

תוכן העניינים:

2	משפטי הרשת
2	עיקרון הליניאריות : סיכום כללי :
2	סיכום כללי :
4	משפט הסופרפוזיציה :
4	סיכום כללי :
6	שאלות :
7	תשובות סופיות :
8	משפט ההצבה :
8	סיכום כללי :
9	שאלות :
9	תשובות סופיות :
10	משפט תבנין ונורטון :
10	סיכום כללי :
11	שאלות :
13	תשובות סופיות :
14	משפט ההדדיות :
14	סיכום כללי :

שימו לב!

החוברת מחולקת לנושאים כפי שמוצגים באתר GOOL. כל נושא פותח בסיכום תיאורטי קצר ולאחריו דוגמאות – אלו נידונים בהרחבה בסרטוני התיאוריה שבאתר GOOL. לאחר מכן ישנו מגוון תרגילים ברמה עולה בכל אחד מהנושאים – כולם נפתרים באריכות ובפירוט בסרטוני השאלות שבאתר.

תורת המעגלים החשמליים

משפטי הרשת

עיקרון הליניאריות:

סיכום כללי:

מוטיבציה כללית:

בשיטת מתחי הצמתים ראינו כי ניתן לתאר רשת חשמלית באמצעות מערכת משוואות מהצורה:

$$Y \cdot \underline{e} = \underline{I}_{sn}$$

היות ו- \underline{I}_{sn} הוא וקטור המורכב מתרומת הזרם של כל מקורות האנרגיה הבלתי תלויים במעגל, והוא מגדיר את הפתרון הלא טריוויאלי של מערכת המשוואות, נוכל להשתמש בעקרון הליניאריות של הפתרונות ולכתוב את מערכת המשוואות בצורה הבאה:

$$Y \cdot \underline{e} = \underline{I}_{sn} \quad \rightarrow \quad \underline{e} = Y^{-1} \underline{I}_{sn} = Y^{-1} \begin{bmatrix} I_{sn}^{(1)} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + Y^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{sn}^{(2)} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + Y^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ I_{sn}^{(n)} \end{bmatrix}$$

כמו כן, ניתן גם לפרק את עמודת הפתרונות לפי התרומה של כל מקור אנרגיה לרשת.

מכאן שכאשר 'נבטלי' את ההשפעה של כל מקורות המעגל מלבד אחד, ונחזור על התהליך עבור כל מקור אנרגיה בלתי תלוי בנפרד, נוכל להיעזר בעקרון הליניאריות של פתרונות מערכת משוואות ולסכום את כולם לכדי התשובה הסופית.

סיכום:

משפטי הרשת הם חוקים מתמטיים ושיטות מתמטיות המתקיימים במעגלים חשמליים ומהווים כלי עזר בפיזוט וניתוח של מעגלים. המשפטים מבוססים על עיקרון הליניאריות ולכן תקפים במעגלים הכוללים רכיבים שניתנים לתיאור ע"י קשר ליניארי בין המתח והזרם עליהם.

הערות:

- (1) במידה וקיימים מקורות מבוקרים ולהם ענפי בקרה אשר מחוץ למעגל, לא נוכל להשתמש במשפטי הרשת מכיוון שלא תהיה דרך לאפיין את התנהגותם.
- (2) במידה וקיימים רכיבים לא ליניארים, נוכל ליישם עליהם את חוקי קירכהוף. כך נוכל להשתמש בחלק ממשפטי הרשת עבור שאר המעגל ולנתח בנפרד את הרכיבים שאינם ליניארים.

משפט הסופרפוזיציה:

סיכום כללי:

שיטת הסופרפוזיציה (ההרכבה):

השיטה מתבססת על עיקרון הליניאריות, האומר כי תרומת כל אחד ממקורות האנרגיה לזרם העובר דרך נגד R (או למפל המתח עליו) ניתנת לחיבור תוך שימת לב לכיוון הזרם (או מפל המתח).

