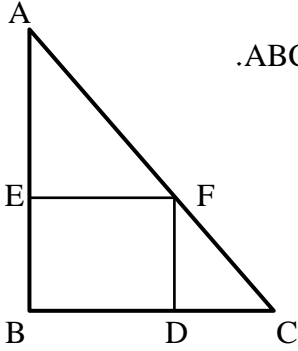


- 6 מרובע KLMB חסום במשולש ABC.  
 הנתונים המספריים רשומים בסרטוט.  
 כל המידות הן בס"מ.  
 הוכח כי המרובע הוא מקבילית.

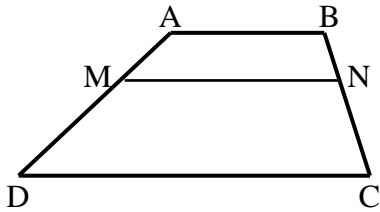
## שאלות יסודיות – הרחבות של משפט תלס:

- 7 חשב את  $x$  ואת  $y$  בסרטוטים שלפניך (הקטעים המקווקוים מתארים ישרים המקבילים זה לזה). כל המידות נתונות בס"מ:  
 א.  
 ב.

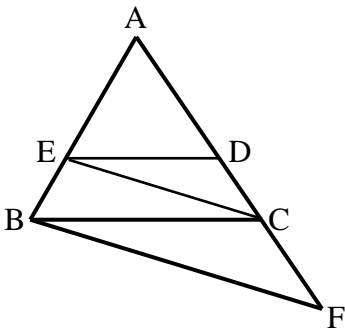




- 8) המרובע EFBD הוא מלבן החסום במשולש ישר זווית ABC. נתון כי:  $AB = 20$  ס"מ,  $BC = 15$  ס"מ,  $AF = 18$  ס"מ. מצא את אורכי צלעות המלבן.

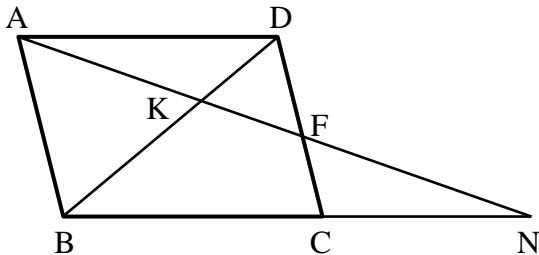


- 9) המרובע ABCD הוא טרפז ( $AB \parallel CD$ ). מעבירים קטע MN אשר מקביל לבסיסים. הוכח:  $\frac{AM}{DM} = \frac{BN}{CN}$ .



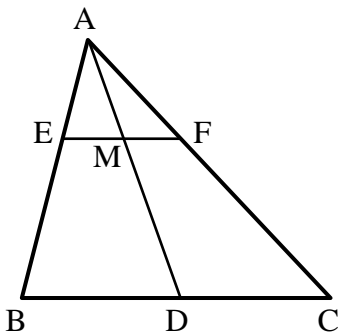
- 10) באיור שלפניך נתון:  $DE \parallel BC$ ,  $CE \parallel BF$ . הוכח את הטענות הבאות:

א.  $\frac{AD}{CD} = \frac{AC}{CF}$   
 ב.  $AC^2 = AD \cdot AF$

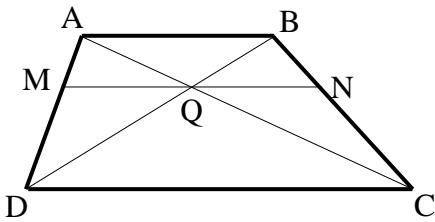


- 11) במקבילית ABCD מעבירים ישר דרך הנקודה A החותך את הצלע CD בנקודה F ונפגש עם המשך BC בנקודה N. הוכח את הטענות הבאות:

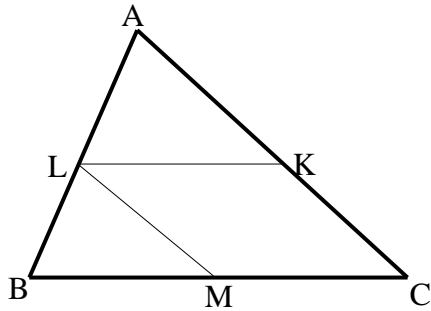
א.  $\frac{NK}{AK} = \frac{AK}{KF}$   
 ב.  $\frac{BC}{CN} = \frac{DF}{CF}$



- 12) במשולש ABC הקטע AD הוא תיכון לצלע BC. הקטע EF מקביל ל-BC וחותך את התיכון בנקודה M. הוכח כי:  $EM = FM$ .