באופן כללי נאמר כי אם מעגל מכיל N מקורות מתח בלתי תלויים $1 \leq n \leq N: E_n$ ו- M מקורות זרם בלתי תלויים $1 \leq m \leq M: I_m$ אז מפל המתח על נגד R והזרם העובר דרכו יחושבו לפי:

$$U_R = \sum_{n=1}^N \alpha_n E_n + R \cdot \sum_{m=1}^M \beta_m I_m$$

$$I_R = \frac{1}{R} \sum_{n=1}^N \alpha_n E_n + \sum_{m=1}^M \beta_m I_m$$

כאשר: $\forall n, m: 0 \leq \alpha_n, \beta_m \leq 1$.

בפרט עבור מקור מתח אחד ומקור זרם אחד נוכל לפשט ולכתוב:

מפל המתח והזרם העוברים דרך אלמנט בעל התנגדות R במעגל בו יש לפחות מקור מתח אחד E ומקור זרם אחד I יהיו מהצורה הבאה:

$$U_R = \alpha_1 E + \beta_1 \cdot IR \quad ; \quad I_R = \alpha_2 \frac{E}{R} + \beta_2 \cdot I$$

כאשר: $i=1,2: 0 \leq \alpha_i, \beta_i \leq 1$.

שלבי הפתרון (עבור מעגל ללא מקורות מבוקרים):

- (1) סופרים את המקורות במעגל = אלו הן מספר הפעמים שנצטרך לפתור את המעגל.
- (2) משתקים את כל המקורות במעגל ומשאירים אחד פעיל בכל שלב:
 - א. שיתוק מקור זרם יעשה ע"י נתק.
 - ב. שיתוק מקור מתח יעשה ע"י קצר.
- (3) פותרים את המעגל שקיבלנו ומוצאים את תרומת המתח והזרם על הרכיב המבוקש מהמקור הפעיל במעגל.
- (4) חוזרים על תהליך זה עבור כל המקורות ומסכמים את תרומות המתח והזרם על הרכיב המבוקש מכל המקורות שבמעגל. יש לשמור על קוטביות מתאימה בעת החיבור.

ניתוח מעגלים עם מקורות תלויים (מבוקרים):

- לא מאפסים מקורות תלויים!
- כאשר מאפסים מקורות בלתי תלויים ומנתחים את המעגל, יש לבדוק את ערכי הפרמטרים של המקורות התלויים. אם הם מתאפסים אז המקור יתאפס, אחרת הוא ישאר ויספק למעגל אנרגיה כלשהי.

מציאת התנגדות שקולה במעגלים עם מקורות תלויים:

שלבים במציאת התנגדות שקולה ע"י הכנסת מקור בוחן:

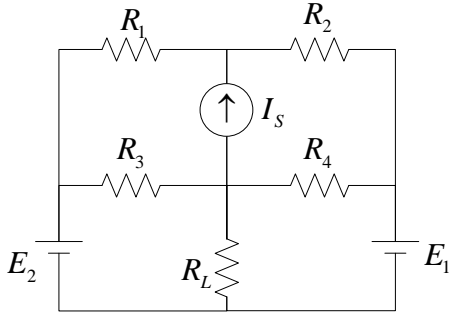
- (1) מנתקים את הרכיב שעליו רוצים למדוד את ההתנגדות.
- (2) משתקים מקורות בלתי תלויים (ניתוק מקורות זרם וקיצור מקורות מתח).
- (3) מכניסים מקור בוחן v_T אשר מזריק זרם i_T .
- (4) כותבים משוואות לפי KCL ו-KVL ומחשבים את היחס: $R_{eq} = \frac{v_T}{i_T}$.

שלבים במציאת התנגדות שקולה ע"י מתח שקול וזרם קצר:

- (1) מנתקים את הרכיב שעליו רוצים למדוד את ההתנגדות.
- (2) מחשבים את המתח שבין הדקי הרכיב שניתקנו - v_{TH} .
- (3) מקצרים את ההדקים ומחשבים את גודל הזרם העובר דרכו - i_{SC} .
- (4) מחשבים את היחס: $R_{eq} = \frac{v_{TH}}{i_{SC}}$.

שאלות:

שאלות חימום יסודיות:



(1) לפניך המעגל הבא:

נתון: $I_s = 2A$, $E_1 = 20V$, $E_2 = 30V$

$R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 12\Omega$, $R_3 = 10\Omega$

$R_4 = 5\Omega$, $R_L = 12\Omega$

מצא את הספק הנגד R_L .

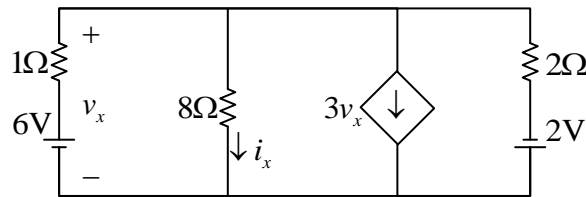
היעזר בשיטת הסופרפוזיציה.

(2) במעגל שלפניך שני מקורות מתח בלתי תלויים ומקור זרם תלוי.

מסמנים את הזרם העובר דרך הנגד של 8Ω ב- i_x ואת המתח שעל פני המקור $6V$

והתנגדותו הפנימית 1Ω ב- v_x . היעזר בשיטת הסופרפוזיציה ומצא את i_x ואת v_x .

כל ערכי הרכיבים מופיעים בסכמה.



שאלות ברמת תרגיל כיתה:

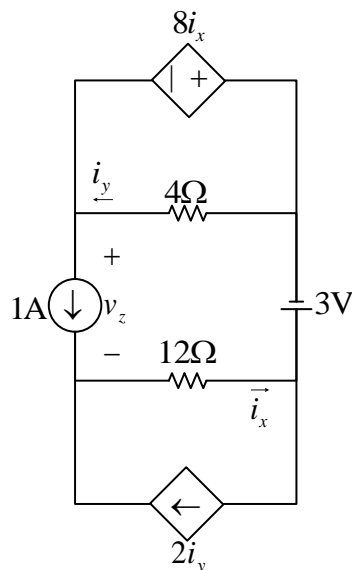
(3) במעגל שלפניך נתונים שני מקורות בלתי תלויים ושני מקורות תלויים.

מסמנים את הזרמים i_x , i_y ואת מפל המתח על מקור הזרם v_z .

היעזר בשיטת הסופרפוזיציה

ומצא את ערכם של i_x , i_y ו- v_z .

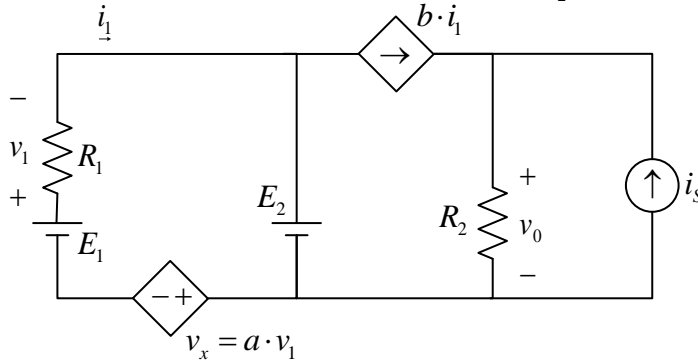
כל הנתונים מופיעים בסכמה.



4 במעגל שלפניך: $E_1 = 9V$, $E_2 = 8V$, $i_s = 1mA$, $R_1 = 1k\Omega$, $R_2 = 4k\Omega$, $a = 2$, $b = \frac{1}{4}$.

א. מצא את מפל המתח על הנגד R_2 המסומן v_0 .

ב. מצא את היחס $\frac{E_1}{E_2}$ עבורו תרומת מקורות המתח למפל המתח v_0 תהיה זניחה.