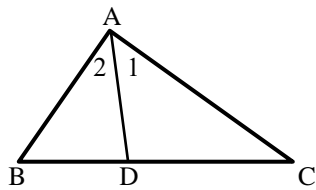


- 13) בטרפז ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה Q. בנקודה Q העבירו קטע המקביל לבסיסי הטרפז וחותך את שוקי הטרפז בנקודות M ו-N כמתואר בשרטוט. נתון:  $DC = 18$  ס"מ,  $DQ = 9$  ס"מ,  $BQ = 3$  ס"מ. חשב את גודל הקטע MQ.



- 14) בשרטוט נתון:  $\frac{AK}{CK} = \frac{CM}{BM} = \frac{AL}{BL}$ .  
 א. הוכח: המרובע KLMC הוא מקבילית.  
 ב. נתון:  $BC = 10$  ס"מ,  $AL = 1.5BL$ . חשב את אורך הקטע LK.

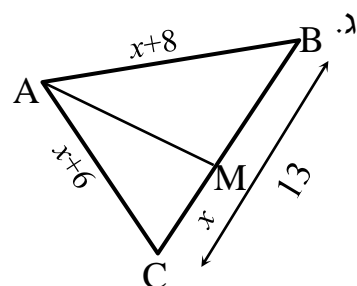
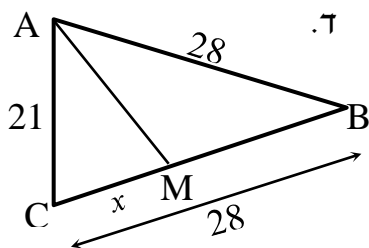
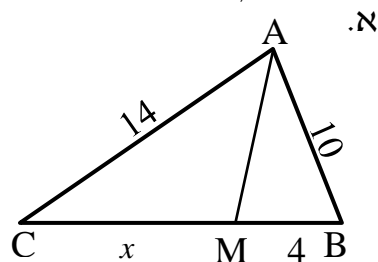
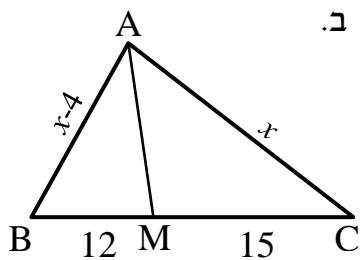
## משפט חוצה הזווית:

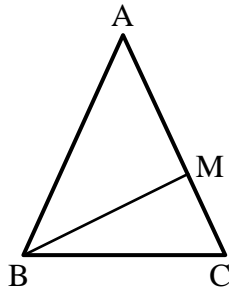


- חוצה זווית במשולש מחלק את הצלע שמול הזווית ביחס הזהה ליחס בין הצלעות שביניהן הוא כלוא ולהיפך.  
 אם:  $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$  אז:  $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$  ולהיפך.