תשובות סופיות:

14.15W (1)

$i_x = -333.33mA$, $i_y = -666.66mA$, $v_z = 3.666V$ (2)

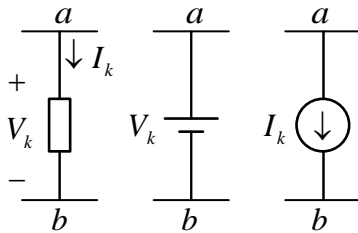
א. $v_0 = 4\frac{1}{3}V$. ב. $E_1 = E_2$ (3)

$i_x = 135.13mA$, $v_x = 1.08V$ (4)

משפט ההצבה:

סיכום כללי:

משפט ההצבה:



נתונה רשת ליניארית ולה פתרון יחיד.
אם בענף k זורם זרם I_k ומתקבל מתח V_k
אז ניתן להחליף את הענף באחד מן השניים:

- מקור מתח בלתי תלוי אידיאלי V_k .
- מקור זרם בלתי תלוי אידיאלי I_k .

מתכונת הקיום ויחידות הפתרון של מערכת ליניארית, נאמר כי אם קיים פתרון יחיד לרשת החדשה אזי הוא גם הפתרון של הרשת הנתונה. זאת מכיוון שזרמי ומתחי הרשת אינם משתנים בעקבות ההחלפה של הענף.

הערה:

ההצבה הנ"ל אינה מעידה כי האלמנטים שהושמטו לא פעילים במעגל. כל מטרת ההצבה היא לפשט את המעגל לצרכי הניתוח בלבד! בשאלות של חישובי מתחים, זרמים והספקים יש לחזור למעגל המקורי ולמצוא את הערכים החשמליים העוברים בכל אחד מן האלמנטים (כולל אלו שהושמטו).

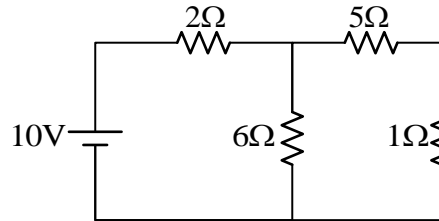
מסקנות מיידיות משימוש במשפט ההצבה:

- מקור מתח אידיאלי המחובר בטור למקור זרם אידיאלי = מקור הזרם 'מנצח'.
- מקור זרם אידיאלי המחובר במקביל למקור מתח אידיאלי = מקור המתח 'מנצח'.
- רכיב התנגדותי המחובר בטור למקור זרם אידיאלי = מקור הזרם כופה עליו זרם קבוע.
- רכיב התנגדותי המחובר במקביל למקור מתח אידיאלי = מקור המתח כופה עליו מתח קבוע.

שאלות:

שאלות חימום יסודיות:

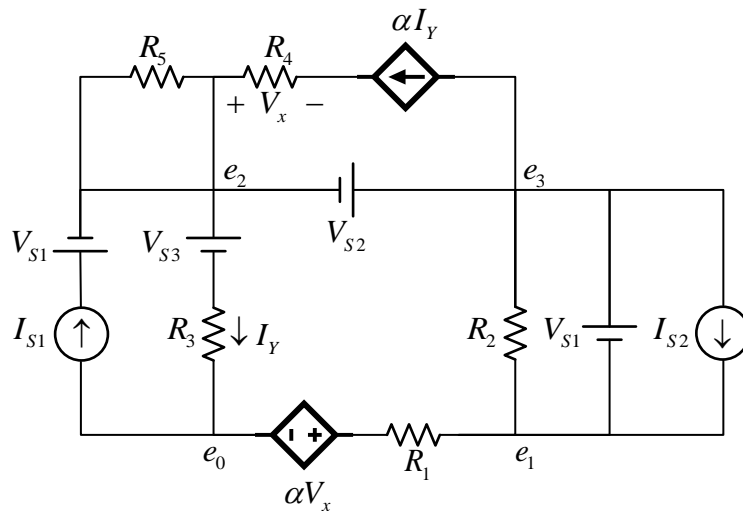
(1) נתון המעגל היסודי הבא:



- א. היעזרו במשפט ההצבה והחליפו את הנגד 1Ω במקור מתח אידיאלי.
- ב. היעזרו במשפט ההצבה והחליפו את הנגד 1Ω במקור זרם אידיאלי.

שאלות ברמת תרגיל כיתה:

- (2) במעגל שלפניכם כל ערכי הרכיבים נתונים וידוע כי: $1 \leq k \leq 5: R_k = R$. בטאו באמצעות נתוני המעגל את ערכי מתחי הצמתים. היעזרו בשיטת מתחי צמתים כאשר הצומת e_0 הוא צומת הייחוס.



תשובות סופיות:

(1) ראו פתרון בסרטון הוידאו.

$$e_1 = \frac{I_{S1}}{G(2-\alpha^2)} + \frac{\alpha^2-1}{2-\alpha^2}V_{S1} + \frac{1-\alpha^2}{2-\alpha^2}V_{S2} + \frac{\alpha^2+1}{2-\alpha^2}V_{S3} \quad (2)$$

$$e_2 = \frac{I_{S1}}{G(2-\alpha^2)} + \frac{1}{2-\alpha^2}V_{S1} - \frac{1}{2-\alpha^2}V_{S2} + \frac{\alpha^2+1}{2-\alpha^2}V_{S3}$$

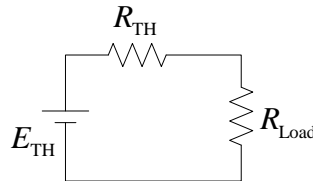
$$e_3 = \frac{I_{S1}}{G(2-\alpha^2)} + \frac{1}{2-\alpha^2}V_{S1} + \frac{1-\alpha^2}{2-\alpha^2}V_{S2} + \frac{\alpha^2+1}{2-\alpha^2}V_{S3}$$

משפט תבנין ונורטון:

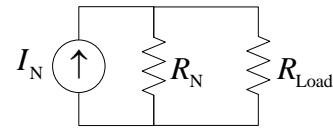
סיכום כללי:

מודלים של מעגלים שקולי תבנין ונורטון:

שקול תבנין:



שקול נורטון:



הקשר בין המקורות השקולים וההתנגדויות הוא: $R_{TH} = R_N$, $I_N = \frac{E_{TH}}{R_{TH}}$.

אופן החישוב:

בהינתן מעגל חשמלי, נרצה למצוא מעגל שקול בין שני הדקים A ו-B. נחלק את החישוב לשני חלקים בלתי תלויים:

• מציאת התנגדות שקולה:

- ננתק את הרכיב שבין הצמתים A ו-B ונמצא התנגדות שקולה R_{AB} ע"י שיתוק מקורות:
 - מקור מתח בלתי תלוי מקצרים.
 - מקור זרם בלתי תלוי מנתקים.
 - במידה וקיימים מקורות תלויים, יש להיעזר בהכנסת מקור בוחן V_T אשר יחובר בין ההדקים הנ"ל וכניס זרם I_T למעגל. מציאת היחס V_T / I_T תיתן את ההתנגדות השקולה.
- ההתנגדות R_{AB} היא התנגדות תבנין R_{TH} .

• מציאת מתח שקול:

- נחזיר את כל המקורות הב"ת למעגל ונעזר באחת מהטכניקות שברשותנו על מנת למצוא את המתח V_{AB} . הוא יהיה המתח השקול E_{TH} .

לאחר שנמצא התנגדות שקולה ומתח שקול נוכל לצייר מעגל שקול תבנין או להמיר למעגל שקול נורטון לפי: $I_N = E_{TH} / R_{TH}$, כאשר R_{TH} זהה בשני המודלים.

העברת הספק מירבי:

התנגדות העומס עבורה ההספק המתפתח על פניו יהיה מירבי שווה להתנגדות

השקולה של המעגל: $R_L = R_{TH}$. במקרה זה ההספק יהיה: $P_{L(max)} = \frac{E_{TH}^2}{4R_{TH}}$.

(תקף במעגלי זרם ישר בלבד).