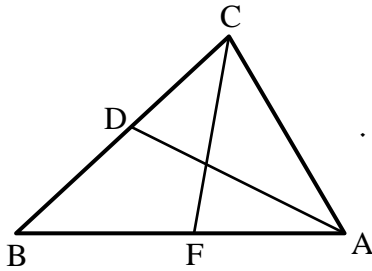
## שאלות יסודיות – משפט חוצה זווית:

- 15) מצא את גודלו של  $x$  בסרטטים הבאים אם נתון כי AM חוצה זווית A בכל המשולשים, כל הגדלים הם בס"מ:

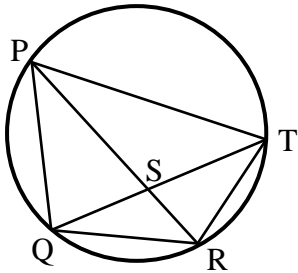




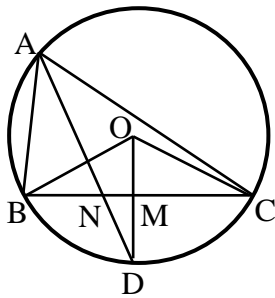
- 16 נתון משולש שווה שוקיים  $ABC$ ,  $(AB = AC)$ .  
 ידוע כי היקפו הוא 28 ס"מ.  
 הקטע  $BM$  הוא חוצה זווית  $B$ .  
 נתון כי הקטע  $AM$  גדול פי 3 מהקטע  $MC$ .  
 חשב את אורך הקטע  $MC$ .



- 17 הקטעים  $AD$  ו- $CF$  הם חוצי הזוויות  $A$  ו- $C$  בהתאמה במשולש  $ABC$ .  
 נתון:  $AB = 18$  ס"מ,  $AC = 12$  ס"מ,  $CD = 6$  ס"מ.  
 חשב את אורך הקטע  $AF$ .

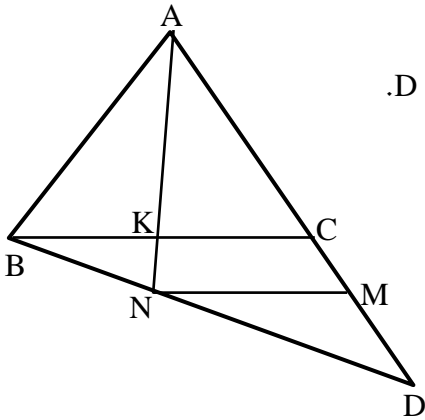


- 18 המרובע  $PQRT$  חסום במעגל.  
 נתון כי:  $QR = RT$ .  
 ידוע כי:  $PQ = 20$  ס"מ,  $PT = 28$  ס"מ,  $QT = 24$  ס"מ.  
 חשב את אורך הקטע  $QS$ .



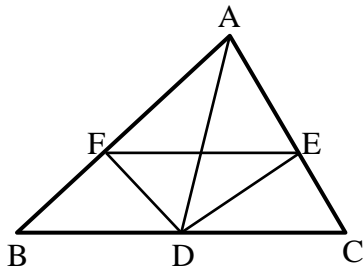
- 19 הנקודות  $A, B, C$  ו- $D$  מונחות על היקפו של מעגל שמרכזו  $O$ .  
 הרדיוס  $DO$  חוצה את הזווית  $BOC$ .  
 נתון:  $AB = 8$  ס"מ,  $AC = 12$  ס"מ,  $BC = 10$  ס"מ.  
 חשב את אורכו של הקטע  $MN$ .

## שאלות המשלבות את משפט תלס ומשפט חוצה זווית:

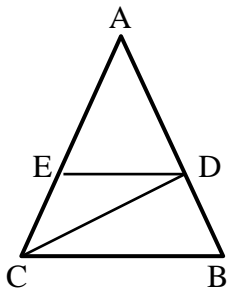


- 20** נתון משולש ABC.  
 ממשיכים את הצלע AC מהכיוון של C עד לנקודה D.  
 מחברים את הנקודה D עם הקדקוד B.  
 מעבירים את הקטע AK אשר חוצה את זווית A במשולש ABC.  
 המשך AK חותך את BD בנקודה N.  
 מעבירים את הקטע MN.  
 נתון:  $BC \parallel MN$ .

הוכח:  $\frac{AB}{AD} = \frac{CM}{DM}$ .



- 21** נתון משולש ABC.  
 מעבירים את התיכון AD לצלע BC.  
 נתון כי DE הוא חוצה זווית ADC.  
 וכי DF הוא חוצה זווית ADB.  
 הוכח:  $EF \parallel BC$ .



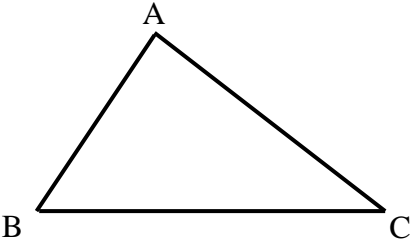
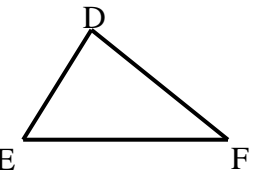
- 22** נתון משולש ABC. מעבירים את הקטעים CD ו-DE.  
 נתון כי:  $DE \parallel BC$  ו-  $AC = 2BC$ .  
 הקטע AC גדול פי 3 מהקטע DE.  
 הוכח כי:  $\angle BCD = \angle ACD$ .



## דמיון משולשים:

**הגדרה:**

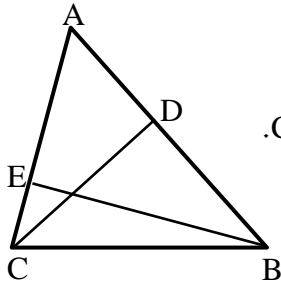
משולשים דומים הם משולשים ששוים זה לזה בכל זוויותיהם ושצלעותיהם שומרות בהתאמה על אותו יחס.

משולש שני	משולש ראשון	יחס הדמיון ושוויונות
		$\triangle ABC \sim \triangle DEF$ $\Downarrow$ $\sphericalangle A = \sphericalangle D, \sphericalangle B = \sphericalangle E, \sphericalangle C = \sphericalangle F$ $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF}$

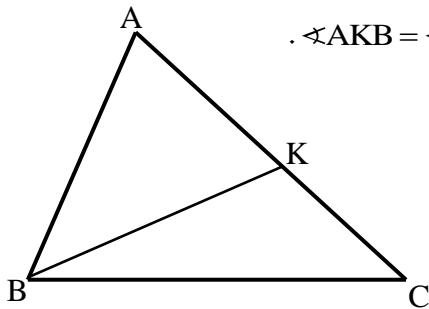
### משפטי הדמיון:

- משפט דמיון זווית-זווית (ז.ז.): אם בין שני משולשים שוות שתי זוויות אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-זווית-צלע (צ.ז.צ.): אם בין שני משולשים שתי צלעות שומרות על אותו יחס והזוויות שבניהן שווה אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-צלע (צ.צ.צ.): אם בין שני משולשים שלוש הצלעות שומרות על אותו יחס אז המשולשים דומים.
- משפט דמיון צלע-צלע-והזווית הגדולה (צ.צ.ז.): אם בין שני משולשים שתי לצעות שומרות על אותו יחס והזווית שמול הצלע הגדולה מבניהם שווה אז המשולשים דומים.

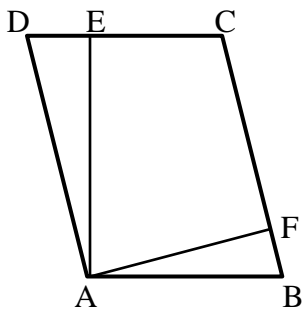
## שאלות העוסקות במשפט דמיון ז.ז:



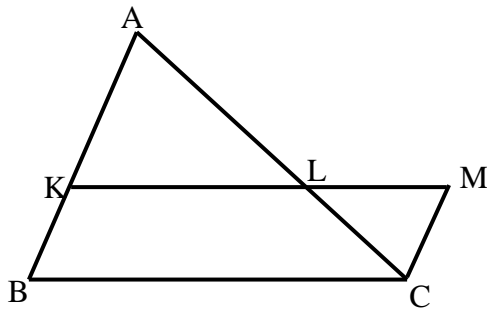
- 23) BE ו-CD הם גבהים במשולש ABC.  
 א. הוכח כי:  $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ .  
 ב. נתון כי:  $AB = 18$  ס"מ,  $BE = 12$  ס"מ,  $CD = 10$  ס"מ.  
 חשב את אורך הצלע AC.