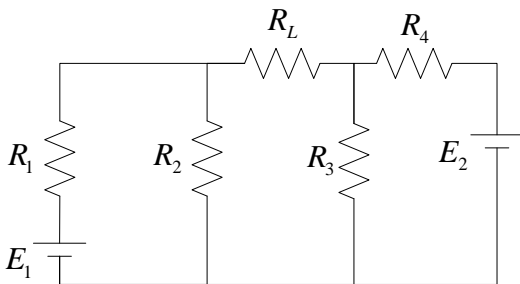
שלבים למציאת הספק מירבי:

נתבקש למצוא התנגדות של רכיב מסוים עבורו ההספק עליו יהיה מירבי (ולמצוא את הספק זה). לשם כך נבצע:

- (1) ניתוק הרכיב וחישוב מעגל שקול תבנית יחסית אליו.
- (2) ההתנגדות השקולה (התנגדות תבנית) תקיים מעבר של הספק מירבי על פני הרכיב.
- (3) ההספק המירבי עצמו יחושב לפי הנוסחה לעיל.

שאלות:

שאלות חימום יסודיות:



(1) לפניך המעגל הבא:

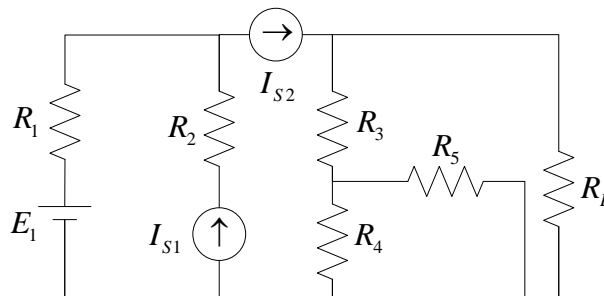
נתון: $E_1 = 40V, E_2 = 80V, R_1 = 15\Omega$

$R_2 = 5\Omega, R_3 = 10\Omega, R_4 = 30\Omega$

סרטט מעגל תמורה נורטון עבור נגד העומס.

(2) לפניך המעגל הבא ובו נתון:

$E_1 = 2V, I_{S1} = 2A, I_{S2} = 1A, R_1 = 5\Omega, R_2 = 10\Omega, R_3 = 5\Omega, R_4 = 3\Omega, R_5 = 6\Omega$



א. חשב את התנגדות נורטון עבור נגד העומס.

ב. חשב את זרם נורטון.

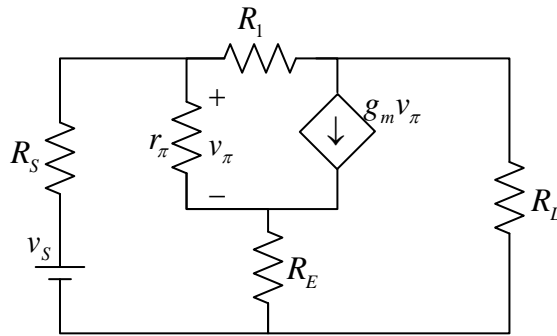
ג. מצא את ערכי נגד העומס שיגרמו להספק של 1W עליו.

שאלות ברמת תרגיל כיתה:

3 במעגל שלפניך כל ערכי הרכיבים נתונים כפרמטרים. כתוב ביטויים עבור הסעיפים הבאים:

- א. מצא את ההתנגדות השקולה שרואה נגד העומס במעגל שלפניך.
- ב. מצא את התנגדות הכניסה שרואה מקור המתח (והנגד R_S).
- ג. עבור התנגדות הכניסה שמצאת, כתוב ביטוי ל- $\lim_{R_1 \rightarrow \infty} R_{in}$.

הסבר את התלות של התנגדות הכניסה במקרה זה בעומס ובנגד R_E .



4 לפניך המעגל הבא.

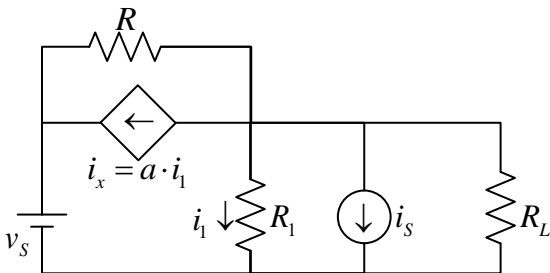
נתון: $R_1 = 12k\Omega$, $R = 4k\Omega$, $a = 5$.