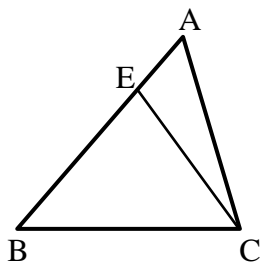
- 24) במשולש ABC העבירו את הקטע BK כך ש- $\angle AKB = \angle ABC$ .  
 הוכח:  $\triangle AKB \sim \triangle ABC$ .



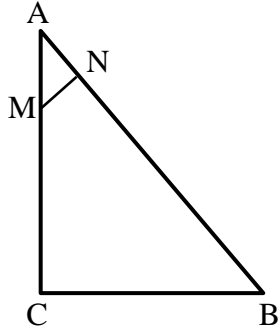
- 25) המרובע ABCD הוא מקבילית.  
 מעבירים גבהים AE ו-AF לצלעות DC ו-BC בהתאמה.  
 א. הוכח כי:  $\triangle ADE \sim \triangle AFB$ .  
 ב. הוכח כי:  $DC \cdot AE = BC \cdot AF$ .  
 והסבר את המשמעות הגיאומטרית של התוצאה.



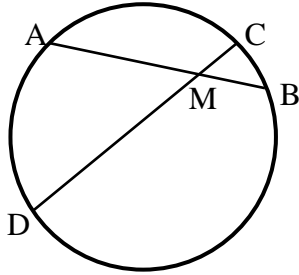
- 26) נתונה מקבילית BKMC.  
 המשיכו את הצלע BK עד לנקודה A.  
 הקטע AC חותך את הצלע KM בנקודה L.  
 הוכח:  $LC \cdot BC = LM \cdot AC$ .



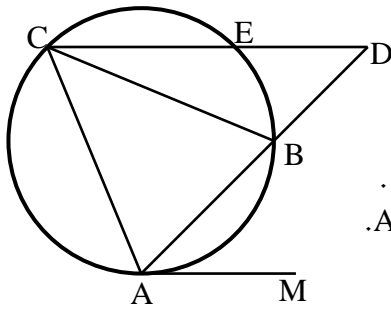
- 27) מעבירים את הקטע CE במשולש ABC.  
 ידוע כי:  $\angle BAC = \angle ECB$ .  
 וכן:  $BE = 8$  ס"מ,  $BC = 10$  ס"מ.  
 חשב את AB.



- (28)** המשולש ABC הוא ישר זווית ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ).  
 מנקודה M שעל הניצב AC העלו אנך NM ליתר AB.  
 נתון כי:  $AB = 20$  ס"מ,  $AN = 4$  ס"מ,  $BC = 12$  ס"מ.  
 מצא את אורך הקטע AM.

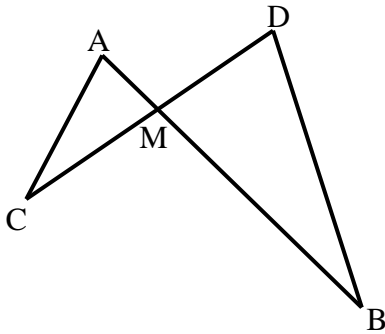


- (29)** המיתרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.  
 א. הוכח כי:  $\triangle ADM \sim \triangle CMB$ .  
 ב. נתון כי:  $AM = 5$  ס"מ,  $DM = 8$  ס"מ,  $CM = 2$  ס"מ.  
 חשב את אורכו של BM.

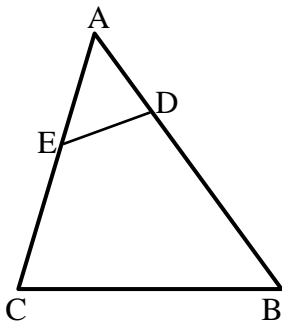


- (30)** המשולש ABC חסום במעגל.  
 מהנקודה A מעבירים משיק AM.  
 ממשיכים את AB עד לנקודה D שמחוץ למעגל.  
 מחברים את הנקודה D עם הקדקוד C.  
 הישר CD חותך את המעגל בנקודה E כך ש- $CE \parallel AM$ .  
 הוכח כי AC הוא הממוצע הגיאומטרי בין AB לבין AD.  
 כלומר:  $AC^2 = AB \cdot AD$ .

## שאלות העוסקות במשפט דמיון צ.ז.צ:

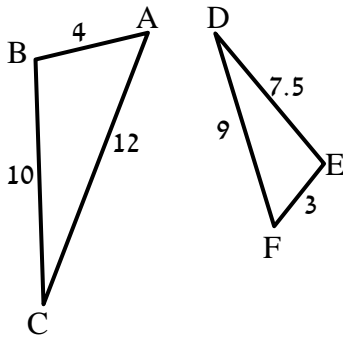


- 31) הישרים AB ו-CD נפגשים בנקודה M. אורכי הקטעים הם:  $AM = 3$  ס"מ,  $BM = 10$  ס"מ,  $CM = 6$  ס"מ,  $DM = 5$  ס"מ.  
 א. הוכח כי:  $\triangle AMC \sim \triangle DMB$ .  
 ב. האם  $AC \parallel BD$ ? נמק.  
 ג. מצא את אורכו של AC אם נתון כי BD שווה ל-14 ס"מ.

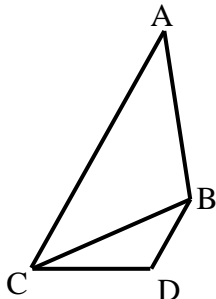


- 32) לפניך משולש ABC. מעבירים את הקטע DE אשר יוצר את הגדלים הבאים:  $AD = 4$  ס"מ,  $BD = 11$  ס"מ,  $AE = 5$  ס"מ,  $CE = 7$  ס"מ.  
 א. הוכח כי:  $\triangle ADE \sim \triangle ACB$ .  
 ב. הוכח כי את המרובע BCED אפשר לחסום במעגל.

## שאלות העוסקות במשפט דמיון צ.צ.צ:



- 33) בסרטוט שלפניך רשומים שני משולשים. אורכי צלעותיהם נתונים בתרשים (בס"מ).  
 א. הוכח כי המשולשים דומים ורשום את הדמיון עפ"י הקדקודים.  
 ב. רשום את הזוויות השוות בשני המשולשים.

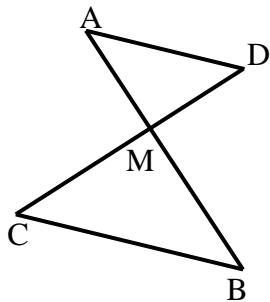


- 34) נתונים המשולשים ABC ו-BDC. ידוע כי:  $AC = 16$  ס"מ,  $AB = 10$  ס"מ,  $BC = 8$  ס"מ,  $BD = 4$  ס"מ,  $DC = 5$  ס"מ.  
 א. הוכח כי שני המשולשים דומים ורשום אותם לפי סדר התאמת קדקודיהם.  
 ב. הוכח כי:  $AC \parallel BD$ .

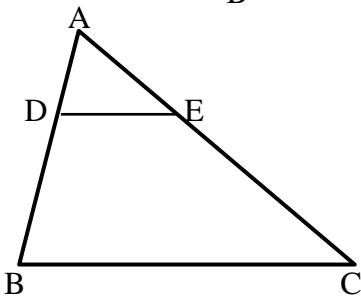
## יחסים בין גדלים שונים ושטחים במשולשים דומים:

35) הוכח את חלקי המשפט הבאים:

- א. גבהים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.  
 ב. תיכונים במשולשים דומים לצלעות המתאימות בכל משולש, מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.  
 ג. היקפים של משולשים דומים מתייחסים זה לזה כמו יחס הדמיון.