מצא את ההתנגדות השקולה שרואה העומס:

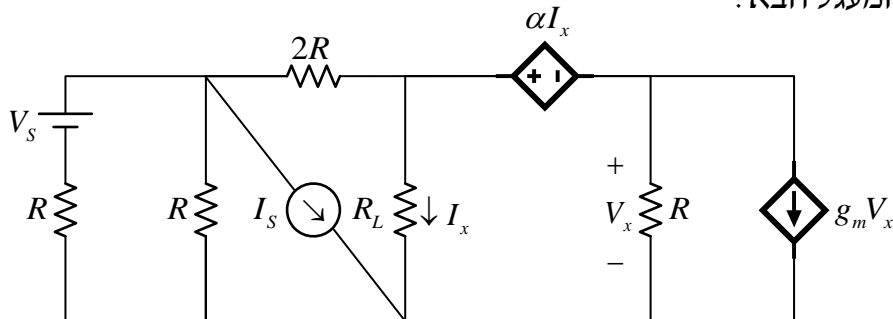
א. ע"י מציאת המתח השקול

וחישוב הזרם i_{sc} .

ב. ע"י הכנסת מקור בוחן למעגל.



5 נתון המעגל הבא:

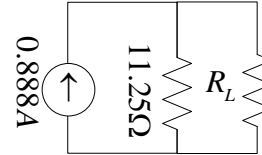


כל ערכי הרכיבים ידועים ומתקיים: $R \cdot g_m = 1$ ו- $\alpha = \frac{1}{4}R$.

יש למצוא את התנגדות תבנית/נורטון כלפי העומס R_L .

תשובות סופיות:

(1) להלן סרטוט:



(2) א. 7Ω ב. $1A$ ג. $R_{L1} = 1.46\Omega, R_{L2} = 33.539\Omega$

$$(3) \text{ א. } R_{eq} = \left(\frac{g_m r_\pi R_S + R_E (1 + g_m r_\pi) + r_\pi}{(R_1 + R_S)(R_E (1 + g_m r_\pi) + r_\pi)} \right)^{-1}$$

$$\text{ב. } R_{in} = \frac{R_1 (r_\pi + R_E)(R_1 + R_L)}{(R_1 + R_E + r_\pi) - R_1 R_L (r_\pi (1 - g_m R_1) + R_E)}$$

$$\text{ג. } \lim_{R_1 \rightarrow \infty} R_{in} = \frac{r_\pi + R_E}{1 + g_m r_\pi R_L}$$

התנגדות הכניסה מושפעת ביחס ישר ל- R_E וביחס הפוך ל- R_L .

(4) א. $R_{eq} = 1.33k\Omega$ ב. $R_{eq} = 1.33k\Omega$

$$(5) R_{eq} = \frac{14}{13} R$$

משפט ההדדיות:

סיכום כללי:

משפט:

בהינתן רשת ליניארית פאסיבית (כלומר ללא מקורות אנרגיה או רכיבים אקטיביים כלל) אז:

- אם נחבר מקור זרם ב"ת לענף א ונמדוד את המתח המתקבל על ענף ב במעגל ולאחר מן נחליף בין הענפים – כלומר נחבר את מקור הזרם לענף ב ונמדוד את המתח על ענף א אז ההתנגדות החשמלית תהיה זהה בשני המקרים. להתנגדות זו קוראים "התנגדות המעבר של הרשת" (Trans-Impedance).
- אם נחבר מקור מתח ב"ת לענף א ונמדוד את הזרם המתקבל בענף ב במעגל ולאחר מן נחליף בין הענפים – כלומר נחבר את מקור המתח לענף ב ונמדוד את הזרם בענף א אז המוליכות החשמלית תהיה זהה בשני המקרים. למוליכות זו קוראים "מוליכות המעבר של הרשת" (Trans-Admittance).