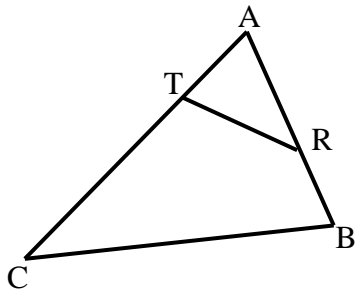


- 36) הקטעים AB ו-CD נפגשים בנקודה M.  
 נתון כי:  $AD \parallel BC$  וכן נתונים הגדלים הבאים:  
 $AD = 4$  ס"מ,  $BC = 6$  ס"מ,  $S_{ADM} = 36$  סמ"ר.  
 א. הוכח כי:  $\triangle AMD \sim \triangle BMC$ .  
 ב. חשב את שטח המשולש MBC.

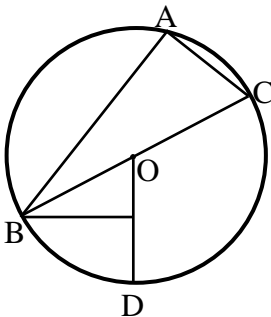


37) במשולש ABC הקטע DE מקביל לצלע BC.

- נתון:  $\frac{AD}{BD} = \frac{2}{3}$  וכי:  $S_{ADE} = 20$  סמ"ר.  
 א. חשב את שטח המשולש ABC.  
 ב. חשב את שטח המרובע DECB.



- 38) בסרטוט שלפניך נתון משולש ABC ובו קטע RT כך שמתקיימים האורכים הבאים:  
 $AR = 6$  ס"מ,  $AT = 4$  ס"מ,  $BR = 4$  ס"מ,  $CT = 11$  ס"מ,  $S_{ABC} = 60$  סמ"ר.  
 מצא את שטח המרובע RTCB.



- 39) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.  
 הצלע BC היא קוטר המעגל.  
 הקטע BM מאונך לרדיוס DO.  
 נתון:  $AC = 2OM$ .  
 א. הוכח:  $\widehat{AB} = 2\widehat{BD}$ .

- ב. חשב את היחס:  $\frac{S_{ABOM}}{S_{ABAC}}$ .

## תשובות סופיות:

- א.  $x=2$  (1)  
 ב.  $x=1$  (2)  
 24 ס"מ. (2)
- א.  $x=2, y=12$  (3)  
 ב.  $x=4.5, y=12$   
 ג.  $x=9, y=18\frac{2}{3}$
- 8 ס"מ = AE, 28 ס"מ = CE. (4)
- 6 ס"מ = AD,  $21\frac{1}{3}$  ס"מ = BC,  $16\frac{2}{3}$  ס"מ = CE. (5)
- הוכחה. (6)
- א.  $x=16, y=25$  (7)  
 ב.  $x=12.5, y=4.8$   
 ג.  $x=9, y=37.5$   
 ד.  $x=5.25, y=6\frac{2}{3}$
- 10.8 ס"מ ו-5.6 ס"מ. (8)  
 הוכחה. (9)  
 הוכחה. (10)  
 הוכחה. (11)  
 הוכחה. (12)  
 4.5 ס"מ. (13)
- א. הוכחה. (14)  
 ב. 6 ס"מ.  
 ג.  $x=6$   
 ד.  $x=12$
- א.  $x=5.6$  (15)  
 3 ס"מ. (16)  
 8 ס"מ. (17)  
 10 ס"מ. (18)  
 1 ס"מ. (19)  
 הוכחה. (20)  
 הוכחה. (21)  
 הוכחה. (22)  
 15 ס"מ. (23)  
 הוכחה. (24)  
 הוכחה. (25)  
 הוכחה. (26)  
 12.5 ס"מ. (27)  
 5 ס"מ. (28)
- א. הוכחה. (29)  
 הוכחה. (30)
- א. הוכחה. (31)  
 הוכחה. (32)
- א. הוכחה. (33)  
 הוכחה. (34)  
 הוכחה. (35)
- א. הוכחה. (36)  
 א. 125 ס"מ. (37)  
 50.4 סמ"ר. (38)
- א. הוכחה. (39)  
 ב.  $\frac{S_{\Delta BOM}}{S_{\Delta BAC}} = \frac{1}{4}$